



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

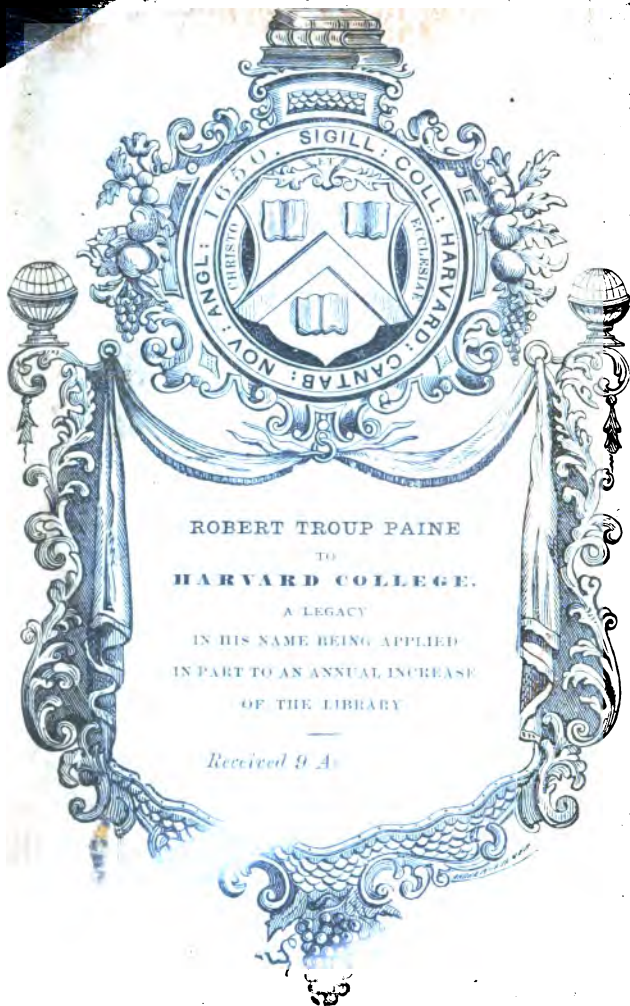
En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>

WIDENER LIBRARY



HX IJZM F

621.3.17







Robert Troup Paine
to HISTOIRE
Harvard DE College
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXXXIV. *Pom. 1*

Avec les Mémoires de Mathématique & de
Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A AMSTERDAM,
Chez PIERRE MORTIER.
M. DCCXXXVIII.

Avec Privilège de N. S. des Etats de Hollande & de West-Frise.

LSoc 16213.17

1879, April 9.

Paine bequest.

RECEIVED

APR 11 1879

P R I V I L E G I E.

DE Staten van Holland en West-Friesland doen te weten, Alzo ons te kennen is gegeven by **PIERRE MORTIER**, Burger, en Boekverkoper binnen Amsterdam, hoe dat hy door inkoop aan zig verkregen hadde alle de Exemplaren, Regt van Copve, en Kopere Plaatzen, van *Historia Academia Regia Scientiarum*, *Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Académie Royale des Sciences, avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, tirés des Registres de cette Académie, commencés avec l'année 1699, jusques à présent*: Op welke Werken door Ons op den 22 January des Jaars 1706 goetgunstig Octroy was verleent aan wyle Gerard Kuyper om dezelve alleen met uytfluyting van alle andere geduurende den tyd van vyftien Jaaren, in zoo veele Deelen, Taalen, en Formaatzen, als hy zoude goed vinden, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, met een poenaliteit van Drie hondert Guldens tegens de Overtreeders; En door dien het opgemelde Octroy reets zedert eenigen tyd geëindigt, en hy Suppliant werkelyk bezig zynde de gemelde werken van *Historia Academia Regia Scientiarum Auctore J. B. du Hamel*, en *Histoire de l'Académie Royale des Sciences, avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, tirés des Registres de cette Académie*, van Jaare tot Jaare, met het drukken te vervolgen, en boven dien te vermeerderen met een *Recueil des Machines approuvées par l'Académie Royale des Sciences dont il est parlé dans l'Histoire & dans les Mémoires de cette Académie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Académie Royale des Sciences, enrichies de plus de 200 fig.* En een *Recueil de toutes les Pièces qui ont remporté les Prix proposés par l'Académie Royale des Sciences*; benevens eene *Table Alphabétique des Matières contenues dans l'Histoire & les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, publiées dans son ordre*; En eindelyk nog alle de *Mémoires de Mathématique, de Physique & autres Pièces publiées par l'Académie Royale des Sciences, depuis son commencement jusques à l'année 1698 inclusivement*; wel verstaande van het laast-geoemde maar alleen die Stukken, of Deelen, die tot nog toe in de Provintie van Holland en West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; waar toe hy Suppliant zeer groote koste en moeyte genootzaakt was aan te wenden: En bedugt zynde dat eenige baatzugtige Menschen hem Suppliant in zyn voorneemen mogten willen contramineren, of alle de voorgemelde Werken in het geheel

of

Hist. 1734. *

P R I V I L E G I E.

of ten deele, of onder eenige andere Tituls ofte Naamen na te drukken, doen drukken, en te verkoopen, tot overgroote schade van hem Suppliant; en om daar in te wezen gefecureert, zo keerde den Suppliant hem tot Ons, ootmoediglyk verzoekende dat Wy hem Suppliant goetgunstig geliefden te verleen en speciaal Oôtrooy en Privilegie, omme alleen geduurende den tyd van vyftien eerftkomende Jaaren, te mogen drukken, doen drukken, uytgeven en verkopen, *Hiftoria Academiae Regiae Scientiarum, Auctore J. B. du Hamel, en Histoire de l'Académie Royale des Sciences, avec les Mémoires de Mathématique & de Physique tirés des Registres de cette Académie*, met alle de nog volgende deelen en stukken; en *Recueil des Machines approuvées par l'Académie Royale des Sciences, dont il est parlé dans l'Histoire & Mémoires de cette Académie & autres, avec les Explications de Mrs. de l'Académie Royale des Sciences, Enrichies de plus de 200 fig. benevens een Recueil des Pièces qui ont remporté les Prix proposés par Mrs. de l'Académie Royale des Sciences, en een Table Alphanetique des Matieres contenues dans l'Histoire & les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, publiées dans son ordre*; en Eindelyk nog alle de *Mémoires de Mathématique, de Physique, & autres Pièces publiées par l'Académie Royale des Sciences, depuis son commencement jusques à l'année 1698. inclusivement*; wel verstaende van het laest-genoemde Werk maer alleen alle die stukken ofte deelen, die tot nog toe, in de Provintie van Holland of West-Friesland nooyt waren gedrukt geweest; alles in zoo veele deelen, Taalen, en formaaten als hy Suppliant zoude mogen goet vinden, met speciaal verbod aan alle andere om dezelve Werken, of eenige van dien in het geheel, of ten deele, of onder andere Tituls of Naamen, na te drukken, te doen na drukken, ofte elders nagedrukt zynde in deze Provintie in te brengen, te verruylen ofte te verkopen, veel min eenige uyttreksels van dezelve, van wat natuure, naame, ofte in wat Taale dezelve souden mogen zyn, te moogen maaken, ofte doen maaken, drukken of verkoopen, op een Boete van Drie-duysent Guldens, ofte soo veel het ons soude goed dunken tot meer affchrik, by de Contraventeurs te verbeuren, alsoo de Boete van Drie honderd Guldens in voorgaende Oôtrooye van den 22. January 1706, tegens de Overtreders gestipuleerd, niet genoeg zynde om baetzugtige menschen van haar voornemen tot merkelyke schade van den Suppliant af te schrikken, en de bovengemelde

PRIVILEGIE.

de Werken voordén Suppliant van de grootste aangelegen-
gentheyt zynde. SOO IS 'T, Dat wy de zaake ende
het voorz. verzoek overgemerkt hebbende, ende gene-
gen wezende ter beede van den Suppliant, uyt onse
regte wetenschap, Souveraine magt, ende Authoriteit,
den zelven Suppliant geconsenteert, geaccordeert, en
geoſtroyeert hebben, consenteeren, accordeeren, en
oſtroyeeren hem by dezen, dat hy geduurende den tyd
van vyftien eerſt agter een volgende Jaaren, de boven-
gemelde Werken in dier voegen als zulks by den Sup-
pliant is verſogt, en hier vooren uytgedrukt ſtaat, bin-
nen den voorz. Onſen Lande alleen ſal mogen Druk-
ken, doen Drukken, Uytgeven, ende Verkopen, ver-
biedende daeromme allen ende een ygelyken dezelve
Werken in 't geheel ofte ten deele, te drukken, naer
te drukken, te doen nadrukken, te verhandelen of te
verkoopen, ofte elders nagedrukt binnen dezelve on-
zen Lande te brengen, uyt te geven, ofte te verhandelen
en verkoopen; op verbeurte van alle de naargedrukte,
ingebragte, verhandelde ofte verkogte Exemplaren,
ende een Boete van Drie duysent Guldens daer en bo-
ven te verbeuren, te appliceeren een derde part voor
den Officier die de Calange doen ſal, een derde part
voor den Armen der plaetſe daer het Caſus voorvallen
ſal, ende het reſterende derde part voor den Suppliant,
en dit telkens zo menigmael als dezelve ſullen werden
agterhaeld. Alles in dien verſtaande, dat wy den Sup-
pliant met deſen onſen Oſtroye alleen willende grati-
ficereen, tot verhoedinge van zyne ſchaade door het na-
drukken van de voorz. Werken, daer door in geenigen
deelen verſtaen, den innehouden van dien te autho-
riſeeren ofte te advoueren, ende veel min het zelve on-
der onſe proteſtie ende beſcherminge eenig meerder
credit, aanſien ofte reputatie te geven, nemaer den
Suppliant in cas daer inne iets onbehoorlyks zoude in-
ſuieren, alle het zelve tot zynen laſte zal gehouden
weſen te verantwoorden; tot dien eynde wel expreſſelyk
begeerende dat by aldien hy deſen onſen Oſtroye voor
dezelve Werken ſal willen ſtellen, daer van geene geabre-
vieerde ofte gecontraheerde mentie ſal mogen ma-
ken, nemaer gehouden weſen het zelve Oſtroy in 't
geheel en ſonder eenige omiſſie daer voor te drukken,
of te doen drukken; ende dat hy gehouden ſal zyn een
Exemplaar van de voorz. Werken op Groot papier, ge-
bonden, en wel geconditioneert, te brengen in de
Bibliotheecq van onſe Univerſiteit te Leyden, binnen
den

PRIVILEGIE.

den tyd van ses weeken, na dat hy Suppliant de voorsz. Werken sal hebben beginnen uyt te geven, op een boete van ses hondert Guldens, na expiratie der voorsz. ses weeken, by den Suppliant te verbeuren ten behoeven van de Nederduytsche Armen van de plaats alwaar den Suppliant woont, en voorts op peene van met der daat versteeken te zyn van het effect van deesen Oðroye: dat ook den Suppliant, schoon by het ingaan van dit Oðroy een Exemplaar geleverd hebbende aan de voorsz. Onse Bibliotheecq, by zoo verre hy gedurende den tyd van dit Oðroy dezelve werken zoude willen herdrukken met eenige observatien, nooten, vermeerderingen, veranderingen, correctien of anders hoe genaemt, of ook in een ander formaat, gehouden sal zyn wederom een ander Exemplaar van deselve werken geconditioneert als vooren, te brengen in de voorsz. Bibliotheecq, binnen den zelve tyd, en op de boete en pœnaliteit als vooren. Ende ten einde den Suppliant desen Onsen Consente ende Oðroye mooge genieten als naar hehooren, lasten wy allen ende eenen ygelyken dien het aangaan mag, dat zy den Suppliant van den inhouden van desen doen, laten, ende gedoogen, rustelyk, vreedelyk, ende volkomentlyk genieten, ende gebruyken, cesserende alle belet ter contratie. Gegeven in den Hage, onder Onsen Groote Zegele hier aan doen hangen, op den negentienden December in 't jaar onses Heeren ende Zaligmaakers, Duyzent zeven hondert een en dertig.

J. G. V. BOETZELAER.

Ter Ordonnantie van de Staten.

WILLEM RUYT.

Aan den Suppliant zyn nevens dit Oðroy ter hand gesteld by extra& Authenticq, haar Ed: Gr: Mog: Resolutien van den 23 Juny 1715 en 30 April 1728, ten einde om sig daar na te reguleeren.

T A-

T A B L E

P O U R

L' H I S T O I R E.

P H Y S I Q U E G E N E R A L E.

S UR l'Électricité.	Page 1.
Sur les Congélations artificielles.	11.
Observations de Physique générale.	20.

A N A T O M I E.

Sur la Fissule lacrymale.	53
Diverses Observations Anatomiques.	56.

C H I M I E.

Sur l'Analyse des Plantes.	63.
Sur le Sel de Souphre.	64
Sur le Sublimé corrosif.	66
Sur l'Éméticité de l'Antimoine, du Tartre	
Émétique, & du Kermès Minéral.	71
Sur le Mercure.	74

B O T A N I Q U E. 78

T A B L E.

G E O M E T R I E. 79

A S T R O N O M I E.

<i>Sur la détermination de la Figure de la Terre par la Parallaxe de la Lune.</i>	80
<i>Sur l'Inclinaison des Orbites des Planetes par rapport à l'Equateur de la Révolution du Soleil.</i>	86
<i>Sur l'Atmosphère de la Lune.</i>	93
<i>Sur la Grandeur des Satellites de Jupiter.</i>	95
<i>Sur une Méthode nouvelle pour trouver la hauteur du Pole.</i>	98
<i>Sur la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris.</i>	102
<i>Sur l'Obliquité de l'Ecliptique.</i>	105

M E C H A N I Q U E.

<i>Sur les Figures que les Planetes prennent par la Pesanteur.</i>	113
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1734.</i>	143
<i>Eloge de M. de Lagny.</i>	146

T A B L E

P O U R L E S

M E M O I R E S.

METHODE de vérifier la Figure de la Terre
par les Parallaxes de la Lune. Par M.
MANFREDI. Pag. 1

*Comparaison des deux Loix que la Terre & les
autres Planetes doivent observer dans la figure
que la pesanteur leur fait prendre.* Par M.
BOUGUER. 27

*Recherche Chimique sur la composition d'une Li-
queur très volatile , connue sous le nom d'E-
THER.* Par M^{re}. DU HAMEL & GROSSE. 56

Sur les Figures des Corps Célestes. Par M. DE
MAUPERTUIS. 75

Essai d'Analyse des Plantes. Par M. BOUL-
DUC. 139

*De l'Inclinaison du Plan de l'Ecliptique & de
l'Orbite des Planetes par rapport à l'Equateur
de la Révolution du Soleil autour de son Axe.*
Par M. CASSINI. 146

T A B L E.

Anémometre qui marque de lui-même sur le Papier, non seulement les Vents qu'il a fait pendant les 24 heures, & à quelle heure chacun a commencé & fini, mais aussi leurs différentes vitesses ou forces relatives. Par M. D'ONS-EN-BRAY. 169

De la Fistule lacrymale. Par M. PETIT. 189

Sur les Lignes Courbes qui sont propres à former les Voûtes en Domes. Par M. BOUGUER. 204

Expériences sur les differens degrés de froid qu'on peut produire, en mêlant de la Glace avec differens Sels, ou avec d'autres matieres, soit solides, soit liquides; & de divers usages utiles auxquels ces expériences peuvent servir. Par M. DE REAUMUR. 228

Solution de plusieurs Problèmes où il s'agit de trouver des Courbes dont la propriété consiste dans une certaine relation entre leurs branches, exprimée par une Equation donnée. Par M. CLAIRAUT. 268

Recherches sur le Tour. Premier Mémoire. Par M. DE LA CONDAMINE. 299

Sur le Sublimé corrosif; & à cette occasion, sur un Article de l'Histoire de l'Académie Royale des Sciences de l'année 1699, où il s'agit de ce Sublimé. Par M. LEMERY. 339

Rc-

T A B L E.

Recherches sur le Tour. Second Mémoire. Par
M. DE LA CONDAMINE. 407.

*Cinquieme Mémoire sur l'Electricité, où l'on
rend compte des nouvelles Découvertes sur cette
matiere, faites depuis peu par M. Gray; Et
où l'on examine quelles sont les circon-
stances qui peuvent apporter quelque changement à
l'Electricité pour l'augmentation ou la diminu-
tion de sa force, comme la température de l'air,
le vuide, l'air comprimé, &c.* Par M. DU
FAY. 471.

*De la grandeur des Satellites de Jupiter, Et des
erreurs qui se glissent dans les Observations de
ces Satellites.* Par M. MARALDI. 499.

Sur les Courbes Tantochrones. Par M. FON-
TAINÉ. 510.

Analyse des Plâtras. Par M. PETIT le Mé-
decin. 523.

*Problème. Quatre points ou quatre objets étant
donnés sur un plan, placés comme on voudra,
trouver un cinquieme point, auquel ayant tiré
des lignes aux quatre objets, les trois angles
formés par ces quatre lignes soient égaux, ou
dans tel rapport donné qu'on voudra.* Par M.
PITOT. 558.

Méthode nouvelle de trouver la hauteur du Pôle.
Par M. GODIN. 564.

Mé-

T A B L E.

Maniere d'observer en Mer la Déclinaison
de l'Aiguille aimantée. *Extrait d'une Let-*
tre de M. DE LA CONDAMINE, de Saint-
Domingue, le 15 Juillet 1735. 810 •

Faute à corriger dans les Mémoires de 1729.

<i>Page</i>	<i>Ligne</i>	<i>Lisez</i>
	26.	$FS \times \overline{GS}^2$ est à $\overline{GS}^2 \times FS$

Faute à corriger dans les Mémoires de cette
année 1734.

Page 221. Ligne 7. d'en-bas.
b C, Lisez b G.



HIS-

HISTOIRE

DE

L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES,

Année M. DCCXXXIV.



PHYSIQUE GENERALE.

*SUR L'ELECTRICITÉ. **



NOUS avons fait en 1733 † l'Histoire abrégée de nos connoissances sur l'Electricité, matiere qui est presque encore toute neuve, & qui depuis le peu de tems qu'on s'est avisé de la traiter, n'a cessé de fournir des Phénomènes des plus surprenans. Cette Histoire ne s'est pas bornée à ce qui appartenoit à la France, ou plutôt à M. du Fay; elle a compris aussi ce qui appartenoit à l'Angleterre, & principalement à M. Gray: & comme ils ont continué à travailler tous deux en même tems, & qui plus est, d'intelligence, leurs vues se sont ou aidées ou rectifiées mutuellement; & ce qui résulte de leur accord,

ou

* V. les M. p. 691.
Hist. 1734.

† p. 5. & suiv.
A

2 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

ou même de leur opposition, s'il s'en trouve, en doit être plus précieux aux Physiciens.

M. Gray a découvert, & M. du Fay l'a vérifié, qu'il n'est pas nécessaire, quoique nous l'ayons dit en 1733, que tous les corps soient frottés pour être électriques. Il en faut du moins excepter les corps sulphureux ou résineux, tels que le Souphre, la Cire, la Poix, la Gomme-laque, &c. On les fait fondre, & en cet état ils n'ont aucune vertu électrique; quand on les a laissés refroidir précisément au point de pouvoir être frottés, ils n'en acquièrent aucune par le frottement; mais s'ils sont entièrement refroidis, & sans qu'on y ait touché, ils ont par eux-mêmes beaucoup de vertu.

Et il y a plus. Ils la conservent longtems, pourvu qu'on les envelope dans du Papier, dans de la Flanelle. On n'a encore de certitude que d'un an & demi: ce n'est pas que la vertu se soit éteinte en tems-là, c'est que l'observation n'a encore duré qu'un an & demi, & on ne fait jusqu'où elle pourra aller. Le Tourbillon électrique ne se dissipe donc pas si aisément qu'on le croyoit, & que nous l'avions dit. Il est même étonnant qu'il se conserve par une envelope appliquée au Corps, on s'imagineroit qu'il devroit plutôt en être rompu & détruit. Et en effet, on verra ici qu'un Cone de Souphre qui s'est formé dans un Verre à boire, & qu'on en tire aisément quand on veut, est beaucoup plus électrique quand il n'a pas cette espece d'envelope, que quand il l'a.

La

La vertu électrique, pour se transmettre à une grande distance, n'a pas autant de besoin que nous l'avions insinué en 1733, d'un corps exactement continu qui la conduisît. Cette continuité peut être interrompue, & l'interruption peut aller, selon M. Gray, jusqu'à 47 pouces Anglois. Si l'on y prend garde, on s'apercevra que les observations nouvelles, que nous rapportons, vont toutes à augmenter le Merveilleux de l'Électricité, & non à le diminuer, comme on le souhaiteroit naturellement. Cependant on peut se flatter que l'on avance un peu, & M. du Fay a eu le plaisir de voir que son hypothèse hardie des deux Électricités contraires, l'une vitrée, l'autre résineuse, s'accordoit bien avec un fait singulier dont M. Gray lui-même étoit surpris.

M. Gray ayant mis dans une position verticale un Cerceau de 20 pouces de rayon, dont le plan étoit traversé par une corde ou ficelle assez longue qui passoit par son centre, & portoit à une de ses extrémités une Boule d'ivoire, il approcha le Tube de Verre bien frotté de ce Cerceau, & par-là donna la vertu électrique, non seulement à toute sa circonférence qui avoit plus de 120 pouces ou de 10 pieds, mais encore à la ficelle, & jusqu'à la Boule, qui attiroit fortement un fil. En faisant couler cette Boule, comme on le pouvoit, le long de la ficelle jusqu'au centre du Cerceau, elle n'attiroit plus le fil, elle le repoussoit. D'où venoit cela? l'hypothèse de M. du Fay en rend raison. Deux Corps, qui ont pris deux Électricités de même nature, se repoussent; le fil présenté à la

4 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

Boule placée à l'extrémité de la ficelle n'avoit point d'électricité, & étoit attiré par la Boule qui en avoit; mais quand cette même Boule étoit au centre du Cerceau, il falloit que le fil pour s'en approcher entrât, se plongeât dans le fort du Tourbillon électrique du plan du Cerceau; il y prenoit de l'électricité, & la même qu'avoit la Boule, & par conséquent il devoit être repoussé par elle, puisqu'il n'étoit pas assez fort pour la repousser lui-même.

Reprenons maintenant l'histoire des recherches de M. du Fay, après nous être arrêtés quelque tems en chemin, soit pour considérer celui qui étoit déjà fait, soit même pour faire quelques pas en arriere. A la suite de ce que nous avons rapporté en 1733, M. du Fay a examiné quels changemens pouvoient apporter aux phénomènes de l'Électricité les différentes circonstances de la température & de la raréfaction ou condensation de l'Air.

Les nouvelles expériences ont confirmé que l'humidité de l'Air nuit beaucoup à la vertu électrique, & cela à tel point qu'une journée que l'on croira sèche, ne le sera pas assez, parce que les précédentes auront été fort humides.

Le grand chaud est contraire aussi à cette vertu, & même les heures les plus chaudes d'un jour ordinaire. L'eût-on deviné, après avoir vu que les Corps chauffés avant le frottement en devenoient plus électriques? Peut-être cependant cela vient-il, non de la part du Corps frotté, mais de l'Homme qui le frotte, dont la transpiration alors trop abondante & trop chaude a quelque chose d'op-

posé

posé aux écoulemens , aux Tourbillons électriques.

Un jour médiocrement chaud , serein & sec , un vent de Nord , sont jusqu'à présent les circonstances les plus favorables. La Gelée a été éprouvée , & pourroit ne céder à aucune autre.

La plus grande merveille est que l'Air ou fort raréfié ou fort condensé diminue également la vertu électrique ; elle a besoin de l'air libre & ordinaire , & les deux extrémités opposées entre elles lui sont aussi opposées. Cela est bien-tôt dit , mais on ne peut voir que dans le récit de M. du Fay combien il a fallu d'invention & d'adresse pour parvenir à faire les expériences de l'Electricité dans un air ou extrêmement rare , ou extrêmement dense. L'art de faire l'observation est souvent une découverte aussi difficile que celle qu'on cherche par l'observation.

Après tout cela , M. du Fay est venu à l'examen d'un phénomène des plus frappans. On sait que la plupart des Corps devenus électriques par le frottement , deviennent aussi lumineux par le même frottement , du moins pendant qu'il dure. C'est cette propriété que M. du Fay considère présentement.

Le fameux Diamant , dont M. Boyle a fait un Traité , auroit seul suffi pour engager M. du Fay à commencer ses recherches par les Diamans. On savoit déjà qu'il ne luisoit dans l'obscurité que comme les autres font aussi étant frottés * ; le privilège que M. Boyle lui

* V. l'Hist. de 1707. p. 3.

lui avoit attribué n'étoit plus un privilege, & il l'est encore beaucoup moins aujourd'hui, depuis que M. du Fay a trouvé qu'il étoit commun à tous les Diamans de couleur & aux Pierres précieuses, quoiqu'en differens degres.

Il y a plus, & sans comparaison plus. Quantité de Diamans, quelques Pierres précieuses, le Crystal de Roche, & plusieurs autres Corps dont on se douteroit encore moins, n'ont pas besoin de frottement pour luire dans l'obscurité; il leur suffit, comme à de vrais Phosphores, comme à la Pierre de Boulogne, de s'être abreuvés de lumiere pendant un tems, non pas nécessairement au Soleil, mais seulement à l'ombre durant le jour. Quel chemin depuis le Diamant de M. Boyle jusqu'à-là! M. du Fay se réserve à l'examen particulier de ce sujet, qui doit être piquant par sa nouveauté, mais qui n'appartient pas à l'Electricité dont il s'agit ici, car ces nouveaux Phosphores ne sont nullement électriques, il leur manque la condition essentielle d'avoir été frottés. Ils ont dû surprendre, s'il est arrivé par hazard qu'on en ait transporté brusquement quelqu'un du Soleil ou du jour dans un lieu assez obscur, on aura vu une lumiere dont on ne connoissoit aucune cause, & de-là seront venus les contes de l'Escarboucle, un peu plus fondés que de sers Philosophes ne pensoient.

Dans les Corps électriques & lumineux en même tems par le frottement, la matiere qui fait l'électricité ou le Tourbillon électrique doit être différente de celle qui fait la lumiere.

re. C'est-là ce qu'indiquent plusieurs expériences où l'on voit ces deux propriétés varier différemment l'une de l'autre dans les mêmes sujets & dans les mêmes circonstances, l'une augmenter tandis que l'autre diminue : mais ce qui décide promptement & nettement, c'est qu'un Diamant mouillé ou simplement humecté avec l'haleine, perd aussi-tôt toute son électricité, & conserve toute sa lumière aussi longtems qu'il l'eût conservée naturellement.

La lumière excitée par le frottement est plus vive & plus abondante dans le Vuide que dans l'air libre.

Qu'un globe de verre dont on a pompé l'air soit tourné rapidement sur son axe, il ne faut que toucher avec la main sa surface extérieure; aussi-tôt il paroît lumineux dans tout son intérieur, & il ne le paroîtra pas davantage quand on appuyera la main avec plus de force, quoiqu'alors le frottement soit plus fort. Si le globe étoit plein d'air, & tourné de même, & frotté, on en verroit sortir de petites particules brillantes qui iroient s'attacher aux corps voisins. La lumière se porte ou au dedans ou au dehors du globe, & sous une forme différente, selon que le globe est vuide ou plein d'air.

Si on frotte dans l'obscurité avec la main une Pomme de canne qui soit d'Ambre, qu'on retire ensuite la main brusquement de dessus la Pomme sans la glisser, & qu'enfin on approche le bout du doigt de cette Pomme, même sans la toucher, il part aussi-tôt de l'Ambre un petit Cylindre de lumière qui va frap-

per le doigt, retourne du doigt à l'Ambre, & se divise sur sa surface, s'éparpille en petits rayons, & disparoît dans l'instant. Il semble que le frottement ait produit sur la surface de l'Ambre une lumière confuse, un petit chaos lumineux, que le doigt en se portant vers là, ou en s'y plongeant, a obligé quelques parties à prendre quelque arrangement plus régulier, peut-être à se mouler sur lui, après quoi tout le reste du phénomène s'entendrait avec moins de peine.

Ce qu'il y a de bien certain, c'est que si on ne se sert pas de son doigt pour faire sortir de l'Ambre ce petit cylindre de lumière, & qu'on emploie quelque autre corps pour ce même effet, l'effet sera plus foible ou même nul, selon que ce corps sera d'une électricité plus approchante de celle de l'Ambre, ou, comme il a été dit en 1733, plus propre à être repoussé par l'Ambre, ou même moins propre en général à s'électrifier. Rien n'est plus contraire à la vertu électrique que l'humidité; le doigt, & pareillement tout autre corps qui pourra tirer de l'Ambre ce jet de lumière, le tirera mieux s'il est mouillé. Ce que nous disons de l'Ambre, il le faut entendre aussi de la Gomme Copal, de la Cire d'Espagne, du Souphre.

Tous les Diamans que M. du Fay a éprouvés sont devenus par le frottement électriques & lumineux, tantôt plus électriques que lumineux, tantôt au contraire, mais toujours l'un & l'autre, & avec des variétés qui ne se rapportent constamment, ni à leur grosseur, ni à leur netteté, seulement peut-être à leur forme,

forme ; ceux qui sont plats & ont une grande table , sont moins électriques & moins lumineux que les Brillans élevés. Il en va de même des Diamans de couleur & des Pierres précieuses pour la quantité de variétés bizarres en apparence , & difficiles à réduire sous quelque ordre.

Nous nous contenterons de rapporter encore les deux plus remarquables expériences qui appartiennent à l'électricité lumineuse , la 1^{re} due aux Anglois , la 2^{de} à M. du Fay. Si ce globe de verre vuide d'air , & tourné rapidement sur son axe , qui paroît lumineux en dedans lorsqu'on y applique la main , étoit de plus enduit intérieurement de Cire d'Espagne , (on apprendra dans le Mémoire de M. du Fay comment se fait cet enduit) on verra un spectacle auquel on ne se seroit certainement pas attendu , l'image de la main qu'on tenoit appliquée sur le globe , peinte sur la surface intérieure & concave de la Cire d'Espagne , comme si la main étoit lumineuse , & la Cire d'Espagne transparente. Il faut qu'on ait réservé deux endroits du globe , comme les deux Poles , exempts de l'enduit de Cire , afin qu'on puisse voir par-là. Si le globe vuide d'air n'avoit point eu l'enduit de Cire en dedans , l'application de la main y auroit fait paroître une lumière plus vive dans les endroits touchés que par-tout ailleurs , & cette lumière eût été continue. Reprenons maintenant l'enduit de Cire , & supposons qu'il sera pénétré par la matiere lumineuse qu'on peut imaginer sortie de la main , ou au moins poussée par la main ; il y aura dans les inter-

valles des doigts des interruptions à la lumière qui eût été continue, & des interruptions figurées, d'où l'on voit que s'ensuit l'image de la main sur la surface concave de l'enduit. Voilà ce que pense M. du Fay sur cette représentation si surprenante. D'autres matieres appliquées sur le globe au-lieu de la main, ou ne font point du tout la lumière, ou ne la font pas à beaucoup près si bien.

La seconde expérience va prouver que la lumière des Corps électriques peut aller jusqu'à être un feu, ou le commencement d'un feu. On suspend une personne par des cordes de soye, afin qu'elle soit isolée de toutes parts, & que le Tourbillon de matiere électrique qu'on va lui donner ait toute son étendue, & ne soit point détourné ou altéré par des Corps voisins. On lui donne ensuite ce Tourbillon par le Tube de verre qui l'électrifie, après quoi si l'on approche la main de la personne suspendue & électrisée, il sort d'elle, à l'endroit le plus proche de la main, une étincelle de feu plus vive, plus brillante que les lumières de toutes les autres expériences, & ce qui la distingue encore, elle sort avec un bruit sensible; & ce n'est pas tout, elle cause aux deux personnes en même tems une douleur semblable à celle d'une piquure ou d'une brûlure légère.

Un Animal vivant, comme un Chat, mis de même en expérience, réussit également. Il est à remarquer que si l'Animal étoit mort, on ne verroit plus, l'étincelle brillante & brusque, mais une lumière pâle & uniforme, & pour ainsi dire, lugubre.

Les

Les matieres qui sont les plus électriques, le Verre, l'Ambre, sont les moins propres à tirer de l'Animal électrisé cette étincelle par l'attouchement; & au contraire les matieres qui la tirent le mieux sont les moins électriques, les métaux, les corps mouillés, le bois, les corps vivans. Apparemment on est présentement accoutumé à ces convenances fondées non sur la ressemblance, mais sur l'opposition. Combien tous ces faits si singuliers ont-ils demeuré de tems ensevelis dans le secret de la Nature? combien d'autres pareils y sont encore? & en sortiront-ils jamais tous?



SUR LES CONGELATIONS

ARTIFICIELLES. *

R IEN n'est si connu que la maniere de faire geler des Liqueurs, malgré le chaud de la Saison; & ce seroit peut-être une expérience simplement curieuse, renfermée chez les seuls Philosophes, si elle ne produisoit ces Glaces que notre délicatesse nous rend si nécessaires en Eté, & même en Hiver, quoiqu'avec moins de raison. Il n'est pas encore bien réglé quels sont les Sels les plus propres à donner ou le plus grand froid, ou le froid que l'on veut, quelles sont à cet égard les différentes vertus des Sels, en quelles doses
ils

ils doivent être avec la Glace pilée ou pulvérisée que l'on employe à cette opération; cependant on n'a pas laissé de faire de belles expériences sur ce sujet, mais on s'est pressé d'aller aux curieuses, & on a passé légèrement par dessus les fondamentales, qui sont celles que M. de Reaumur a entreprises ici.

Il y a été invité par son nouveau Thermometre dont nous avons parlé en 1730 * & 1731 †. Il avoit en main une nouvelle mesure du froid aussi-bien que du chaud, plus exacte & plus sûre que l'ancienne, & c'étoit précisément ce qu'il lui falloit pour ces expériences fondamentales des Congélations artificielles. Le nouveau Thermometre, qui a été construit sur une de ces Congélations, devient ensuite la règle, & en quelque sorte le juge de tout ce qui l'a fait naître. On le plonge dans la Liqueur qu'on a glacée, & on voit par sa descente quel est le degré du froid, degré que l'on peut aisément & sûrement comparer à quelque autre degré de froid que ce puisse être, observé avec un autre Thermometre de même construction. On part toujours ici du point de ces Thermometres qui marque la Congélation, parce que c'est la première & la moindre congélation de l'eau; celle qui n'attaque encore que sa superficie; après cela les degrés marqués sont toujours ceux d'un plus grand froid.

Le Salpêtre passe communément pour le Sel le plus propre aux Congélations artificielles, mais les expériences de M. de Reaumur nous

* p. 12. & suiv.

† p. 7. & suiv.

nous jettent bien loin de là. Le Salpêtre le plus raffiné, employé dans l'opération, ne fait descendre le Thermometre qu'à $3\frac{1}{2}$ degrés au-dessous du terme fixe que nous venons de poser, & s'il est moins raffiné, il le fait descendre plus bas. Ce qui cause cette plus grande descente, ou ce plus grand froid, c'est donc la partie du Salpêtre qui le rend alors moins pur, moins Salpêtre; & quelle est cette partie? c'est presque uniquement du Sel Marin, qu'on lui ôte en le purifiant par les trois Cuites qu'on lui fait consécutivement.

En effet, M. de Reaumur ayant mêlé dans des jours très chauds deux parties du Sel Marin qu'on sert sur les tables avec trois parties de Glace pilée, le Thermometre est dans l'instant descendu de 15 degrés; & il faut savoir que dans le violent Hiver de 1709, le plus rude qu'ait vu la génération présente, le nouveau Thermometre, qui n'existoit pas encore, n'étoit pas été plus bas que $14\frac{1}{4}$ degrés. On le fait par le rapport connu de ce Thermometre à ceux qui étoient alors à l'Observatoire.

Si le Salpêtre moins pur, plus mêlé de Sel Marin, fait plus baisser le Thermometre, voilà donc une maniere nouvelle & fort simple d'en éprouver la qualité. Le meilleur ne donnera que $3\frac{1}{2}$ degrés de froid, les autres plus mauvais en donneront toujours davantage. Il auroit pu d'abord paroître étrange que la vertu de causer une grande inflammation, qui est celle qu'on recherche tant dans le Salpêtre, on eût voulu la reconnoître par sa vertu refroidissante. La Poudre à canon n'est

presque que du Salpêtre, car elle en a trois parties sur une qui est de Souphre & de Charbon en portions égales. Aussi la Poudre à canon mise à la même expérience que le Salpêtre a-t-elle fait de même, & vu l'incertitude & les défauts des autres Epreuves, il y a apparence que celle-ci seroit préférable.

M. de Reaumur a bien profité de son Thermometre pour voir au juste quels étoient les differens degrés du plus grand froid que puissent produire les differens Sels, la dose convenable pour chacun étant toujours supposée. Aucun Sel concret ou moyen n'a égalé le Sel Marin, qui, comme nous l'avons vu, donne 15 degrés de froid. Dans la Classe des Alkalis le Sel Armoniac, qui passe pour si actif à cet égard, n'a été qu'à 13 degrés, la Soude au même degré que le Salpêtre bien raffiné. Un plus grand détail nous seroit inutile, il suffit que l'on voye, & on le verra aisément, que par ces sortes d'expériences faites en assez grand nombre, on pourroit dresser des Tables où le degré du plus grand froid que puisse donner chaque Sel lui seroit assigné, après quoi on caractériseroit chaque froid, observé d'ailleurs, par le nom de son Sel, ce qui seroit quelque chose de plus particulier & de plus distinctif que le nombre d'un degré de Thermometre.

Nous n'avons encore considéré ce sujet qu'avec des yeux de Physiciens, & à continuer de cette sorte, il ne seroit question que d'aller toujours plus loin d'expérience en expérience. Mais l'Art de faire des Glaces n'est pas étranger ici, & il est bon de s'y ar-
rê-

rêter un peu, & de faire des réflexions qui lui conviennent. Il ne s'agit point dans cet Art d'avoir le plus grand froid qu'il se puisse, on ne veut pas des Glaces d'une extrême ni même d'une grande dureté, au contraire on les veut légères, & qui ne soient, comme on dit, que des *Neiges*. C'est pour cela qu'on s'accommodoit si-bien du Salpêtre; il avoit même l'avantage, dont on ne s'appercevoit peut-être pas, qu'étant mauvais il en valoit mieux pour cet usage. Il est rarement nécessaire que des Glaces se fassent fort promptement; mais il l'est, sur-tout pour les Marchands, qu'elles se conservent un assez long-tems sans se fondre. Enfin le prix des Sels qu'il faut employer n'est pas tout-à-fait indifférent. Ces différentes conditions se combinent différemment ensemble & forment ainsi comme autant de petits Problèmes, que M. de Reaumur résout. Si l'on veut des Glaces qui se fassent très vite, & soient très froides & très fortes, il faut le Sel Marin, elles ne seront que trop fortes & trop froides; mais elles coûteront cher en ce pays-ci, & ce qu'on n'auroit peut-être pas crû, elles se conserveront peu. Au contraire la Soude d'Alicant donnera des Glaces du degré de froid qu'on les veut ordinairement, qui se conserveront assez, & ne coûteront guere, mais qui se feront formées plus lentement. M. de Reaumur a trouvé une autre matiere à beaucoup meilleur marché que la Soude, & qui fait à très peu près les mêmes effets, & au même degré, une matiere à laquelle on ne s'aviserait pas de s'abbaïsser dans une recherche où l'on

l'on est parti du Salpêtre & du Sel Marin; c'est de simple Cendre de bois , pourvu que ce bois soit neuf.

On voit par toutes les expériences, & jusqu'à présent sans exception, que le mélange d'une matiere quelconque avec la Glace pilée ne cause un nouveau froid, que parce qu'il fait fondre cette Glace. Quand on trouve moyen d'empêcher qu'il ne la fasse fondre, nulle production nouvelle de froid.

Reprenons maintenant la pure Physique, & ne nous arrêtons plus à des pratiques, & à des opérations, qui peuvent avoir d'autres vues que les siennes. Nous n'avons encore parlé que des Sels ou concrets ou Alkalis, qui sont les uns & les autres en forme sèche; mais nullement des liqueurs spiritueuses & Acides qui se tirent des Sels concrets, & qui apparemment participent à leur vertu de produire du froid. Elles font plus qu'y participer, elles l'ont à un plus haut degré. De l'Esprit de Nitre, qu'on aura eu soin de refroidir jusqu'au point de la Congélation du Thermometre, étant versé sur de la Glace pilée, dont le poids soit environ double du sien, on verra aussi-tôt le Thermometre descendre avec vitesse jusqu'à 19 degrés, & par conséquent on aura un froid de 4 degrés plus fort que celui qu'avoit donné le Sel-Marin, le plus efficace des Sels concrets.

On peut donner & à l'Esprit de Nitre & à la Glace pilée un plus grand froid que celui de la Congélation, il n'y a qu'à environner ces deux matieres de Glace mêlée avec du Sel Marin; & si après les avoir ainsi préparées

on

on les éprouve, on trouve qu'on a produit un froid de près de 24 degrés, c'est-à-dire, qui est à celui de 1709 presque comme 12 à 7. En suivant cette même voye, en refroidissant davantage le mélange d'Esprit de Nitre & de Glace, on aura encore de plus grands degrés de froid. M. de Reaumur n'en a pas trouvé le terme, il voit seulement que les augmentations du froid vont toujours en décroissant, ainsi qu'il étoit raisonnable de le conjecturer.

Mais ce qu'on n'eût pas deviné, c'est que le Sel Marin étant si supérieur au Salpêtre par rapport à l'effet dont il s'agit, l'Esprit de Sel est cependant inférieur à l'Esprit de Nitre. Quelle bizarrerie, qui n'en est pourtant pas une au fond! Le vrai Système n'en admet pas.

C'en est encore une de même espece, que le froid causé par une liqueur qui ne paroît être qu'un feu liquide, par l'Esprit de vin. Employé précisément de la même façon que l'Esprit de Nitre, il s'en faut peu qu'il n'en égale la force pour une production qu'on n'eût pas cru leur devoir être commune.

Le mélange d'une matiere quelconque avec la Glace pilée ne causant, comme nous l'avons dit, un nouveau froid que parce qu'il fait fondre la Glace, il s'ensuit d'abord que c'est-là dans chaque opération le moment du plus grand froid; car après cela l'air extérieur, qu'on suppose toujours plus chaud, ne peut plus que diminuer toujours ce froid étranger & forcé. Il suit encore, que plus la fonte de la Glace sera prompte, plus le froid sera grand:

grand: il seroit à souhaiter que cette fonte pût être instantanée, toutes les parties de la Glace donneroient leur plus grand froid en même tems, & pour cela il faudroit que chaque particule de Glace fût attaquée en même tems par une particule de Sel capable de la fondre, ce qui demande que la Glace & le Sel soient atténués, pulvérisés jusqu'à un certain point; car ils ne peuvent l'être à l'infini, ou autant que la dernière perfection l'exigeroit.

De-là naît une Règle, non pas absolument précise, mais suffisante, pour déterminer à-peu-près la dose du Sel qu'on mêlera avec la Glace. On sait par expérience combien une certaine quantité d'eau peut fondre d'un certain Sel; si l'on pouvoit diviser la Glace & le Sel en parties infiniment petites, il faudroit mettre le Sel en même quantité que la Glace; ou si l'on veut ici une plus grande exactitude géométrique, & concevoir les infiniment-petits de la Glace & ceux du Sel inégaux, il faudroit mettre le Sel dans la dose indiquée par la quantité de ce que l'eau en peut fondre. Mais comme on ne va pas jusqu'à l'infiniment-petit, il faudra que cette dose soit plus forte, & même assez considérablement. Comme les particules de Glace ne seront attaquées qu'en différens tems, il faudra du moins que la force dont seront attaquées celles qui le seront, répare ce désavantage.

Quand on aura trouvé quelle est la meilleure dose pour le Sel Marin, il sera aisé de voir que d'autres Sels, dont l'eau ne peut pas fondre une aussi grande quantité, devront être em-

employés en moindres doses, & au contraire.

Les Liqueurs qui, aussi-bien que les Sels, sont capables de produire du froid, les Esprits Acides, l'Esprit de vin, sont, pour ainsi dire, plus libres dans leur action, & l'exercent avec plus d'aisance que les Sels, ils pénètrent en un instant la Glace, & l'attaquent vivement de toutes parts. Seulement il est indispensable, pour la production du froid, que de ces Liqueurs & de la Glace fondue il se fasse un nouveau liquide parfaitement liquide, ou dont les parties soient bien mêlées. Des Huiles fondront bien la Glace, mais elles ne se mêleront pas avec l'eau qui lui succédera, & il n'y aura aucun nouveau froid.

M. de Reaumur, après s'être procuré des moyens si faciles & si sûrs de produire & mesurer les plus grands froids, voulut en jouir par des expériences qui lui apprissent quelque chose ou d'intéressant ou de curieux; par exemple, quel degré de froid est nécessaire pour tuer certains Insectes, c'est-à-dire, pour geler les liqueurs qui font leur vie: il est bien sûr qu'alors leur corps perd toute sa mollesse, toute sa souplesse, & devient tout roide.

Il y a quelques Especes de Chenilles qui gèlent à 7 ou 8 degrés de froid; d'autres plus petites, & absolument fort petites, & très délicates en apparence, soutiennent sans se geler 17 degrés, 3 degrés de plus que le froid de 1709. Malheureusement celles-ci sont les plus communes, & sont celles qui font le plus de ravage. Il n'y a donc pas lieu de se consoler de la rigueur d'aucun Hiver,
par

par l'espérance qu'il exterminera ces Chenilles.

Cependant le sang de ces fortes d'Animaux ne paroît guere qu'une liqueur aqueuse, qui devroit être très susceptible de congélation. Le sang des grands Animaux le paroît beaucoup moins, & l'est réellement beaucoup davantage. Quand saura-t-on dans ces matieres-là plus que les faits, qu'il est pourtant toujours très curieux & très important de savoir?



O B S E R V A T I O N S DE PHYSIQUE GENERALE.

I.

MHELVETIUS a communiqué à l'Académie la Relation suivante, qui lui avoit été envoyée par le Gouverneur de Surinam son parent. Elle a été faite par M. de Treytorens, Médecin, témoin oculaire.

Il y avoit, au tems que la Relation a été écrite, 9 ou 10 mois qu'une Nègresse esclave, grande & bien faite, & qui avoit déjà eu quelques Enfans, en accoucha d'un qui parut fort singulier. Il étoit grand, bien formé, très blanc, couleur qui lui a toujours duré. Toute sa physionomie, tous les traits de son visage, étoient d'un Negre, les Levres grosses & relevées, le Nez écrasé & camus. De plus il avoit comme les autres Nègres de la laine à la tête, mais une laine aussi
blan.

blanche que de la Neige. Quoique fort exposé au Soleil pendant tout le tems où ceci est renfermé, il n'avoit point rougi, non plus que la laine de sa tête. Le blanc de ses yeux étoit fort clair, ce qui n'est pas rare; mais son Iris étoit d'un rouge fort vif, & couleur de feu, marbrée seulement de quelques traits blancs tirans sur le bleu; la Prunelle que nous ne connoissons que noire, & qui doit l'être puisque c'est un vuide, étoit aussi très rouge. Cet Enfant ne vouloit pas ouvrir les yeux quand il faisoit un Soleil vif & violent, hors de-là ils les ouvroit, & voyoit dans un lieu peu éclairé. Lorsqu'il vouloit fixer la vue sur quelque objet, son Iris & sa Prunelle prenoient un mouvement extrêmement rapide, comme d'un tournoyement autour de leur centre, & il sembloit que l'Enfant se fût mis tout d'un coup à chercher quelque chose des yeux avec beaucoup d'inquiétude. Il avoit le Piam, maladie ordinaire aux Negres, & n'en avoit encore rien perdu de son embonpoint. Ses dents continuoient de pousser, & il en avoit déjà cinq. Il paroissoit peu intelligent, & destiné à être imbécille.

La grande question est de savoir qui étoit son Pere. Ce n'étoit pas un Noir, quoique la Mere le dît. Il est bien vrai que les Enfans des Noirs naissent blancs, à l'exception d'un peu de noir aux parties génitales & à la racine des Ongles; mais quelques jours après leur naissance, ils changent, & deviennent noirs. S'ils sont Mulâtres, enfans d'un Blanc & d'une Noire, ils deviennent rouges. On reconnoit à ces marques les différentes origi-

origines, & elles ne peuvent être longtems douteuses. Quant à l'Enfant dont nous parlons, il étoit encore parfaitement blanc à 9 ou 10 mois.

Son Pere n'étoit pas non plus un Blanc. D'où lui seroient venus tous ces traits de Nègre si marqués, cette laine au-lieu de Cheveux? D'ailleurs la Mere avoit déjà fait un Mulâtre, & n'avoit pas caché qu'il étoit venu d'un Blanc; pourquoi l'auroit elle caché cette fois-ci, comme elle faisoit obstinément? Il est constant encore, que les Noires se tiennent honorées d'un commerce avec les Blancs, & ne manquent pas de s'en vanter.

Il est parlé dans quelques Relations d'Afrique de certains Peuples blancs, ou du moins, s'ils sont en trop petit nombre, de certains hommes blancs, qui habitent dans le pays des Noirs. On remarque particulièrement qu'ils ont la vue extrêmement foible, qu'ils ne peuvent presque pas soutenir le jour, & qu'ils ne sortent que la nuit de leurs Cavernes ou tanières. Les Noirs ne les traitent pas d'hommes, & les chassent comme des Bêtes. On voit assez la ressemblance que l'Enfant de la Nègresse pourroit avoir avec eux; & ce qui sembleroit d'abord confirmer cette idée, c'est que la Relation de Surinam porte expressément que de vieux Negres amenés de la Côte de Guinée, ont dit qu'ils ont vu en cette contrée des Enfans blancs dans des endroits où il ne va jamais de Blancs, mais que leurs Chefs les font bien-tôt périr. On conçoit bien qu'un Blanc d'Afrique auroit rencontré la Nègresse en Afrique, & que de-

de-là feroit venu l'Enfant ; mais comment l'aura-t-il rencontrée en Amérique ? comment y feroit-il venu ? ne l'y auroit-on pas vu ? il est vrai que quelques-uns disent qu'il y a de ces Blancs en Amérique. On a encore bien des éclairciffemens à fouhaiter sur ce Pere, qu'il feroit fi curieux de connoître.

I I.

M. le Duc de Richemont a écrit à M. du Fay que le 5 Novembre de cette année, à 3 heures & demie après minuit, il y eut un tremblement de terre à Chichester dans la Province de Suffex en Angleterre. Toutes les Maisons, les Lits, les Meubles, ont tremblé, des portes se font ouvertes, des Cloches ont sonné, ce qui étoit posé sur des bords de Cheminées est tombé. On disoit que le tremblement avoit été encore plus sensible à Portsmouth & à Arondel. On observa que c'étoit moins un tremblement qu'un balancement du Nord au Sud, semblable au tangage d'un Vaisseau en ce sens-là ; car tous ceux qui étoient couchés dans la direction du Nord au Sud, sentirent un mouvement de la tête aux pieds, & ceux qui étoient couchés dans la direction de l'Est à l'Ouest, ne sentirent qu'un mouvement semblable au roulis d'un Vaisseau, ou à celui du Berceau d'un Enfant.

M. Bouguer, qui étoit au Havre, a écrit qu'on y sentit le même jour, entre 3 & 4 heures du matin, trois ou quatre légères secouffes. On en sentit aussi de l'autre côté de la Seine. On n'a point eu d'autres nouvelles
sur

sur ce sujet, & il n'y a pas d'apparence que le tremblement ait eu plus d'étendue en France. Il n'aura été que le foible commencement de celui d'Angleterre.



Cette année parut un Livre de M. de Reaumur, intitulé *Mémoires pour servir à l'Histoire des Insectes. Tome I. Sur les Chenilles, & sur les Papillons*. On comprend assez par ce Titre, que M. de Reaumur a en vue un dessein si grand & si vaste, qu'il ne prétend pas le remplir entierement, mais seulement aider à le remplir, si on peut l'entreprendre quelque jour; & que ce qu'il donne présentement au Public, n'est qu'une partie de ce qu'il lui donnera.

Les *Insectes*, selon la force du mot, ne sont que les Animaux dont le corps est comme coupé par des especes d'Anneaux qui en divisent la longueur; mais l'usage commun étend ce mot plus loin, on appelle *Insectes* tous les petits Animaux très differens des grands par leurs figures, méprisables par leur petitesse, ou haïssables par les dommages qu'ils nous causent. Ils sont peut-être aussi bien définis par ce mépris & par cette haine, que par une définition plus régulière, qui seroit apparemment très difficile.

Cependant si l'on jugeoit que les Animaux que la Nature a eu principalement dessein de produire sont ceux qu'elle a produits en plus grand nombre, je dis plus grand même par rapport aux différentes Especes, il se trouveroit

veroit que cette sorte de prédilection de la Nature seroit toute entiere, & presque infinie en faveur des Insectes. Il y a des Insectes sur la Terre, dans l'Air, dans toutes les Eaux, & il y a dans chacun de ces trois Elémens sans comparaison plus d'Insectes que de grands Animaux qui leur appartiennent.

On pourroit croire que les Insectes sont en plus grand nombre, parce qu'étant beaucoup plus petits, ils sont plus aisés à nourrir: mais cette raison n'auroit lieu que pour la multitude des Individus, & non pour celle des différentes Especes, beaucoup plus grande que dans aucun Genre connu des grands Animaux. Pourquoi tant de soin de varier les Especes, dans des Genres qui par eux-mêmes seroient des objets peu importants?

Mais, ce qui fera encore beaucoup plus fort, pourquoi la Nature a-t-elle employé tant d'art à la formation des Insectes, que les grands Animaux paroissent presque en comparaison des ouvrages négligés? N'y eût-il que les Métamorphoses ou transformations communes à la plus grande partie des Insectes, elles demandent une plus fine Mécanique, plus de ressources d'invention que les Machines des grands Animaux, toujours constantes & invariables pendant leur durée.

Encore plus. Les grands Animaux, ou sont totalement privés d'industries particulieres, comme les Bœufs, les Chevaux, les Moutons; ou s'ils en ont quelques-unes, comme les Oiseaux pour la construction de leurs Nids, elles ne sont pas comparables à celles d'une infinité d'Insectes, aux Ruches

Hist. 1734.

B

des

des Abeilles, aux Coquès des Chenilles, &c. Si l'on veut bien honorer du nom d'esprit les instincts naturels des Animaux, les Insectes sont certainement ceux qui ont le plus d'esprit; & si cet esprit dépend, comme en nous, des dispositions organiques du Cerveau, les Insectes sont ceux de tous les Animaux dont le Cerveau est le plus & le mieux travaillé.

Ils sont donc bien éloignés d'être des ouvrages de la Nature méprisables, ou même peu dignes de notre attention. Les yeux des Philosophes savent bien leur rendre plus de justice, ils découvrent en eux les plus surprenantes merveilles que la souveraine Intelligence ait répandues sur notre Globe; & la profonde admiration qu'on lui doit, en redouble.

Mais outre cette utilité plus que philosophique, & qui va jusqu'au théologique, l'étude des Insectes peut en avoir d'autres plus grossières, & par conséquent plus frappantes pour le commun des hommes. Si on avoit dédaigné d'observer une espèce de Chenilles, nous serions privés de la Soye; & quelle perte ne seroit-ce pas pour les commodités & les agrémens de la vie, même pour la Médecine, qui fait tirer de la Soye un si bon remède? Ce sont des Fourmis des Indes qui nous donnent la Laque, des espèces de Punaises d'Amérique qui fournissent la Cochenille; & sans entrer dans un plus long dénombrement des différens profits dont nous sommes actuellement les Insectes, ne sera-ce pas une autre sorte de profit toute contraire
&

& aussi avantageuse que de savoir détruire ceux qui nous sont nuisibles, quand nous les aurons assez étudiés ? M. de Reaumur a déjà trouvé ce secret à l'égard des Teignes qui gâtent nos Etoffes de Laine *. Les connoissances qui demeureront inutiles par rapport à ces usages sensibles & populaires, car assurément il en demeurera, seront la portion & le domaine propre des Philosophes.

Ce n'est que depuis assez peu de tems que l'on s'est mis à étudier les Insectes bien sérieusement, & avec méthode, & il est facile de compter ceux qui s'y sont appliqués. Dans cette Science naissante & peu cultivée, M. de Reaumur a trouvé beaucoup à faire, & beaucoup plus que n'en peut faire un seul homme, & un seul Siecle, même en se renfermant dans quelques Especes particulieres d'Insectes. Ce sont une infinité de petits faits qui se cachent aux yeux pour la plupart, qui, s'ils se montrent, passent en un instant, & alors même s'envelopent encore dans une forte de mystere. Un moment manqué pour l'observation ne se retrouve plus, & il n'y a qu'un hazard heureux qui puisse non seulement le donner, mais enseigner quel est ce moment important qu'il faut attendre, & ensuite saisir. Il est très difficile de bien voir, & très difficile de savoir seulement où l'on doit principalement porter sa vue. Les yeux, qui le plus souvent ont besoin d'être armés d'une Loupe ou d'un Microscope, ont encore plus de besoin de l'être d'un esprit pénétrant qui ap-

* V. les M. de 1723. p. 201. & suiv. p. 439. & suiv.

apperçoive au-delà des Microscopes & des Loupes. A peine l'industrie d'un Homme peut-elle bien découvrir toute celle d'une Chenille qui travaille à sa Coque.

On verra dans tout le Livre de M. de Reaumur jusqu'à quel point il a porté l'assiduité, la patience, la sagacité de l'observation. Il fait le récit des difficultés qu'il a trouvées, des expédiens qu'il a imaginés pour les vaincre, des hazards qui l'ont ou traversé ou favorisé, de ce qui lui a fait ou prendre ou rejeter certaines idées, enfin de toutes ses aventures, pour ainsi dire, & de toute sa conduite dans le pays peu connu où il s'étoit engagé, & qu'il défrichoit pour la plus grande partie. Cette Relation du Voyage, agréable par elle-même, sera de plus instructive pour d'autres Voyageurs qui viendront après lui.

Ce Volume qui est gros, & qui sera suivi de plusieurs autres, ne regarde que les Chenilles. Tout le monde les connoit, & fait grossièrement leur Histoire. Elles se changent en ce que le peuple appelle *Fèves*, & les Naturalistes *Chrysalides*, ou *Aurélies*, ou *Nymphes*. Enfin elles deviennent Papillons, & ne songent à la propagation de leur Espèce qu'en ce dernier état.

Quand un Naturaliste veut parler du Bœuf, du Cheval, du Mouton, &c. il n'a qu'à le nommer, on connoit l'Animal dont il parle, & on lui applique sans peine tout ce qu'on en apprend. Mais quand un Naturaliste parlera d'une Chenille, comme il y en a une infinité d'Espèces très différentes entre elles, on ne saura de quelle Chenille il parle, & on
sera

sera hors d'état de vérifier, de suivre, de rectifier, s'il le faut, ce qu'il aura dit, à moins qu'il n'ait si-bien désigné & caractérisé sa Chenille, qu'on la puisse retrouver sûrement.

Pour cela il faudroit avoir fait sur les Chenilles ce que de grands Botanistes ont fait sur les Plantes, des distributions en Classes, Genres & Espèces. On entendra nettement ces trois termes, pourvu qu'on se souvienne que dans une distribution pareille qui regarderoit les grands Animaux, les Quadrupèdes, par exemple, seroient une Classe; les Chiens, un Genre; les Dogues, les Lévrier, &c. des Espèces. Les caracteres les plus propres à bien désigner ces trois ordres, ce sont les plus sensibles, les plus frappans, les plus populaires, ceux qui se manifestent le plus vite; car il faut que tout le monde puisse reconnoître ce dont il s'agit, sans hésiter, & le plus promptement qu'il se puisse.

M. de Reaumur s'est tourné de tous les côtés pour tâcher de distribuer les Chenilles en Classes, Genres & Espèces, soit par leur figure, & par les proportions de leur corps; soit par le nombre de leurs Anneaux; soit par celui de leurs Jambes écailleuses ou membraneuses; soit par certaines Cornes qu'elles ont quelquefois vers la tête, quelquefois vers le derriere; soit par des tubercules ou mamelons semés quelquefois sur leur peau; soit par les poils qu'elles ont souvent, & dont elles sont quelquefois privées; soit par la position des touffes ou bouquets de ces poils, soit par les couleurs disposées sur leur peau ou

en long ou en travers; soit par les Plantes qui leur servent d'aliment préférablement aux autres; soit par leur genre de vie, ou solitaire, ou en société, &c. Tous ces principes de différence, très nombreux par eux-mêmes, se combinent si diversement ensemble, & se soutiennent si peu dans chaque combinaison, qu'on diroit que les Chenilles ont voulu se dérober à tout ordre artificiel de la Philosophie. Cependant M. de Reaumur n'a pas laissé d'établir sept Classes, sous lesquelles il indique comment on pourra ranger des Genres & des Especes. Il a déjà les moyens de caractériser assez bien les Chenilles, dont il traite, pour les rendre aisément reconnoissables.

Ce sont-là de ces endroits d'un Ouvrage qui ont apparemment le plus coûté, & qui intéressent le moins la plupart des Lecteurs. Combien de gens peu curieux de voir jamais les Chenilles de M. de Reaumur, se contenteront d'apprendre & de croire sur sa parole qu'il y en a qui ont telles & telles propriétés, qui font telles & telles opérations? Mais il faut que des Naturalistes plus curieux & mieux instruits travaillent pour ces gens-là mêmes, & c'est pour faciliter le travail des Naturalistes que l'on entre dans des discussions qui ne sont que pour eux.

Nous ne prendrons de tout le Livre de M. de Reaumur que ce qui peut être du goût de ce plus grand nombre de Lecteurs, les faits principaux, que nous dépouillerons même de l'ingénieux & agréable détail des explications mécaniques. Il nous meneroit beaucoup

coup trop loin, & souvent ces faits ainsi dépouillés seront comme des especes d'Enigmes proposées par la Nature, & dont le mot ne sera pas aisé à trouver.

Les Chenilles ne paroissent qu'au Printems, lorsqu'une bonne provision d'alimens differens, selon le goût des différentes Especes, les attend de tous côtés.

Quelques Especes vivent en communauté, elles se mettent plusieurs ensemble à ronger la même feuille; d'autres veulent vivre solitaires, & ronger chacune leur feuille à part.

Il y en a, j'entends des Especes, qui ne mangent que la nuit, & se vont cacher sous terre pendant tout le jour; de sorte qu'un Jardinier qui a laissé vers le soir une Plante bien exempte de Chenilles, bien saine, est fort surpris de la retrouver le matin toute ravagée, sans y découvrir les ennemis.

Quelques Especes de Chenilles n'ont point, comme toutes les autres, la faculté d'étendre & de resserrer, d'allonger & de raccourcir leurs anneaux; elles ont le corps roide, & quand elles se sont accrochées sur une branche par leurs premières jambes, elles peuvent s'y soutenir pendant une heure entière, le corps posé en-haut verticalement, de manière qu'on les prendroit pour un petit brin de bois. Quelle force ne faut-il pas à leurs Muscles pour une attitude si contrainte! Elle peut durer encore après leur mort, ce qui augmente la merveille. Il leur faut encore sans comparaison plus de force pour se soutenir horizontalement, comme elles font quand il leur plait.

Il y a des Chenilles si voraces, qu'en moins de 24 heures elles mangent plus du double du poids de leur corps. Les grands Animaux sont bien sobres en comparaison. Aussi croissent-elles extrêmement vite.

M. Malpighi a découvert que les Chenilles respiroient l'air par 18 Poumons, dont les Trachées avoient leurs ouvertures extérieures disposées le long du corps sur deux lignes parallèles. Ce qui a prouvé à ce grand & ingénieux Observateur que ces ouvertures qu'il appelle *Stigmates*, sont des ouvertures de Trachées, c'est qu'en y appliquant de l'Huile qui les bouchoit, il voyoit les Chenilles mourir étouffées. Il a cru, & même sur quelques expériences, que l'air ressortoit ensuite par les mêmes endroits par où il étoit entré, ainsi que dans les grands Animaux: mais M. de Reaumur, qui a eu le mérite de vouloir encore, après une si grande autorité, s'en convaincre par lui-même, a trouvé, en tenant des Chenilles sous l'eau, où elles vivent des heures entières, que tout leur corps se couvre de bulles d'air, & beaucoup moins aux endroits où sont les *Stigmates*, & que par conséquent l'air sort de toute l'habitude du corps par des ouvertures insensibles, comme la matiere de notre transpiration. Il a été réduit en particules extrêmement subtiles par son passage dans des canaux aussi fins que ceux qui ont fait les rameneaux, & les rameaux de rameaux de Trachées aussi déliées dès leur origine. De plus, les Chenilles ne se gonflent point, comme les autres Animaux, dans la Machine du Vuide: marque que l'air con-

contenu dans leur corps s'en échappe aisément.

Elles vivent des deux ou trois jours dans ce Vuide, quelque parfait qu'on l'ait pu faire, mais sans aucun mouvement. Dès qu'on leur rend l'air, elles se raniment.

M. Malpighi a cru que les Chenilles avoient tout le long & au milieu de leur corps un grand nombre de Cœurs aussi-bien que de Poumons : mais autant qu'on en peut juger dans une Anatomie si délicate, & qui approche tant d'être impossible, M. de Reaumur croit que cette suite apparente de Cœurs n'est qu'une longue Artere droite, qui, à la vérité, a des étranglemens qui semblent la diviser en différentes parties, mais des étranglemens causés par des compressions de corps voisins, & tels qu'on peut les faire disparaître.

Tous les ans les Quadrupedes & les Oiseaux muent, c'est-à-dire, changent de poils ou de plumes. Les Insectes font plus : tous ceux que M. de Reaumur connoit, & il en connoit beaucoup, changent de peau une fois au moins en leur vie, les Vers à soie jusqu'à quatre fois, la plupart des autres Chenilles autant.

Quand les Chenilles se préparent à muer, elles cessent de se nourrir, tombent dans une grande langueur, & perdent l'éclat de leurs couleurs, & quelquefois quelques-unes de ces couleurs mêmes.

En général leur artifice pour se dépouiller consiste à gonfler & à contracter alternativement leurs Anneaux, moyennant quoi leur an-

cienne peau tirillée en divers sens se détache de la nouvelle déjà toute formée au-dessous, & vient à se fendre en quelque endroit par où le corps de la Chenille a un commencement d'issue. Le reste est facile à imaginer.

Mais la merveille est d'un côté la perfection de l'ancienne peau, de l'autre celle de la nouvelle. La dépouille est si parfaite, qu'elle comprend les Dents, les Ongles, & jusqu'au Crâne, qui est assez dur & écailleux. La nouvelle peau est si parfaite, que dans les Chenilles velues elle a les poils tout pareils à ceux qui sont restés sur l'ancienne, disposés de la même manière, aussi longs, & quelquefois plus, & cela dès que l'Animal paroît dans son renouvellement. On ne peut donc pas penser que les nouveaux poils fussent logés dans les anciens comme dans des Etuis, d'où ils se seroient dégagés; M. de Reaumur s'est encore assuré de la fausseté de cette idée, en coupant bien exactement tous les poils à une Chenille toute prête à muer, il eût coupé nécessairement aussi les poils de la nouvelle peau, mais elle n'en fut pas moins couverte. Tout ce qui reste à penser, & on peut s'en assurer par ses yeux, c'est que les nouveaux poils bien formés & ayant toute leur étendue, se tiennent couchés sur la nouvelle peau, parce que l'ancienne les y oblige tant qu'elle n'est pas détachée. On conçoit même que l'effort qu'ils font pour se redresser doit aider à la séparation des deux peaux, sans compter une liqueur assez abondante qui se répand alors entre elles.

M. de Reaumur a trouvé que le nouveau
Crâne

Crâne étoit presque toujours considérablement plus grand que l'ancien ; & comment a-t-il été renfermé sous l'ancien ? ce seroit encore une question, quand il ne seroit qu'égal. Il faut qu'étant plus mou & plus flexible, il se soit un peu accommodé au lieu qui le renfermoit, & que quand il a été libre, il ait pris par son ressort sa figure naturelle, & en même tems sa consistance & sa dureté par le desséchement de l'air.

Il est à remarquer que les couleurs de la nouvelle peau ne sont pas toujours les mêmes que celles de l'ancienne ; & par conséquent, si on jugeoit par les couleurs, on pourroit croire qu'une même Chenille en feroit deux différentes, ou au contraire.

Quelque tems après leur dernière peau, il leur arrive encore un changement beaucoup plus considérable, elles deviennent ce qu'on appelle communément *Fève*, & dans la langue des Naturalistes *Chrysalide*, ou *Aurélié*, ou *Nymphe*.

Les noms de *Chrysalide* ou d'*Aurélié* viennent de la couleur d'or dont quelquefois tout le corps de quelques Espèces, ou quelques endroits du corps, brillent dans leur nouvel état. Le nom de *Nymphe* vient de ce qu'elles sont alors comme voilées, & couvertes de la manière dont l'étoient anciennement les *épousées*. Il est pourtant vrai qu'elles ressemblent davantage à des Momies d'Egypte. Tout le monde connoit la figure de quelques Chrysalides, ne fût-ce que de celles des Vers à foye. Toute Chrysalide est si différente de la Chenille qu'elle étoit auparavant, qu'on n'au-

roit jamais cru que ce fût le même Animal. Elle n'a même presque plus aucune apparence d'Animal, nul mouvement, nul besoin de nourriture, nul signe de vie, si ce n'est quelque sensibilité dans la partie postérieure de son corps, quand on la touche.

Pour se garantir des accidens contre lesquels elles n'ont point de défense dans cet état de foiblesse & de langueur, les Chenilles, qui semblent le prévoir, se filent des Coques où elles s'enferment, & sont à l'abri de tout. Les Vers à soye s'en font de très fortes, de très épaisses, & d'une belle matiere qui est une richesse pour nous. D'autres Chenilles ne se filent que des Coques peu garnies, au travers desquelles on les voit, & dont la matiere est mauvaise. D'autres, qui ont peu de matiere à fournir, remplissent les vuides de leur tissu de soye par de petits grains de terre fort adroitement transportés & placés où il faut, ferrés & battus autant qu'il l'a fallu. D'autres prennent une feuille pour la cage de leur édifice, la plient & la roulent très industrieusement en forme de Cornet par le moyen de fils de soye qu'elles attachent d'un bord à l'autre de la feuille. D'autres enfin, tant la variété est grande, se passent de Coques, & se retirent seulement dans des lieux de sûreté; ou bien même plus hardies ou moins prévoyantes, elles se tiennent à l'air sous la dangereuse forme de Chrysalides.

De celles-ci quelques-unes ont l'art de se fixer contre un corps solide, suspendues seulement par la queue, la tête en en-bas; d'autres

tres, par un art encore plus étonnant, se font entouré le milieu du corps d'un cordon de foye qui les tient suspendues, & les assure dans cette situation. Si on fait bien réflexion à ces deux dernieres industries, on sentira combien elles doivent être difficiles. Il y a bien là, aussi-bien que dans beaucoup d'autres choses du même genre, de quoi exercer l'adresse du Physicien pour trouver les moyens de voir ce qui se peut voir de ces sortes de manœuvres, & sa sagacité pour suppléer par raisonnement à ce qu'il n'aura pas vu.

Quand la Chenille doit devenir Chrysalide, elle s'y prépare par quelque tems de jeûne; peut-être est-ce un jeûne forcé par des douleurs qu'elle souffre. Les peaux qu'elle a quittées successivement jusques-là ne couvroient qu'une Chenille, ne laissoient voir en tombant qu'une Chenille; mais la dernière peau n'en couvroit plus, & n'en laisse plus voir une, c'est un Animal d'une figure & d'une constitution toute differente, une Chrysalide.

La Chenille, après avoir cessé de prendre de la nourriture, se vuide abondamment. On trouve dans ses excréments des portions d'une Membrane que M. de Reaumur a reconnue pour être celle qui doubloit le canal de leur Estomac & de leurs Intestins. Elles la rejettent comme font les Ecrevisses, dont il a été parlé dans l'Histoire de 1709 * d'après M. Geoffroy.

Les mouvemens & les efforts nécessaires
pour

* P. 19.

pour quitter le dernier fourreau de Chenille, sont plus grands que ceux qui l'ont été pour les précédentes dépouilles. Cependant cette opération difficile est fort prompte. Toutes les actions de la Chenille ont été exposées dans le détail le plus exact & le plus curieux.

Quelquefois le fourreau de Chenille lui reste attaché par en-bàs en un petit endroit, elle ne le peut plus souffrir, & elle use d'une industrie nouvelle pour achever de s'en défaire entierement.

Vu la grande diversité des Especes de Chenilles, on s'attend bien que les Chrysalides seront de figures fort différentes. Elles ont aussi une durée fort différente jusqu'à la transformation qui les attend encore. Quelques-unes ne sont Chrysalides que 10 jours, d'autres le sont pendant tout l'Hiver & une partie du Printems. Ce sont-là les deux extrêmes.

En quittant le fourreau de Chenilles, les Chrysalides y laissent leurs 18 Stigmates bien marqués, & même plus aisés à observer & à examiner par rapport à leur structure, qu'ils ne l'étoient auparavant. Mais elles en ont d'autres presque semblables sur leur nouvelle envelope de Chrysalide. Il y a donc lieu de croire qu'elles respirent, quoique mortes en apparence; elles respirent en effet: mais ce qu'il y a de singulier, c'est qu'elles perdent par degrés & jusqu'à un certain point où elles s'arrêtent, leur faculté de respirer, & le besoin qu'elles en ont. Dans les premiers jours, tous leurs Stigmates leur sont nécessaires; ensuite ceux d'en-bas se bouchent, & elles se contentent de ceux d'en-haut; quelques-uns de

de ceux-ci se bouchent aussi, & il ne reste enfin que les plus hauts, & ils leur suffisent. Comment a-t-on pu pénétrer jusqu'à ces particularités ? Des Chrysalides de differens âges ont été plongées dans de l'Huile à différentes hauteurs par M. de Reaumur, & il a vu jusqu'à quelle hauteur il falloit plonger chacune d'elles pour lui ôter la respiration, & la faire mourir, c'est-à-dire, la priver entierement du sentiment qui lui restoit.

Quand une Chrysalide est plongée dans l'eau, on ne voit plus son corps se couvrir de bulles d'air, hormis à l'endroit des Stigmates, comme il seroit arrivé lorsque la même Chrysalide étoit Chenille; ce ne sont plus que les Stigmates qui rendent de l'air, ceux qui ne se sont pas encore fermés. Il est fort naturel que l'enveloppe presque toute écailleuse de la Chrysalide ne laisse pas échaper l'air comme une peau molle & tendre: mais l'air a donc pris dans le corps de la Chrysalide des routes qu'il ne suivoit pas auparavant. C'est une conclusion étonnante, qu'il faut pourtant admettre.

La circulation de ce qu'on doit appeller *Sang* dans ces Animaux, change aussi. Cette longue Artere droite, dont nous avons parlé, pousse dans la Chenille sa liqueur du derriere vers la tête: dans la Chrysalide c'est le contraire.

Dans la Machine Pneumatique, la Chrysalide, à cause de la dureté & de la fermeté de son enveloppe extérieure, ne peut pas augmenter de grosseur; mais elle augmente de longueur, ses Anneaux qui étoient emboî-

tés les uns dans les autres, se déboîtent & s'écartent: tant il est vrai que l'air s'échapoit du corps des Chenilles, & ne peut plus s'échapper de celui des Chrysalides.

Après que celles d'entre les Chrysalides qui sont dorées, & qui même le sont le mieux, ont quitté leur envelope pour devenir Papillons, leur dépouille ne conserve rien de sa belle couleur d'or qui la rendoit si magnifique, elle n'est plus que d'une couleur très commune. Sur cela M. de Reaumur imagina qu'elle pouvoit ressembler à nos Cuirs dorés, qui le sont sans aucun or. Tout ne consiste qu'en un Vernis d'une couleur brune, quand il est en masse; mais s'il est étendu sur des feuilles d'un très beau blanc, bien polies, ce blanc vu au travers du Vernis paroît le plus bel or. Il se trouva en effet que la première peau très fine de la Chrysalide étant transparente, a sous elle ou une membrane ou une liqueur desséchée, qui est d'un très beau blanc. Cette première peau fait l'office du Vernis des Cuirs. Si on la détache seule avec adresse du corps de la Chrysalide, & qu'on l'étende sur de l'argent bien bruni, c'est de l'or. Si on l'enlève avec sa matière blanche, la dorure se perd dans quelques heures, apparemment parce que cette couche de blanc se dessèche à l'air, & par conséquent se ride, & perd le poli nécessaire; ce qui le persuade bien, c'est qu'il ne faut que la mouiller pour faire renaître l'or, & cela autant de fois qu'il a disparu. Mais la dorure de l'envelope que le Papillon a quittée naturellement, ne revient pas ainsi pour être mouillée. Quand le Pa-

pillon

pillon s'est dégagé, il est arrivé des changemens à la couche de blanc; peut-être les efforts qu'il a faits l'ont-ils ou détachée, ou trop altérée par le mélange de quelque autre matiere qui y est survenue à leur occasion.

Il faut que l'Animal subisse encore une métamorphose, qu'il prenne la forme de Papillon, très différente des deux premières. Il la prend ou dans sa Coque même, ou dans la petite retraite qui lui en a tenu lieu, s'il ne s'est pas fait de Coque. Dans ce 2^d cas il n'y a pas de difficulté à comprendre comment il sort; il n'y en a pas non plus quand sa Coque est fort mince, une gaze très légère & transparente, on le voit qui la perce avec sa tête; mais quand la Coque est très épaisse & très serrée, comme celle du Ver à Soye, on ne voit que, l'Animal sorti, la Coque percée à l'endroit de la tête, & on ne sait comment il a fait pour forcer sa prison. Après tant d'autres mystères de cette espece qui se sont laissé pénétrer par M. de Reaumur, celui-là s'est refusé à lui. Seulement il a conjecturé que l'instrument tranchant ou divisant, dont le Papillon s'étoit servi, car il en faut un, & la tête n'en peut faire la fonction par elle-même, pouvoit être ses Yeux. Le paradoxe paroît violent; mais ces yeux, dont nous parlerons tantôt un peu plus au long; sont tels que toute leur convexité est remplie d'une dentelure très fine & proportionnée aux fils de Soye qu'elle couperoit les uns après les autres, & sur lesquels elle agiroit comme une Lime sur du bois. Enfin c'est sûrement la tête qui opere; ce n'est pas
le

le total de la tête, c'en est donc quelque partie; il faut la trouver.

Il y a des Especes de Chenilles qui ne jettent pas les Naturalistes dans cet embarras, elles laissent leurs Coques ouvertes, & en sortent sans peine. Elles font donc, pendant tout le tems qu'elles sont Chrysalides, exposées sans aucune défense à toutes les attaques, à toutes les insultes des autres Insectes leurs ennemis? Non. Elles ont fait une espece de Labyrinthe, où l'Insecte étranger s'égarerait sans arriver jusqu'à la Chrysalide. Un Poisson entre aisément jusqu'au fond de la Nasse, & n'en peut presque plus sortir: elles ont renversé l'artifice de la Nasse dans leur Coque, l'Insecte étranger n'y peut presque pas entrer, & le Papillon en sort sans difficulté.

Il n'est pas besoin d'observer bien finement une Chrysalide, pour y voir le Papillon comme emmaillotté. C'est un petit paquet disposé & arrangé de façon que le volume en soit le moindre qu'il se puisse, & qu'aucune partie ne soit ni blessée, ni trop gênée. Les quatre Ailes, par exemple, deux supérieures & deux inférieures, sont appliquées tout de leur long des deux côtés du corps: les deux *Antennes*, qui sont deux especes de longues Cornes que le Papillon porte sur le devant de sa tête, sont renversées de devant en arriere & étendues sur le dos. La Trompe dont il doit se servir pour sucer les fleurs, & qui est longue, peut être roulée en Spirale, & s'étendre aussi de son long.

L'envelope de Chrysalide, cartilagineuse comme elle est, & même écailleuse, est assez dure;

ture ; & quand le tems prescrit, où le Papillon doit en sortir, est arrivé, il a besoin de plus grands efforts que ceux qui lui ont suffi, quand il étoit Chenille, pour se dégager successivement de chacune de ses peaux.

De la Chenille au Papillon il n'y a point de vraie métamorphose. Il est visible que de la Chrysalide au Papillon il n'y en a point, c'est un simple développement qui se passe sous nos yeux ; c'est donc toujours la même chose dans le total, ou de la Chenille au Papillon ; le Papillon étoit enveloppé dans la Chenille avec ses Ailes, ses Antennes, sa Trompe, &c. mais rien de tout cela n'y étoit visible ; il n'y a que le bas de son corps, encore divisé en Anneaux, qui se sente de sa première forme de Reptile. D'un Oeuf à un Poulet, quel changement ! Ce n'est pourtant qu'un développement, dont on se peut donner le spectacle d'un bout à l'autre, & voir toutes les différentes Décorations se succéder. La Chenille peut être regardée, si l'on veut, comme l'Oeuf du Papillon. Il n'est point absolument nécessaire qu'un Oeuf, pour être véritablement Oeuf, ne prenne point de nourriture.

La première chose que fait le Papillon, c'est de se vider copieusement. Destiné désormais à des alimens plus délicats, il ne conserve rien de ses anciens alimens grossiers. Ces excréments sont quelquefois rouges, & accompagnés de quelques gouttes de cette couleur. Sur cela M. de Reaumur se souvient d'un trait de la vie du célèbre M. de Peiresc. On vit un matin dans la Campagne des environs d'Aix un grand nombre de taches rouges
se-

semées en differens endroits ; on s'imagine aussi-tôt que c'est une pluye de Sang tombée du Ciel, & on s'allarme de cet horrible présage. M. de Peiresc dissipa l'effroi par différentes remarques dignes d'un bon Physicien, & principalement en montrant de ces Taches dans de petits creux où une pluye n'auroit jamais pu tomber. On reconnoit bien là un accident causé par les Papillons dont nous venons de parler. Un Papillon, dont la tête a de l'air d'une tête de mort, a répandu encore bien de la terreur, quand il a paru dans des contrées déjà affligées de quelque calamité. L'ignorance de la Physique est souvent un grand mal pour le Genre-humain.

Il y a des Papillons qui ne volent ou ne volent guere que le jour, & d'autres au contraire que la nuit. On appelle les 1^{ers} *diurnes*, & les 2^{ds} *nocturnes*, ou *Phalenes*. Les nocturnes sont en beaucoup plus grand nombre que les diurnes.

Les nocturnes, qui apparemment craignent donc le jour, vont cependant la nuit se rendre à toutes les lumieres, quoique très vives, qu'ils voyent, & même s'y brulent : source très commune de comparaisons poétiques. M. de Reaumur ayant remarqué qu'il n'y a guere que les Mâles des Phalenes qui soient attirés la nuit par la lumiere, & voltigent à l'entour, soupçonne qu'ils cherchent leurs femelles brillantes peut-être, comme celles des Vers luisans *, de quelque lumiere, mais beaucoup plus foible, & visible seulement pour eux.

L'ex-

* V. l'Hist. de 1723. p. 11. 12.

L'expédient des petits Phares que portent des femelles, employé par la Nature pour avertir leurs Mâles du lieu où elles sont, pourroit bien avoir été employé plus d'une fois.

Quand le Papillon est sorti de son enveloppe de Chrysalide & de sa Coque, il est comme tout étonné de son nouvel état, & il lui faut quelque tems pour s'y accoutumer, ou, à parler plus précisément, pour se sécher à l'air, & se défaire d'une humidité superflue qui l'engourdissoit. Il commence à étendre ses Ailes. On pourroit s'imaginer qu'elles étoient pliées comme un Eventail sous le fourreau qu'il a quitté; mais non, elles étoient seulement fort petites, mais en récompense fort épaisses; leurs vaisseaux qui étoient gênés, contournés les uns sur les autres, pleins d'obstructions, vont se mettre en liberté, prendre les directions que demande le cours des liqueurs, & augmenter la superficie totale en diminuant à proportion l'épaisseur.

Les Ailes des Papillons, & cela leur est particulier, sont couvertes d'une espèce de poussière ou de farine, qui s'attache aux doigts, quand on y touche. On a vu avec le Microscope que chaque atome de cette poussière est une petite plume insérée par un pédicule dans le corps de l'Aile : M. de Reaumur croit que le nom d'*écaille* lui convient mieux, & le prouve. Ces écailles, qu'il a observées avec grand soin, sont d'une infinité de figures différentes, soit sur les Ailes de différens Papillons, soit sur les Ailes du même. C'est d'elles que viennent & toutes ces couleurs, & tous ces compartimens de couleurs, quel-
que-

quefois distribuées si agréablement & si heureusement, qu'elles donnent un grand prix à ces Ailes, & les rendent un objet de passion pour quelques Curieux.

Les Yeux des Papillons, aussi-bien que ceux des Mouches, des Scarabés, & de divers autres Insectes, sont une merveille des plus singulieres. Aux deux côtés de la tête sont deux petites plaques arrondies, luisantes, de consistance assez ferme, qu'on ne peut s'empêcher de prendre pour des Yeux, ou du moins pour leur Cornée. Mais ces Cornées, car nous leur en laisserons le nom, vues au Microscope, sont un Rézeau qui a une infinité de mailles rectilignes le plus souvent, & fort régulières, & du milieu de chacune s'élève une petite Lentille, que les plus grands Observateurs en cette matiere, & qui ont le plus consulté l'expérience, s'accordent à prendre pour un CrySTALLIN. En les comptant, il n'y a pas, selon M. Puget, moins de 17325 CrySTALLINS sur chaque Cornée d'un Papillon. Nous sommes des Aveugles, en comparaison de ces Insectes-là. La Nature, si prodigue pour eux à cet égard, n'aura pourtant pas été follement prodigue, elle ne leur aura donné que ce qui leur étoit nécessaire; mais pour quels usages, pour quels besoins ? c'est ce que nous ignorons, ainsi que beaucoup d'autres choses. Il faut qu'une ignorance se console à la vue du grand nombre de ses pareilles. Ce sont les surfaces convexes de chaque Cornée du Papillon, que M. de Reaumur a cru propres à scier la Soye de la Coqué.

Les Antennes sont encore une partie du
Pa-

Papillon très remarquable par sa structure, & dont l'usage est ou ignoré, ou très incertain. Elles sont en général mobiles sur leur base, en quoi elles diffèrent des Cornes des grands Animaux, & de plus articulées & divisées par des espèces de Vertebres, de sorte qu'elles peuvent se courber, se contourner au gré de l'Animal; du reste différemment conformées, différemment terminées, lisses ou à poils, & ces poils sont quelquefois au Microscope des barbes de Plumes, mobiles elles-mêmes sur leur base, &c. souvent les Antennes paroissent des tuyaux creux. Tant que l'on n'a guere examiné les Papillons, on a pu comparer les Antennes au Bâton des Aveugles; mais la comparaison ne peut plus convenir à des Animaux à qui l'on connoit tant de milliers d'Yeux; &, ce qui prouve mieux, c'est que les Papillons vont souvent les Antennes toutes droites, & ne s'en servent nullement comme d'un Bâton pour tâter leur chemin, ou reconnoitre ce qui se présente devant eux. Les Antennes seroient plutôt les Organes de l'Odorat des Papillons, qui apparemment en ont besoin pour le discernement des Plantes & de leurs suc. Mais après tout, pourquoi n'y auroit-il dans l'Univers que les cinq Sens dont nous sommes doués? S'il y en a d'autres, dont quelques-uns soient tombés en partage à des Animaux de notre Globe, certainement nous ne reconnoissons pas les Organes qui leur appartiendront. Un Sourd devineroit-il l'usage d'une Trompette?

Celui de la Trompe des Papillons, quand
ils

ils en ont une, car ils n'en ont pas tous, du moins sensiblement, est incontestable; elle leur sert à fucer les Fleurs, c'est leur unique Bouche. Ce Tuyau peut avoir jusqu'à 3 pouces de long. Son ressort naturel le tient roulé, & en cet état il trouve une espece d'Etui où se loger, il ne se déroule & ne s'étend en longueur que par la volonté ou une action de l'Animal. Il est composé d'Anneaux qui ne peuvent guere être faits que pour un mouvement vermiculaire, pour des contractions & des dilatations successives, qui conduiront de la fleur jusqu'au corps de l'Animal une petite parcelle d'aliment prise par le bout de la Trompe. Ce n'est pas que la simple succion ne pût suffire pour faire monter une goutte de liqueur le long d'un canal inflexible, qui n'aidera point à la pousser; mais dans le cas présent il faudroit que la goutte fût toujours extrêmement fine, & incapable de s'attacher aux parois intérieures du canal, & cela peut très aisément ne se pas rencontrer. La succion & l'action du canal se joindront fort bien ensemble, & n'en feront chacune que plus sûres de leur effet.

La Trompe, qui au simple coup d'œil n'est qu'un canal, beaucoup mieux observée par M. de Reaumur, se trouve en être trois disposés sur un même plan; celui du milieu étant le plus gros, & en ayant à ses côtés deux égaux entre eux. M. de Reaumur s'est suffisamment assuré que la liqueur nourricière tirée des fleurs ne monte que par le canal du milieu. A quoi serviront donc les deux autres? A recevoir l'air nécessaire pour la

res.

respiration, & apparemment aussi à le rendre. La trompe sera en même tems Oesophage & Trachée.

Par ce même canal du milieu qui fait monter la liqueur nourricière de la fleur à l'Animal, M. de Reaumur a vu aussi descendre une liqueur, & descendre à plein canal, sans qu'il y eût d'ailleurs aucun indice que ce fût une espèce de vomissement, sans aucun effort extraordinaire du Papillon, qui continuoît toujours tranquillement à se nourrir d'un petit morceau de Sucre, auquel il fut obstinément attaché pendant deux heures après un long jeûne. Ce fut la nature de ce Sucre qui fit deviner à l'observateur de quoi il s'agissoit. Cet aliment, agréable d'ailleurs au Papillon, étoit pourtant trop dur & trop sec, il l'humectoit & se l'assaisontoit par une liqueur qu'il fournissoit lui-même, & en effet le Sucre se trouva amolli, & comme mouillé dans les endroits piqués par la Trompe. Sans doute les Papillons en font autant dans toutes les occasions pareilles, mais elles passent toujours si rapidement qu'on n'y peut rien voir, & M. de Reaumur ne dut cette découverte qu'à un pur hazard, hazard cependant de la nature de ceux qui ne sont que pour les Observateurs très assidus, & aussi intelligens qu'assidus.

Si on conçoit la Trompe divisée en deux moitiés égales par un plan où soit compris l'axe qui fait sa longueur, ces deux moitiés n'appartiennent point, comme on l'auroit cru naturellement, à une même membrane continue; ce sont deux demi-canaux appli-

Hist. 1734.

C

qués

qués simplement l'un contre l'autre pour en faire un total, qui se séparent aisément, hormis vers la tête, & si aisément qu'ils sont quelquefois séparés d'eux-mêmes ou par quelque léger accident, & qu'il faut que le Papillon travaille à les remettre ensemble. S'il n'y réussit pas, sa mort est assurée, faute de nourriture. Mais comment remet-il ensemble ces deux moitiés? de la même manière dont on y remet des barbes de Plume dont on a rompu la continuité en desengrainant les uns d'avec les autres les petits fils qui les composent; il ne faut que passer un peu la main sur ces barbes, en rapprocher les parties séparées, & dans un instant heureux, qui par conséquent n'arrive pas toujours, tout l'engrainage se rétablit. Les deux moitiés de la Trompe s'unissent ainsi par des poils dans leur partie supérieure. Il ne faut point craindre que la Trompe ne soit mal fermée, & ne laisse échaper ou l'air ou les liqueurs; les barbes des Plumes, impénétrables à l'air & à l'eau, répondroient bien nettement à cette difficulté.

M. de Reaumur ne s'est pas moins appliqué à imaginer un ordre pour les Papillons que pour les Chenilles. Comme un Papillon a été Chenille, & continue sous la forme de Papillon d'être le même Animal qu'il étoit, il seroit à souhaiter que dans cet ordre qu'on imagineroit, on lui pût assigner une certaine place pour toute sa vie. Mais c'est ce qui ne se peut, on n'a point encore assez d'observations, & peut-être n'en aura-t-on jamais assez pour savoir quel Papillon vien-

dra

dra d'une telle Chenille, ou de quelle Chenille est venu un tel Papillon. Au contraire on voit quelquefois que de deux Chenilles qu'on ne peut s'empêcher de rapporter au même Genre, viennent deux Papillons qu'on ne peut rapporter au même. Et pour le dire à cette occasion, la beauté des Chenilles, car elles en peuvent avoir une, & bien marquée, ne tire nullement à conséquence pour celle des Papillons, & réciproquement. Il faut donc renoncer, du moins quant-à-présent, à l'ordre *continu*, qui comprendroit tout de suite les Chenilles & leurs Papillons, & se contenter de l'ordre *interrompu*, qui les regardera comme differens Animaux.

Les Papillons diurnes & les nocturnes font d'abord deux Classes, qui se présentent d'eux-mêmes. Pour les subdivisions suivantes, qui demandent aussi des caractères sensibles, M. de Reaumur les règle par la figure des Antennes, par celle des Trompes, par celle des Ailes, & encore plus par le port des Ailes, car il est très différent en differens Papillons: quelques-uns les portent parallèles au plan sur lequel ils sont posés, d'autres les portent perpendiculaires, les uns en Toit aigu, d'autres en Toit écrasé, &c. Enfin toutes les marques, toutes les distinctions extérieures, où l'on peut se prendre, étant saisies, M. de Reaumur parvient à établir sept Classes de Papillons diurnes, & sept de nocturnes, & dans la 5^{me} Classe de ceux-ci jusqu'à 10 Genres.

Ce n'est que dans l'état de Papillon que ces Insectes songent à la multiplication de leur

Espece; mais ce 1^{er} Tome de M. de Reaumur ne va pas jusques-là. Il faut en attendre la suite, à qui l'on ne peut guere souhaiter rien de mieux que d'en être digne.

Nous renvoyons entierement aux Mémoires

• L'Ecrit de M. de Reaumur sur des Observations du Thermometre faites par M. de Cossigni dans l'Isle de Bourbon.

• L'Ecrit de M. du Fay sur les Observations Météorologiques de M. Musschenbroek faites à Utrecht en 1734.

• Le Journal des Observations d'Aurores Boréales en 1734 par M. de Mairan.

• La Méthode de M. Godin pour observer la variation de l'Aiguille.

• Les Observations Météorologiques de 1734 par M. Maraldi.

• Et une Addition de M. de la Condamine à son Mémoire sur la Déclinaison de l'Aiguille.

• V. les M. p. 759.

• V. les M. p. 769.

• V. les M. p. 807.

• V. les M. p. 766.

• V. les M. p. 801.

• V. les M. p. 810.



ANATOMIE.

SUR LA FISTULE LACRYMALE.*

IL y a dans l'Oeil une Glande placée entre la partie supérieure du globe de l'Oeil & la voûte de l'Orbite. Dès que l'Oeil se meut, il frotte contre cette Glande, & en exprime une liqueur qui sert à enduire sa surface, à la rendre plus lisse, plus polie & plus mobile, de sorte que ce mouvement-là même produit ce qui doit le faciliter. La liqueur sortie de la Glande se répand en petits ruisseaux très fins sous la surface interne de la Paupière supérieure, & sur la surface de l'Oeil, d'où elle tomberoit naturellement au plus bas de l'Oeil, & en sortiroit bien-tôt pour aller mouiller la Joue, si deux especes de Goutieres que les bords des Paupieres forment avec le globe de l'Oeil, sur lequel ils appuient, ne ramassoient la liqueur, & ne la conduisoient vers le grand angle de l'Oeil, où elle aura sa décharge. Ce sont deux petites ouvertures, que l'on appelle *Points lacrymaux*, ouvertures de deux canaux fort courts, qui s'étant réunis, portent la liqueur dans un Réservoir commun, nommé *Sac lacrymal*, assez spacieux d'abord par rapport à ces parties-là, mais qui va toujours diminuant, & se termine par un petit

* V. les M. p. 119.

petit canal étroit & court, appelé *Canal nasal*, parce qu'il s'ouvre dans le Nez, & y jette la liqueur. Quand elle est en si grande abondance qu'elle ne peut pas s'écouler toute par le Nez, & que l'Oeil trop plein en laisse tomber une partie sur la Joue, ce sont les Larmes plus proprement dites que quand elles ne s'extravaient pas.

M. Petit le Chirurgien, d'après qui nous parlons, croit que les Paupieres qui se meuvent souvent, & bien plus souvent qu'on ne pense, poussent toujours par ces mouvemens fréquens & très brusques la liqueur des Larmes vers le grand angle de l'Oeil, d'où elle se rendra dans le Nez. Il n'est pas même nécessaire que dès qu'elle est arrivée au grand angle, elle enfile la route des Points lacrymaux ; elle peut sans inconvénient s'amasser en une certaine quantité avant que de couler, & M. Petit détermine le lieu où elle s'assemblera.

Mais il regarde comme cause principale du passage de la liqueur dans le Nez, un jeu de Siphon qu'il trouve qui résulte de la position que les Points lacrymaux ont entre eux & avec le Sac lacrymal. La liqueur pompée par un canal plus court, tombe dans un plus long pour être versée où il faut. Cette action de Siphon s'unit à celle des Paupieres, & y supplée quand il en est besoin, comme pendant le sommeil, où les Paupieres n'agissent pas, & où il suffit d'une seule cause pour pousser les Larmes, puisqu'alors l'Oeil en exprime moins de la Glande lacrymale.

Toute cette structure si délicate, & qui le pa-

paroîtroit encore beaucoup plus, si nous en faisons une description plus exacte, ne doit pas être fort difficile à déranger. Si par quelque cause que ce soit, il survient une obstruction au Canal nasal, qui, par son extrême finesse, en est assez susceptible, les Larmes, qui ne pourront plus se dégorger dans le Nez, séjourneront dans le Sac lacrymal, & s'y amasseront en trop grande quantité. Si elles sont douces, & une espece d'eau pure, elles creveront le Sac par la seule force que leur quantité leur donne; si elles sont âcres & salées, elles rongeront, corroderont quelque endroit du Sac, par où elles s'échapperont, & cela pourra même arriver avant qu'il s'en soit fait un grand amas. Alors par la mauvaise nature des Larmes, il se fait une fermentation qui produit du pus, dont la corrosion est encore plus forte, & ce pus se creuse une espece de trou caverneux, qui est une vraie *fistule*, que l'on appelle *lacrymale*. Dans le premier cas où les Larmes étoient douces, il est bien vrai qu'il y a aussi une ouverture par où elles s'échappent; mais cette ouverture n'est pas *fistuleuse*; ou fistule. Seulement elle le peut devenir assez aisément, car les Larmes peuvent s'aigrir par leur séjour dans le Sac lacrymal. Il faudra avoir soin de le vider souvent, en le comprimant.

M. Petit compte une 3^{me} espece de maladie qui seroit *Fistule* sans être *lacrymale*. C'est lorsqu'il se forme au coin de l'Oeil un petit Abscès si proche des Points lacrymaux, qu'il les bouche par son inflammation. Alors les Larmes, qui ne peuvent entrer dans les pre-

miers canaux où elles devoient être reçues, se répandent nécessairement au dehors, comme elles feroient dans une Fistule lacrymale, & c'est ce qui a pu faire croire que cette maladie en étoit une; mais réellement les Larmes ne sortent point par une ouverture fistuleuse. Il y a cependant une Fistule, qui est l'Abscès; mais les Larmes n'en sortent point, & dès que cet Abscès est percé, les Larmes reprennent leur cours naturel, & tout le mal est guéri.

Toute cette Théorie de la Fistule lacrymale n'est faite que pour amener un point de Pratique important, une opération particulière que M. Petit employe dans cette maladie depuis plusieurs années; car il ne l'a pas trouvée d'abord, & elle est le fruit de son expérience & de ses réflexions. Il assure qu'elle lui a toujours réussi; & en effet sa grande simplicité, & les raisons physiques sur quoi elle est fondée, s'accordent fort avec cet éloge.



DIVERSES OBSERVATIONS

ANATOMIQUES.

I.

UN jeune homme, âgé de 24 ans, d'une bonne famille de Schafhouse, ayant été sur Mer dans des tems extrêmement chauds, & ayant fait beaucoup d'excès de Vins très violens, devint fou pendant la Canicule de

1733.

1733, & quelquefois furieux, mais sans fièvre. Il étoit alors à Venise, & il fut mis entre les mains de M. Michelotti, célèbre Médecin de cette Ville, qui a passé les bornes de sa profession par des Ouvrages d'une profonde Géométrie. Il seroit inutile de suivre jour par jour l'histoire de la Cure, que M. Michelotti, Correspondant de l'Académie, lui a envoyée. Il suffira de dire qu'elle ne consista qu'en de fréquentes & abondantes Saignées & au Pied & au Bras & aux Temples par les Sangsues, & sur-tout en un usage extraordinaire & presque excessif d'Eau froide & de Glace. Le peu de nourriture, & de nourriture très légère, qu'on lui donnoit, des Jus de Graine de Melon, par exemple, ou d'Amandes douces, déjà très rafraichissans par leur propre substance, avoient encore été refroidis extérieurement autant qu'on l'avoit pu. Quand le Malade étoit plongé dans un Bain d'eau très froide, ce qui lui arrivoit souvent, on lui versoit encore brusquement & impétueusement de l'Eau à la glace sur la Tête, qu'on avoit rasée exprès. Comme la Folie consiste physiquement en ce que les Esprits animaux trop abondans & trop agités ne suivent plus dans le Cerveau les routes qui leur sont marquées, qu'ils ne se meuvent plus qu'irrégulièrement, en confusion, & comme des Torrens qui n'ont point de lit; l'intention de M. Michelotti étoit de diminuer d'abord le volume, & par-là la force de ces Torrens; & ensuite de les obliger à rentrer dans leurs canaux naturels, en resserrant par un grand froid toutes les parties où ils pouvoient

C 5 s'être

s'être débordés. Cette intention lui réussit, & dès le premier jour de Septembre le Malade bien guéri partit pour retourner en son Pays, dont le Climat lui devoit mieux convenir que le Climat chaud de Venise.

Il n'est guere possible que le froid ait eu un si grand effet par une autre raison que celle qui vient d'être rapportée, & M. Michelotti a droit d'en conclure que l'Hellébore, si vanté par les Anciens pour la guérison de la Folie, auroit été mal placé, du moins dans celle-ci. Il cause des irritations très violentes dans l'Estomac & dans les Intestins, & il n'auroit fait qu'augmenter le desordre & les tempêtes qu'il s'agissoit de calmer. L'Opium paroît y avoir assez contribué.

I I.

Le Cerveau est enfermé dans une espece de Boîte dure & solide, composée de plusieurs Pieces engrainées seulement ensemble par leurs contours, afin qu'elles puissent se laisser soulever doucement par le Cerveau à mesure qu'il s'augmentera, & qu'elles se prêtent sans résistance à cette augmentation, tant qu'elle durera. Quand le tems en est passé, ces Pieces, qui sont les Os du Crâne, se soudent ensemble, & n'ont plus ce peu de mobilité qui leur étoit nécessaire auparavant. M. Hunauld a fait voir à l'Académie le Crâne d'un Enfant de 7 ou 8 ans, où il ne paroissoit aucun vestige de la Suture Sagittale & de la Coronale, ni en dehors, ni en dedans; & par conséquent l'Os Coronal, & les Parié-
tau 4

taux s'étoient réunis avant le tems; & outre que leur réunion prématurée eût pu les empêcher de s'étendre suffisamment, elle résistoit à l'accroissement que le Cerveau devoit encore prendre. C'est-là une suite de la Méchanique du développement des Os du Crâne, que M. Hunauld avoit expliqué en 1730 *. Dans la surface concave du Coronai & des Pariétaux de cet Enfant, il s'étoit creusé des traces plus profondes qu'à l'ordinaire des circonvolutions du Cerveau qu'elles suivoient.

M. Hunauld a vu dans plusieurs autres Sujets plus jeunes cette soudure prématurée de ces mêmes Os du Crâne déjà commencée, de maniere à ne pas laisser douter qu'elle ne se fût achevée; & bien des Crânes qu'il a entre les mains lui persuadent qu'elle n'est pas rare. On connoit trop l'importance du Cerveau, pour ne pas voir qu'il ne peut sans un extrême danger, ou sans de grands inconvéniens, être gêné dans son accroissement, ou dans ses opérations. Dans de pareils cas, l'Art de la Médecine n'aura pas tort de ne pas deviner les causes; & quand il les devineroit, quel remède?

Nous avons parlé ailleurs d'ossifications très différentes †, ce sont des formations d'Os étrangers dans le Cerveau. M. Hunauld y a ajouté l'histoire d'un Homme de 35 ou 40 ans, attaqué d'Epilepsie depuis quelques années. Rien ne le soulageoit que de grandes Saignées, comme de 40 Onces. Quand il fut mort, on lui trouva dans une des parois laterales du Si-

nus

* V. les M. p. 777. & suiv.

† V. l'Hist. de 1711. p. 33. & 1713. p. 27. 28.

nus longitudinal supérieur, de petits Os hérissés de pointes qui s'engageoient dans le Cerveau, & devoient le picoter. Par les grandes & fréquentes Saignées, le Cerveau qui contenoit moins de Sang, diminueoit un peu de volume, & se déroboit à l'action des petites pointes.

I I I.

M. Hunauld a fait voir aussi le Crâne d'un Enfant de 3 ou 4 ans, dont les Os avoient presque par-tout 7 ou 8 lignes d'épaisseur. Ils étoient assez mous, & en les pressant on en faisoit sortir du Sang & de la Lymphe en abondance. Les Vaisseaux Sanguins étoient fort apparens.

I V.

L'Académie a vu aussi la démonstration que M. Hunauld lui a faite d'un Rameau de Nerve assez considérable, qui, partant du Plexus gangliforme semilunaire de M. Vieussens tout auprès du grand Plexus Mésentérique, remonte du bas-Ventre à la Poitrine, & va se perdre à l'Oreillette droite & à la Base du Cœur où il se distribue. Il avoit déjà observé l'année précédente la même chose dans un autre Sujet, & elle en devenoit plus sûre. Comme ce sont les Nerve qui portent le sentiment dans les parties, & qui font que quelquefois des parties fort différentes & assez éloignées sont en commerce de sensations, on entendra par ce nouveau Nerve celui qui se rencontre souvent entre les Viscères du bas-Ventre, & le Cœur.

Des.

V.

Dès 1732, M. Hunauld avoit fait voir à l'Académie, dans le Poumon de l'Homme, les Vaisseaux Lymphatiques, que vraisemblablement on n'avoit encore vus que dans les Animaux, où il est quelquefois assez facile de les découvrir. Il les a suivis en 1733 & cette année, & il les a conduits en présence de la Compagnie depuis le Poumon jusqu'au Canal Thorachique.



Cette année, M. Mai, Démonstrateur d'Anatomie dans l'Université de Strasbourg, a fait voir à l'Académie diverses préparations Anatomiques, dont deux ont principalement attiré son attention.

La 1^{re} contient l'Organe de l'Oufe qu'il a décomposé en 16 pieces, où l'on voit beaucoup d'art dans les coupes, & une grande industrie dans les moyens qu'il a employés pour faire voir l'assemblage & le jeu de certaines parties.

La 2^{de} est un Crâne dans lequel six coupes très fines & bien ménagées démontrent différentes vues & differens rapports de parties, de sorte que dans le même Crâne il donne la commodité d'observer des particularités qui ordinairement ne se démontrent que dans plusieurs portions de differens Crânes.

Ces deux Pieces, jointes à des Injections que M. Mai a fait voir, ont montré sa sagacité pour les préparations Anatomiques.

Cette année, M. le Cat, Chirurgien de l'Hôtel-Dieu de Rouen, a envoyé à l'Académie l'histoire des opérations de la Taille laterale qu'il a faites tant à Rouen qu'à Dieppe. Elles ont toutes réussi, au nombre de 10, sans aucun mauvais succès, qui en ait interrompu la suite. M. le Cat avoit réformé le *Lithotome* Anglois, & y en avoit substitué un de sa façon. Il a vu de très bons effets du Bain d'eau chaude, quand ses Taillés étoient menacés d'inflammation; il en a sauvé trois de tout accident par ce moyen.

Depuis les opérations de la Taille laterale par la méthode de M. Cheselden, dont M. Morand a donné l'histoire en 1731 *, il en a fait 4, dont 3 ont réussi. Elle a été pratiquée & à Paris & dans le reste du Royaume, & même à Cadix, & au Caire, par des Chirurgiens qui avoient vu opérer M. Morand; & il a trouvé, en faisant le calcul de tout ce qu'il a rassemblé depuis 1731, que de 25 opérations, 22 ont eu un bon succès. Il n'y compte pas celles de M. Cheselden en Angleterre, qui continuent toujours avec un grand éclat.

Nous renvoyons entierement aux Mémoires

† Les Remarques de M. Winslow, sur les Monstres.

CHI-

* V. les M. p. 205.

† V. les M. p. 623.



C H I M I E.

*SUR L'ANALYSE DES PLANTES.**

L'ACADEMIE dans ses commencemens s'est assez longtems occupée d'Analyses de Plantes: M. Bourdelin, comme nous l'avons dit en 1699 †, faisoit ces Analyses en distillant les Plantes en leur entier, & en examinant les differens produits que le feu donnoit. On ne manqua pas de s'appercevoir que ces produits du feu étoient trop altérés par son action, nous l'avons déjà dit en 1701 ‡, & l'on ne compta plus guere sur un très grand nombre d'Analyses qui avoient coûté bien du tems.

Certainement il y en a d'autres, plus adroites, pour ainsi dire, qui tireront des Plantes leurs principes moins changés & plus purs. M. Boulduc en a effayé une qui lui a réussi sur la Bourache, Plante fort employée dans la Médecine, & par-là plus intéressante. Il n'a travaillé que sur des Sucs ou Décoctions, & le feu n'a servi qu'à tirer ces Sucs, ou à causer quelques évaporations.

M. Boulduc a trouvé aisément & très sensiblement dans la Bourache, l'Acide Nitreux, & celui du Sel Marin, ou plutôt le Salpêtre &

* V. les M. p. 139.

† p. 152.

‡ p. 86. & suiv.

& le Sel Marin bien formés & bien distincts, & de plus un Tartre vitriolé. Comme le Tartre vitriolé est un Acide du Vitriol engagé dans un Sel Alkali fixe, les trois Acides Minéraux, celui du Salpêtre, du Sel Marin, & du Vitriol, sont donc en même tems contenus dans une même Plante; ce qui peut paroître remarquable. Ce n'est pas cependant que le Tartre vitriolé existe naturellement tout formé dans la Bourache, il s'y forme de l'Acide vitriolique dégagé par les opérations que l'on a faites, & du Sel Alkali que la Plante fournit.

M. Boulduc ne doute pas que beaucoup d'autres Plantes traitées comme la Bourache, ne donnent les mêmes principes. Mais y aura-t-il une différence sensible entre les principes des Plantes les plus différentes par les effets, des Plantes salutaires & des venimeuses? jusqu'à présent on n'en a pas trouvé, peut-être est-ce la faute des Analyses. M. Boulduc ne desespere pas de pouvoir un jour décider la question. Si elle se décidait pour l'affirmative, on y perdrait un paradoxe agréable, & qu'on peut aimer à faire valoir.



SUR LE SEL DE SOUPHRE.

NOUS avons dit en 1730 *, que M. le Fevre, Médecin d'Uzès, & Correspondant de l'Académie, avoit en quelque fa-
çon

* p. 71. & suiv.

çon changé le Souphre en Sel , ou tout au moins tiré un Sel du Souphre. De quelque façon que ce fût, la chose étoit assez nouvelle & assez singulière, pour mériter d'être approfondie; & l'Académie ayant voulu savoir de M. le Fevre tout le détail de ses procédés, elle les a fait répéter & examiner par M^{rs}. du Hamel & Grosse. Ils accordent à M. le Fevre, que son Sel en avoit effectivement assez la forme. C'est une concrétion crySTALLINE que M. Stahl a vue, mais qu'il n'a traitée que de semblable à un Sel. Elle n'en est pas réellement un, puisqu'elle ne se dissout presque pas à l'eau, soit froide, soit chaude, sans compter un grand nombre d'autres épreuves que nous supprimons, auxquelles elle ne répond point comme un véritable Sel. M^{rs}. du Hamel & Grosse ne croient pas même que ce soit un Sel Alkali, mais seulement un vrai Souphre allié d'un peu de terre, ou une espèce d'*Hepar Sulphuris*, de Foie de Souphre, fait avec la terre de la Chaux. Cependant il faut avouer que l'Acide du Souphre a un peu agi sur la terre à laquelle il s'est uni, & y a fait une petite & légère dissolution, d'où il a résulté quelque chose de salin, mais en trop petite quantité pour permettre l'examen, quoique l'on ait employé dans cette opération plus de Souphre que M. le Fevre n'en demandoit.

A l'endroit ci-dessus cité de 1730, nous avons dit que M. le Fevre croyoit que les Eaux Minérales & Sulphureuses des environs d'Uzès s'étoient chargées d'un Sel semblable au sien. M^{rs}. du Hamel & Grosse trouvent
cette

cette conjecture probable. D'un côté ils la fortifient par quelques raisonnemens ou exemples, & de l'autre ils la restreignent par quelques observations délicates. En même tems ils ont rendu compte à l'Académie de leurs expériences sur des matieres tirées de ces Eaux minérales, & envoyées par M. le Fevre.



SUR LE SUBLIMÉ CORROSIF. *

TOUT le monde fait que le Sublimé corrosif est un Mercure tout pénétré des pointes d'un Acide. Le Mercure très volatil par lui-même s'élève facilement à la moindre chaleur, & comme il est alors hérissé, armé d'une infinité de pointes pénétrantes & incisives, il est propre à des actions vives, & en quelque forte pénibles que d'autres Agens n'exécuteroient pas, à détruire des chairs baveuses, à emporter de vieux ulceres, à faire tomber des Escarres, &c. Ce même Sublimé corrosif, adouci, réfréné, & devenu ce qu'on appelle *Mercure doux* , ou *Panasée Mercurielle*, est un excellent remede interne, nécessaire dans une Maladie qu'on se plait à rendre fort commune.

Il seroit donc de l'intérêt public qu'on ne le sophistiquât pas, & d'autant plus que si on le sophistique, ce sera par l'Arsenic, du moins est-ce l'opinion établie; & en ce cas ce remede seroit un poison. En 1699 †, on

a

* V. les M. p. 359.

† p. 64.

a vu que M. Barchusen avoit condamné une épreuve du Sublimé corrosif qui consistoit à y jeter de l'Huile de Tartre par défaillance, dans la pensée où l'on étoit que si le Sublimé étoit bon, il rougiroit, & que s'il étoit altéré, il noirciroit; que M. Barchusen avoit soutenu que l'épreuve étoit inutile & fausse, parce qu'en y mettant quelque Sublimé que ce fût, il jaunissoit d'abord, puis rougissoit, & enfin exposé quelque tems à l'air, noircissoit; que feu M. Boulduc ayant répété les opérations de M. Barchusen, avoit trouvé qu'à la vérité l'Huile de Tartre faisoit le même effet sur quelque Sublimé que ce fût, mais qu'il étoit faux que le Sublimé, quel qu'il fût, noircît à la fin. Il ne s'agissoit que de cette dernière circonstance entre M^{rs}. Barchusen & Boulduc; du reste ils convenoient sur l'inutilité de l'épreuve, ce qui étoit l'essentiel.

M. Boulduc ne s'étoit pas tout-à-fait fié à M. Barchusen sur les faits; M. Lemery ne s'est pas fié non plus à M. Boulduc, & s'est engagé dans un long travail, dont tout le but a été de connoître bien sûrement les changemens de couleur qui arrivent au Sublimé corrosif par l'Huile de Tartre. Dès que les opérations sont délicates, les plus habiles gens, en supposant toujours toute la bonne-foi qui convient à leur caractère, se défient légitimement les uns des autres, & veulent voir par leurs propres yeux; on ne se sert que trop de ceux d'autrui. Quand M. Lémery commença à examiner cette matière, il s'aperçut bien vite que le fait avancé par M. Boulduc contre M. Barchusen étoit fort

fort douteux: cependant l'Académie l'avoit vu, à ce que rapportoit son Histoire; ainsi il étoit important pour elle que ce fait fût approfondi, ne fût-ce que pour le retracter, s'il le falloit, & ne pas donner lieu au Public de tomber dans une erreur.

Comme M. Lémery s'attendoit bien que les expériences varioient beaucoup selon les différentes circonstances, que peut-être se contrediroient-elles, de sorte que ceux qui auroient affirmé & nié auroient raison en même tems, il a voulu embrasser son sujet dans une certaine généralité à laquelle il fût difficile que rien échapât. D'un côté le Sublimé corrosif se peut faire de différentes façons; de l'autre on peut, pour l'épreuve, y verser d'autres Alkalis que l'Huile de Tartre: toutes ces différences vont être considérées.

On peut faire le Sublimé avec le Mercure, ou crud & coulant, ou déjà pénétré des Acides Nitreux, ou Vitrioliques. Le Sel Marin y est toujours absolument nécessaire. Dans certains procédés on ne peut se passer du Vitriol, dans d'autres il facilite l'opération, mais il est absolument inutile quand le Mercure est déjà pénétré d'Acides Vitrioliques.

On peut verser sur le Sublimé, non-seulement l'Huile de Tartre, mais de la Solution, ou de Sel de Soude, ou de Cendres gravées, ou de Potasse, ou de tel autre Alkali de cette nature qu'on voudra. M. Lémery a porté le scrupule si loin sur cet article, qu'il distingue entre les premières Solutions de ces Alkalis, & les secondes, qui se font en faisant évaporer les premières, & redif-

sol-

folvant leurs Sels. Le scrupule est d'autant plus grand, que la difference des premières & des secondes Solutions est ordinairement assez légère. Nous passons sous silence beaucoup d'autres attentions; comme celle de remarquer si le Tartre étoit anciennement ou nouvellement fait. On fait assez que des changemens de couleur tiennent ordinairement à des causes assez imperceptibles.

Il semble que M. Lémery se soit plu à épuiser toutes les combinaisons qui se pouvoient faire des differens Sublimés avec les differens Alkalis, le tout jusque dans les plus petites circonstances qui pouvoient donner lieu à quelque diversité. Il résulte de ce détail presque immense, 1°. Que dans toutes les expériences le noir dont il s'agit ne manque presque jamais de paroître, mais ordinairement précédé du rouge, qui l'avoit été du jaune. 2°. Que quelquefois ce noir paroît attaché au corps du Mercure, & quelquefois ne consiste qu'en une espece de poussiere qui nage dans la liqueur où est le Mercure, & qui est venue comme par hazard à rencontrer sa surface, & à s'y attacher légèrement. 3°. Que sur le Mercure uniquement pénétré des Acides Nitreux, la succession des trois couleurs peut être si prompte que l'œil ait peine à la suivre, de sorte que l'on ne croira voir que le noir, & cela dès le premier instant. 4°. Que cette succession peut être aussi extrêmement lente, de sorte que le noir ne paroîtra qu'au bout de 24 heures. 5°. Qu'en ce cas-là il est plus ou moins fort. 6°. Qu'un Sublimé corrosif fait par M. Lémery sans

mé-

mélange d'Arfénic , a fait voir d'abord du noir , qui n'a été précédé ni de rouge , ni de jaune.

Par-là se découvre aisément la source des erreurs où l'on peut être tombé. On aura fait des expériences où l'on n'aura pas vu le noir , parce qu'on ne l'aura pas attendu assez longtems , & on aura conclu généralement qu'il n'en paroïssoit point. Dans d'autres expériences on aura vu ce noir paroître tout d'abord , & si on a été prévenu de la conclusion tirée des expériences précédentes , on aura jugé qu'on étoit dans un cas extraordinaire , & que le Sublimé étoit sophistiqué par de l'Arfénic. Il est donc présentement bien sûr que le noir ne porte sur ce point aucun indice.

On pourroit avoir la curiosité de savoir d'où il vient. M. Lémery croit que c'est en partie cette matiere terreuse que feu M. Homberg tiroit , mais en petite quantité , du Mercure le plus net * ; elle noircissoit l'eau où on l'avoit jettée. Comme elle est assez singuliere , & qu'il est assez surprenant qu'elle fût contenue dans le Mercure , M. Homberg n'épargnoit point son tems ni ses peines pour la forcer à se montrer : mais M. Lémery en est venu à bout par un procédé infiniment moins long & moins pénible. Peut-être quelque autre matiere provenue des Alkalis aide-t-elle à la production du noir dans le Sublimé corrosif.

SUR

* V. l'Hist. de 1700. p. 75.

*SUR L'EMETICITÉ DE L'ANTIMOINE,
DU TARTRE EMETIQUE,
ET DU KERMES MINERAL.*

L'ANTIMOINE est un remede dont la bonté seroit presque suffisamment prouvée par les puissans obstacles qu'elle lui a fait surmonter. Il est moderne, & il ne reste plus qu'à lui donner la précision moderne, dont jusqu'à présent il a besoin: car on ignore assez quel est le degré de force des différentes préparations qu'on en fait; & comme c'est un remede violent, il est dangereux qu'il agisse trop, dangereux même qu'il n'agisse pas assez, & qu'il n'ait fait qu'une impression vive, & cependant inutile par rapport à ce qu'on s'étoit proposé. On envoie dans les Campagnes, par ordre du Roi, des Remedes Antimoniaux bien faits, mais souvent différemment faits, & dont ceux qui les emploieront ne peuvent connoître les différentes vertus. C'est-là ce que M. Geoffroy a entrepris de régler autant qu'il étoit possible.

Selon lui, l'Antimoine est composé d'une Terre métallique vitrifiable, d'un Acide vitriolique semblable à l'Esprit de Souphre, & d'une matiere bitumineuse ou huileuse qui avec cet Acide peut former un Souphre commun brulant.

Le

Le Souphre commun n'est certainement pas émétique ; l'Acide vitriolique, quoiqu'un à des liqueurs huileuses, ne l'est pas non plus ; l'Antimoine réduit par la plus violente calcination à une simple Terre, cesse d'être émétique : en quoi consiste donc son éméticité, quand il est en son entier ? Il faut que ce soit dans l'union de quelques principes, & puisque celle de l'Acide avec une matière sulfureuse ne feroit rien, c'est donc celle du Souphre avec la Terre vitrifiable. Ce Souphre étendu, raréfié par la chaleur, prêt en quelque sorte à prendre feu, enlèvera les petites parties de la Terre, qui par leur roideur picotteront, ébranleront les Nerfs, & exciteront le vomissement.

Il faut pour cela que la quantité du Souphre soit en une certaine proportion avec celle de la Terre. Trop de Souphre enveloperoit toutes les particules de la Terre, & leur feroit un enduit mollasse, qui les empêcheroit d'agir assez vivement. De-là vient que le Régule d'Antimoine, qui n'est autre chose que ce Mineral dépouillé d'une partie de ses Souphres, est plus émétique que l'Antimoine crud ; & que le Verre, plus parfait à cet égard que le Régule, est encore plus émétique. Si enfin ce n'étoit plus qu'une pure Terre sans Souphres, il n'y auroit plus d'éméticité, puisque les parties de cette Terre, quelque dégagées qu'elles fussent, n'auroient plus de véhicules pour les enlever, & les mettre en action.

Il est prouvé par des expériences de M. Geoffroy, que le Tartre émétique qui se fait avec

avec la Crème ou les Cryftaux du Tartre unis à l'Antimoine, il y a un Acide végétal qui fe charge de la partie *réguline* de l'Antimoine, la corrode, & la rend par-là plus propre à picoter le Genre Nerveux.

Mais comme enfin c'est dans l'Antimoine que réside la vertu émétique, plus il y aura dans un Tartre émétique de ce qui rend l'Antimoine émétique, c'est-à-dire, plus la quantité de sa partie réguline sera forte par rapport à l'autre, seulement pourtant jusqu'à un certain point, plus ce Tartre sera émétique. Ainsi M. Geoffroy ayant trouvé le moyen de mesurer la quantité de partie réguline d'Antimoine qui sera dans un Tartre émétique quelconque, il saura combien ce Tartre est émétique, & quel est le rapport de sa force à celle de tout autre. Nous n'entreprenons point le détail des expériences & des faits, qui doit être réservé à M. Geoffroy.

Il traite aussi du Kermès Minéral, autre préparation d'Antimoine dont nous avons parlé en 1720 * sous le nom de *Poudre des Chartreux*. Le Kermès ne doit pas être aussi vomitif que l'Antimoine, ou le Tartre émétique; on veut même le plus souvent qu'il ne le soit pas, qu'il ne soit qu'un fondant, un purgatif doux, ou qu'il n'agisse que par transpiration. L'opération qui le produit consiste à tirer, du moins on le croit communément, un Souphre de l'Antimoine par le moyen de l'Alkali du Nitre fixé par les Charbons. Mais M. Geoffroy prétend que le Souphre,

* p. 67. & sui.

Hist. 1734.

brûlant de l'Antimoine a changé de nature dans le Kermès, & que la poudre qu'on a pu y prendre pour du Souphre, est la partie métallique & réguline de l'Antimoine. Et comme l'opération du Kermès Minéral demande beaucoup de soins qu'on peut n'y apporter pas toujours, M. Geoffroy en propose une équivalente à celle du Kermès, & bien plus facile, puisqu'on n'y emploie que l'Antimoine crud sans addition de matieres étrangères, qui multiplient nécessairement les attentions, & causent tout l'embarras. Tout se réduit à pulvériser très finement l'Antimoine, de sorte que sa partie réguline soit presque infiniment atténuée; on le reconnoit en ce qu'en aplattissant cette poudre avec un couteau, on n'y voit plus au grand jour aucun brillant, tel que celui des Aiguilles ou des facettes de l'Antimoine. M. Geoffroy rend témoignage des expériences qu'il a faites ou qu'il a vues de ce Remede, & avertit en même tems de ce qu'il faut observer en le pratiquant. Il y a toujours une présomption avantageuse pour ce qui est plus simple.



S U R L E M E R C U R E . *

QUE la Chimie pût parvenir enfin à changer quelque Métal en Or, il est fort douteux que ce fût un bien pour le Genre-humain, ni même pour le Particulier qui

qui en auroit trouvé le secret. Mais certainement c'est un grand mal que cette ancienne espérance de le trouver, dont tant d'Impositeurs ont abusé pour engager des personnes crédules & avides, à des travaux infinis, & à des dépenses ruineuses. Nous avons déjà parlé ailleurs des supercheries de la Pierre Philosophale *. Ce seroit rendre un grand service aux Hommes que de leur ôter cette espérance, qui, pour le moins, a trompé jusqu'ici tous ceux qui s'y sont livrés.

Comme c'est principalement le Mercure que l'on prétend transformer, parce qu'on le croit la base de tous les Métaux, M. Boerhave a travaillé sur le Mercure de la même manière que s'il avoit été vivement persuadé de la possibilité de sa transformation, & possédé de la plus forte passion d'en venir à bout. Il n'y a plaint ni soins, ni dépense, ni tems. Il faut en faire autant que les Alchimistes, pour être pleinement en droit de les condamner.

M. Boerhave a pris du Mercure le plus pur, qu'il a encore purifié avec tout le soin possible, car nous ne répéterons pas après lui le détail de ses opérations. Il l'a mis en digestion sur un feu dont la chaleur élevoit le Thermometre à plus de 100 degrés, au lieu que dans les Mines où se trouvent les Veines des Métaux, la chaleur n'est guere que de 70; & pour imiter, autant qu'il se pouvoit, la Nature qui apparemment ne produit les Métaux qu'avec beaucoup de lenteur, il a tenu son

* V. l'Hist. de 1722. p. 52. & suiv.

son Mercure sur ce feu, toujours égal, pendant plus de 15 ans. Il est vrai que les Alchimistes disent qu'il en faudroit 1000, mais comment le savent-ils? & si cela est, le Mercure ne sera donc jamais transformé ou fixé en Métal que par une opération qui aura duré 1000 ans sans interruption, qui aura commencé sous Charlemagne, & finira aujourd'hui. M. Boerhave ayant vu qu'au bout de plus de 15 ans son Mercure étoit toujours aussi fluide & aussi volatil; qu'il ne s'y étoit fait aucune séparation que d'un peu de poussière noire flottante sur sa surface, mais qui se revivifioit aisément en Mercure; qu'il ne paroissoit pas la moindre génération d'un atome de Métal, pas le moindre commencement de fixation métallique; il en a conclu hardiment, & avec beaucoup de raison, que le Mercure est immuable, inaltérable, & ne peut jamais être que du Mercure, quoiqu'il puisse prendre des formes capables de le faire méconnoître.

Dans tout le cours de l'opération, l'Air eut toujours un accès libre au Mercure; & parce qu'on s'en peut prendre à cette circonstance de ce que le succès n'a pas été tel qu'un Alchimiste l'eût désiré, M. Boerhave a répété l'opération avec des Vaisseaux bien fermés, & le succès en a été absolument le même. A la vérité le tems ne fut que de 6 mois, mais il n'y avoit nulle apparence de rien espérer d'un plus long tems.

Il pourroit être impossible de changer le Mercure en Métal, & il ne le seroit pourtant pas que le Mercure uni à quelque principe

Inconnu, à quelque Souphre particulier, entrât dans la formation des Métaux, & en fût tiré par l'art de la Chimie. M. Boerhave ne laisse seulement pas cette ressource à ceux qui s'en flatteroient. Le Plomb seroit, selon eux, le Métal qui rendroit le plus aisément son Mercure: il a fait sur le Plomb des opérations de près de 20 mois, où rien n'a été oublié; & pas une goutte de Mercure n'a paru. C'a été la même chose avec l'Etain, qui devoit aussi permettre assez facilement à l'Art de pénétrer jusqu'à ses principes.

Mais le Mercure, selon quelques-uns, n'entre pas seulement dans la composition des Métaux, il est aussi leur Dissolvant, c'est une *Eau* où les Métaux *naissent, meurent, renaissent*; & peut-être par une longue digestion du Mercure avec le Plomb, & par une distillation violente, entreroit-il intimement dans le Plomb quelque portion de Mercure. L'opération a été faite par M. Boerhave, elle a duré près de 3 ans; & le poids du Plomb n'a point augmenté, quoique celui du Mercure fût un peu diminué. Il s'en étoit fait une très petite dissipation, & les yeux même appercevoient ce qu'il étoit devenu; mais le Plomb n'en avoit rien pris. Même succès sur l'Etain.

Et si l'on croyoit que le mouvement seul, longtems continué, pût faire dissoudre l'Etain par le Mercure, M. Boerhave oppose encore à cette erreur l'expérience d'une Bouteille pleine de Mercure & d'Etain, attachée à un Moulin à Foulon qui travailloit nuit & jour sans relâche, & dont elle a suivi le mouvement pendant près de 2 ans. Il s'étoit tout

au plus détaché de l'Etain quelques petites parties sulphureuses & grasses qui s'étoient unies au Mercure; mais ni le Mercure ne les avoit dissoutes, ni elles ne s'étoient changées en Mercure. Les vrais Chimistes ne laisseront aux Alchimistes que le refuge d'une opiniâtreté invincible, refuge toujours ouvert à qui veut en profiter, & où en effet une infinité de gens se cantonnent fierement.



Nous renvoyons entierement aux Mémoires

* L'Ecrit de M^{rs}. du Hamel & Grosse sur une Liqueur très volatile, nommée *Ether*.

† Celui de M. Petit le Médecin sur l'Analyse des Plâtras.



B O T A N I Q U E.

M Marchant a lu la description du *Tribulus terrestris*, *Ciceris folio*, *fructu aculeato*. Casp. Bauh. Pin. 350. *Tribule*.

Et du *Senecio minor vulgaris*. Casp. Bauh. Pin. 131. *Senecion*.

GEO.



G E O M E T R I E.

Nous renvoyons entierement aux Mémoires

^a L'Ecrit de M. Bouguer sur les Courbes propres à former les Voûtes en Dôme.

^b Celui de M. Clairaut sur des Courbes dont la propriété consiste dans une certaine relation entre leurs Branches exprimée par une Equation donnée.

^c Celui de M. Fontaine sur les Courbes Tautochrones.

^d Un Problème de M. Pitot sur le Point d'où l'on verra sous des angles égaux quatre points donnés.

^e L'Ecrit de M. Fontaine sur la Courbe décrite par le sommet d'un Angle dont les côtés toucheroient continuellement une Courbe donnée, & réciproquement, &c.

^f Celui de M. Clairaut sur le même sujet.

^g Et une Réponse de M. Fontaine.

^a V. les M. p. 204.

^b p. 268.

^c D. 510.

^d p. 558.

^e p. 724.

^f p. 729.

^g 738.



A S T R O N O M I E.

*SUR LA DETERMINATION
DE LA FIGURE DE LA TERRE
PAR LA PARALLAXE DE LA LUNE.**

ON ne voit peut-être pas du premier coup d'œil, comment la Parallaxe de la Lune peut tirer à conséquence pour la figure de la Terre. La Parallaxe de la Lune mesure la distance de la Lune à la Terre, c'est à cela uniquement qu'elle a été employée de tout tems par tous les Astronomes; mais cette distance de la Lune à la Terre, quel rapport a-t-elle à la figure de la Terre? par où deux choses de nature si différente peuvent-elles se trouver liées? On le va voir d'après M. Manfredi qui les a rapprochées par un tour assez subtil, mais solidement subtil, car autrement l'inflexible Géométrie ne lui feroit pas de grace.

La Parallaxe, ou plus précisément le Triangle Parallaxique, est formé de trois droites dont deux font un angle au centre de la Lune, la première étant tirée du centre de la Terre, & la seconde d'un point quelconque de la surface de la Terre où se trouve l'Ob-

ser-

* V. les M. p. 1.

servateur; quant à la troisième droite, base de l'angle de la Parallaxe au centre de la Lune, c'est nécessairement un demi-diamètre de la Terre, puisque c'est une ligne qui joint le centre & un point de la surface.

Ce nécessairement suppose que la Terre soit sphérique, comme on l'a d'ordinaire supposé jusqu'à ces derniers tems, sans hésiter le moins du monde: mais si cela n'est pas, il arrive quelque changement dans le Triangle Parallactique, & c'est-là le fin de la Théorie de M. Manfredi.

Il est clair qu'il faut que ce Triangle soit dans un plan vertical pour l'Observateur, & qui passe par son Oeil, & par le centre de la Lune. Ce plan est donc perpendiculaire à la surface quelconque de la Terre Sphérique ou Elliptique. Dans cette incertitude on ne peut plus compter que ce plan continué au dedans de la Terre aille à son centre, ni que par conséquent la base de l'angle de la Parallaxe soit, comme elle l'étoit, un demi-diamètre de la Terre. On ne sait pas même jusqu'où il faut continuer ce plan, où il faut le borner, pour y trouver la nouvelle base qu'on cherche. Dans la figure Sphérique on étoit bien sûr qu'il falloit s'arrêter au centre.

L'Analogie seule fait voir que dans la figure Elliptique il faudra s'arrêter à l'AXE autour duquel aura tourné l'Ellipse qui a produit, par sa révolution, la surface à laquelle le plan dont il s'agit est perpendiculaire. Il n'est plus question que de connoître les lignes qui, dans ce plan, seront les bases de l'angle de la Parallaxe selon les différens cas.

Qu'on imagine une Ellipse infiniment allongée, ou dont le petit axe soit infiniment petit, le grand étant fini; il est visible que les perpendiculaires tirées sur cette Ellipse qui ne sera alors qu'une ligne droite, ou son propre grand axe, tomberont toutes sur des points differens de cet axe, & toutes ensemble en occuperont toute l'étendue. Si le petit axe devient fini, quelque petit qu'il soit, l'Ellipse devient une Courbe, les perpendiculaires qu'on lui tire, & qu'on prolonge jusqu'au grand axe, n'en occupent plus toute l'étendue, & en laissent les deux extrémités vuides. Les portions de ces perpendiculaires comprises entre la Courbe & son grand axe commencent à être finies, la plus grande est au milieu du grand axe, & de-là les autres des deux côtés vont en décroissant. Celles de chaque côté appartiennent au quart d'Ellipse qui leur répond. Si le petit axe croît encore, les perpendiculaires tiennent moins d'étendue sur le grand axe, & se serrent davantage vers le milieu, leurs portions sont plus grandes, mais toujours disposées dans le même ordre, & croissantes ou décroissantes de même. Que si enfin le petit axe devient égal au grand, auquel cas l'Ellipse est un Cercle, les perpendiculaires qui s'étoient toujours jusques-là serrées de plus en plus vers le milieu, se serrent enfin infiniment, puisqu'elles concourent à ce milieu, ou au centre, & toutes les portions inégales de perpendiculaires deviennent égales, & des rayons d'un même Cercle.

Si après cela il arrive, ce que j'appellerai
la

la 2^{de} *hypothese* par rapport à la 1^{re} qu'on vient de voir, que l'axe jusqu'à présent plus petit ou égal à l'autre devienne plus grand, les portions de perpendiculaires qui avoient toujours avancé vers le centre, & enfin s'y réunissoient toutes, commencent à passer au-delà, & à tenir plus d'étendue sur l'axe où elles tombent, de sorte que celles qui viennent d'un certain quart de l'Ellipse tombent sur une partie de l'axe qui appartient au quart suivant. Cela ne se trouvoit jamais dans la 1^{re} hypothese, où toutes les portions de perpendiculaires d'un quart d'Ellipse tombaient en-deçà de celle du milieu la plus grande de toutes; au contraire dans la 2^{de} hypothese elles passent au-delà, & par conséquent sont plus longues que celle du milieu, & vont en croissant vers les deux extrémités de l'axe qui a été déterminé.

Il est visible que la 1^{re} hypothese est celle de la Terre Sphéroïde allongé, & la 2^{de}, celle de la Terre Sphéroïde applati; la Sphere est entre les deux. L'Axe de la Terre auquel il faut tout rapporter, n'est point indéterminé, comme il le seroit dans une figure purement géométrique; c'est ici celui de la révolution diurne d'Orient en Occident: s'il est plus grand que son conjugué, qui est le diamètre de l'Equateur, la Terre est un Sphéroïde allongé: s'il est plus petit, elle est un Sphéroïde applati.

L'Observateur de la Parallaxe de la Lune étant dans un plan vertical sur un point de la surface de la Terre, la ligne comprise dans ce plan, & qui va de ce point jusqu'à l'axe

de la Terre, est la base de l'angle de la Parallaxe; c'est elle qui mesure la difference du centre de la Lune vu d'un point de la surface de la Terre, au même centre vu d'un point correspondant de l'axe. Plus cette base est grande, plus la Parallaxe est grande. Il ne s'agit ici que de la Parallaxe horizontale, la plus grande de toutes. C'est bien tout ce que peut faire la plus grande Parallaxe, que de suffire au dessein présent.

Si la Terre est Sphérique, sur quelque point de sa surface que l'Observateur soit posé, la base de l'angle de la Parallaxe est toujours un demi-diametre de la Terre, & par conséquent les Parallaxes sont toujours égales; bien entendu que la Lune ne s'approchera, ni ne s'éloignera de la Terre, ou qu'on tiendra compte de ce changement de distance. On ne considère que les changemens qui arriveront par les différentes positions de l'Observateur sur la surface de la Terre, & parce que l'on ne concevoit la Terre que Sphérique, on n'a pas dû penser jusqu'à présent que ces différentes positions eussent aucun effet par rapport à la Parallaxe de la Lune.

Si la Terre est un Sphéroïde allongé, & que l'Observateur, placé d'abord sur un point de l'Equateur terrestre, aille toujours ensuite vers un Pole, faisant, si l'on veut, diverses Stations, il est clair par ce qui a été dit, que la base de l'angle Parallaxique qu'il observera, diminuera toujours; & que ce sera le contraire, si la Terre est un Sphéroïde applati.

Donc on peut reconnoître par les Parallaxes
hori-

horizontales de la Lune observées en différens lieux, si la Terre est une Sphere ou un Sphéroïde, & si ce Sphéroïde est allongé ou applati.

Plus deux observations seroient faites dans deux lieux éloignés en latitude, plus la conclusion qu'on en tireroit seroit sûre. Il seroit même à souhaiter qu'ils eussent la même longitude. M. Manfredi juge que la meilleure méthode pour observer des Parallaxes, est celle des Parallaxes *horairas* inventée par feu M. Cassini, & que nous avons expliquée en 1706 *. C'est donc celle qu'il voudroit qu'on employât pour la Lune. Reste à savoir si elle donneroit une assez grande précision, & des résultats assez sensibles. M. Manfredi fait le calcul des erreurs inévitables aux meilleurs Observateurs, ou du moins des doutes qu'ils ne peuvent entierement lever, & on voit qu'il est permis d'esperer ici une exactitude suffisante; mais une méthode nouvelle & ingénieuse, demeurât-elle d'abord sans effet, a droit d'en attendre quelques-uns d'imprévus, ou au moins aura-t-elle toujours le prix que lui donnent sa nouveauté & sa finesse.

SUR

SUR L'INCLINAISON DES ORBITES

DES PLANETES

*Par rapport à l'Equateur de la Révolution
du Soleil *.*

PLACES sur la Terre comme nous sommes, il faut que toutes nos Observations, toutes nos Mesures partent de ce point de vue, de ce point fixe nécessaire, & que nous n'avons pas choisi. Nous avons voulu savoir si les autres Planetes, qui aussi-bien que la Terre tournent autour du Soleil, suivoient ou ne suivoient pas la même route, la même Orbite que la Terre; & pour cela nous avons dû poser la nôtre, notre Ecliptique, comme un plan unique ou principal auquel se rapporteroient tous les autres: mais nous n'avons pas prétendu lui donner par-là aucun avantage, aucune prééminente réelle, & dès que l'on fait que le Soleil tourne autour de lui-même, comme toutes les Planetes tournent autour de lui, on sent même avant que de raisonner, & par une espece d'instinct philosophique, que le grand Cercle de la révolution du Soleil, son Equateur, sera le plan dominant auquel il faudra rapporter ceux de toutes les autres révolutions.

On avoit déjà la position, l'inclinaison de
tou-

* V. les M. p. 146,

toutes les Orbites des Planetes à l'égard de l'Ecliptique, & ce qui en est une suite nécessaire, les lieux de tous leurs Nœuds, c'est-à-dire des points où l'Ecliptique est coupée par ces différentes Orbites. On a su par les Taches du Soleil, que son Equateur étoit incliné de $7^{\circ}\frac{1}{2}$ sur le plan de l'Ecliptique, & que leurs Nœuds étoient au 10^{me} des Gémeaux, & à l'Opposite. Avec ces connoissances & le secours de la Géométrie, on parviendra assez facilement à transporter, pour ainsi dire, sur l'Equateur du Soleil ces mêmes plans qu'on n'avoit déterminés que par rapport à l'Ecliptique, & on pourra même reconnoître qu'on les a tirés d'un état qui ne leur étoit pas naturel pour les y remettre. En effet la rotation du Soleil sur lui-même doit, selon toutes les apparences, être le principe de tout le mouvement de Tourbillon du Système Solaire, & par conséquent toutes les Planetes doivent ou circuler toutes dans le plan de l'Equateur du Soleil, ou ne s'en laisser que peu écarter par quelque espece de violence. Or les Orbites des Planetes rapportées à l'Equateur du Soleil s'en éloignent presque une fois moins de part & d'autre, qu'elles ne s'éloignent de l'Ecliptique si on les y rapporte. Elles sont plus serrées vers le plan d'où elles n'auroient pas dû sortir. Il est à remarquer que c'est la Terre qui s'écarte le plus de cet Equateur, elle en est à $7^{\circ}\frac{1}{2}$, & Mercure qui s'écarte le moins en est à $3^{\circ}\frac{1}{10}$. On entend assez que ces plans transportés à l'Equateur du Soleil ne le coupent pas dans les mêmes points où ils coupoient notre Ecliptique; que les Nœuds d'une

ne certaine Orbite qui étoient, si l'on veut, au 1^{er} d'Ariès, lorsqu'on la rapportoit à l'Ecliptique, n'y sont plus, & en peuvent être même assez loin, lorsqu'on la rapporte à l'Equateur du Soleil.

Il s'agit maintenant de savoir, & c'est-là le plus fin de cette Théorie de M. Cassini d'après qui nous parlons, si ces Nœuds ont un mouvement sur cet Equateur, & quel est ce mouvement. Toute cette matiere des Nœuds est assez épineuse; ils pourroient être sans mouvement réel, & en avoir un apparent; ils pourroient en avoir un réel, & n'en avoir point d'apparent; ceux des Orbites des Planetes avec l'Ecliptique & leurs mouvemens sont très difficiles à constater, & la difficulté doit être sans comparaison plus grande pour les Nœuds de ces mêmes Orbites avec l'Equateur du Soleil. Tout cela va s'expliquer.

Nous avons dit assez au long en 1708 * comment l'axe de la Terre ou de l'Equateur terrestre tournant autour de l'axe immobile de l'Ecliptique, causoit l'apparence d'un mouvement que les Etoiles fixes auroient sur les Poles de l'Ecliptique, en conservant toujours & entre elles, & à l'égard de l'Ecliptique, les mêmes distances. Chaque point du Firmament, sans avoir aucun mouvement réel, paroitra donc décrire en un certain tems ou l'Ecliptique, ou un Cercle parallele à l'Ecliptique. Or tout Nœud d'une Orbite de Planete avec l'Ecliptique est un point du Firmament;

* p. 113. & suiv.

ment ; donc sans avoir aucun mouvement réel, il en aura un apparent. On fait que ce mouvement est d'Occident en Orient, & de 51" seulement en une année.

Si l'on concevoit que les Nœuds eussent un mouvement réel égal à l'apparent que leur donne le mouvement de l'axe de l'Equateur terrestre autour de l'axe de l'Ecliptique, mais que ce mouvement réel fût en sens contraire de l'apparent, il y auroit un mouvement réel qui ne seroit nullement apparent.

Mais dans le 1^{er} cas, tous les Nœuds n'auroient que le même mouvement, ce qui le rendroit bien légitimement suspect de n'être qu'une apparence ; & dans le 2^d cas où tous les Nœuds seroient immobiles, on n'imagineroit guere qu'ils pussent avoir un mouvement réel, & il ne seroit nullement vraisemblable qu'ils eussent tous le même, & que de plus ils l'eussent tous directement en sens contraire du mouvement apparent des Fixes.

Que les Nœuds ayent un mouvement réel, mais inégal à l'apparent des Fixes, plus vite ou plus lent que de 51" en un an, & toujours du même sens, alors le mouvement réel se découvrira sûrement par son inégalité à l'apparent des Fixes. S'il est plus grand que de 51" il sera toujours direct, ou d'Occident en Orient ; s'il est moindre, il paroîtra rétrograde. Il suffit qu'il se démêle, qu'il se dégage de quelque façon que ce soit d'avec cet apparent qui pourroit l'effacer. D'ailleurs le mouvement réel des Nœuds sera différent en différentes Orbites, plus ou moins vite dans
les.

les unes que dans les autres, ce qui fera encore une grande marque de réalité.

Aussi les Astronomes en sont-ils communément persuadés : cependant on est encore dans quelque incertitude sur ce sujet, faute de pouvoir déterminer assez exactement par les observations les mouvemens des Nœuds. Comme ils ne sont certainement que fort lents, il n'y a qu'une suite de Siècles qui puisse les rendre sensibles; & malheureusement on n'a pas lieu de se fier assez aux anciennes observations, elles n'avoient pas la précision nécessaire à cette recherche. Il n'y a peut-être rien dans l'Astronomie sur quoi les Astronomes soient moins d'accord, parce qu'il est assez arbitraire d'adopter ou de rejeter certains Elémens qui entreront dans cette Théorie.

Tout ceci n'est que pour le mouvement des Nœuds des Orbites rapportées à notre Ecliptique : mais que sera-ce quand elles seront rapportées à l'Equateur du Soleil ? Les Orbites des Planetes & l'Ecliptique sont connues depuis un grand nombre de Siècles, il n'y a presque qu'un Siècle que l'on connoit un Equateur au Soleil, & avec quelle subtilité a-t-il fallu parvenir à déterminer la position de l'Ecliptique par rapport à cet Equateur ? on en a vu l'histoire en 1701 *, & pour peu qu'on y fasse réflexion, on sentira si les observations de ces différentes demi-Ellipses, que les Taches paroissent décrire sur le disque du Soleil, peuvent donner une grande précision.

On

* p. 127. & suiv.

On n'a même eu aucun autre moyen qui pût servir concurremment avec celui-là, & y suppléer. Si l'on ne connoit qu'à peine, & sans une entière assurance, les Nœuds de l'Equateur Solaire avec notre Ecliptique, & par conséquent avec les autres Orbites, comment découvrira-t-on assez sûrement si ces Nœuds se meuvent ou non ? ce ne sera du moins qu'à la faveur d'une longue suite de Siecles.

Si ces Nœuds sont immobiles, nous leur verrons le mouvement apparent de $51''$ par an, que leur donnera, comme à tout le Firmament, le mouvement réel de l'axe de l'Equateur terrestre autour de l'axe immobile de l'Ecliptique.

Si ces Nœuds se meuvent réellement, il faudra concevoir que l'axe de l'Equateur terrestre se meut autour de l'axe de l'Ecliptique, non plus immobile, comme il l'étoit, mais qui se meut lui-même autour de l'axe immobile de l'Equateur Solaire. Il est aisé de voir la nécessité de ce changement, pourvu qu'on parte de cette considération, que ce n'est plus ici notre Ecliptique à laquelle on rapporte les positions & les Nœuds des Orbites des Planetes, mais l'Equateur du Soleil. Ainsi il n'appartient qu'à cet Equateur d'être immobile, & c'est à notre Ecliptique, comme à toute autre Orbite dont il s'agira, à se mouvoir autour de lui, puisqu'on suppose que les Nœuds qu'elle a avec lui, se meuvent réellement, c'est-à-dire, qu'elle va le couper successivement en differens points.

Dès que l'Ecliptique, ou plutôt son axe, se meut, il se fait un grand changement dans
le

le Ciel. Le mouvement des Fixes de $51''$ en un an, les laisse toutes sur les mêmes Cercles paralleles à l'Ecliptique, parce qu'il se fait sur l'axe immobile de l'Ecliptique. La latitude ou distance des Fixes à l'Ecliptique demeure donc toujours la même, mais non la longitude qui varie toujours, & ne reviendra au même point qu'au bout de 25000 ans. Mais si l'axe de l'Ecliptique se meut, la latitude des Fixes change, quelque peu que ce soit en plusieurs années, à cause de la grande lenteur du mouvement.

Tycho-Brahé s'étoit apperçu de quelques variations de la latitude des Fixes; & Kepler, pour expliquer ces variations, avoit imaginé l'hypothèse d'une rotation du Soleil dont l'axe auroit une certaine position par rapport à l'axe de l'Ecliptique. Il déterminoit mal cette position & le lieu des Nœuds, faute d'avoir connu ou assez observé les Taches du Soleil; mais manquant de cette connoissance, il ne laissoit pas d'aller bien près du but, & de deviner l'essentiel par la force de son génie. On peut remarquer à sa gloire, qu'il a beaucoup deviné, & merveilleusement; les deux Loix, aujourd'hui si fameuses & si bien établies dans l'Astronomie Physique, appartiennent à une espèce d'inspiration qu'il a eue.

On pourra donc un jour conclurre des mouvemens apparens des Fixes, les mouvemens réels, s'ils existent, des Nœuds des Orbites Planétaires avec l'Equateur du Soleil. En attendant des déterminations bien constatées & irrévocables, M. Cassini en tire de deux dif-

différentes hypothèses, l'une de l'immobilité des Nœuds de l'Ecliptique, l'autre de leur mouvement égal en sens contraire au mouvement apparent des Fixes. Certainement il arrivera de grands changemens dans le Ciel, & ce seront des spectacles intéressans pour les Astronomes ; leur curiosité impatiente les prévient autant qu'elle peut.



SUR L'ATMOSPHERE DE LA LUNE.

LES Philosophes inclinent assez unanimement à ne point donner d'Atmosphère à la Lune ; mais ce n'est pas encore une question tout-à-fait décidée, on y a fait entrer plusieurs conjectures différentes, & M. Grandjean prétend l'amener à des termes plus précis, en ne la traitant que par Géométrie.

Si la Lune a une Atmosphère, son diamètre apparent, & pour mieux dire, la circonférence apparente de son disque en est augmentée, sur-tout quand elle est pleine, & cette augmentation sera proportionnée à la hauteur de cette Atmosphère. Si elle doit avoir un éclat différent de celui du corps de la Lune, du moins lui verra-t-on une espèce de bordure qui se fera remarquer. Or le diamètre de la Lune pleine n'est jamais que ce qu'il doit être par rapport à la distance où la Lune est de la Terre, nulle augmentation d'ailleurs, point de bordure au disque.

Si la Lune a une Atmosphère, cette Atmosphère sera certainement plus dense que l'Ether,

l'Ether, sans quoi elle ne seroit pas Atmosphere ; elle rompra donc les rayons du Soleil en les approchant de la perpendiculaire, c'est-à-dire, en leur donnant plus de direction qu'ils n'en avoient vers le centre du globe total de la Lune & de son Atmosphere ; ces rayons ainsi rompus, entreront dans l'espace qui ne devoit être occupé que par l'ombre de la Lune éclairée de l'autre côté par le Soleil ; l'espace occupé par l'ombre est donc diminué, & si la Terre y doit passer, ce qui arrive dans nos Eclipses de Soleil, l'Eclipse en commencera plus tard, & finira plus tôt, ou sera plus courte qu'elle n'eût été naturellement. Or c'est ce qu'on ne remarque point, même en le cherchant ; l'Eclipse est toujours conforme au calcul Astronomique, qui n'a point supposé d'Atmosphere à la Lune, ou si elle n'y est pas exactement conforme, on s'apperçoit aisément qu'il a tenu à quelque autre chose.

Si les Eclipses de Soleil étoient accourcies par l'Atmosphere de la Lune, il y auroit telles circonstances où une Eclipse qui auroit dû être très courte, ne seroit point.

Il en faut dire autant des Eclipses des Fixes par la Lune, son Atmosphere les accourciroit.

Rien de tout cela n'arrive, & par conséquent la Lune n'a point d'Atmosphere, ou elle en a une qui nous est insensible, soit par son peu de hauteur, soit par la foiblesse de ses réfractions.

Voilà les raisonnemens sur ce sujet qu'on peut appeller géométriques, & qui le sont en-

encore beaucoup plus de la maniere dont M. Grandjean les traite. Mais il y en a d'autres physiques, & qui par leur nature sont plus douteux. Nous avons rapporté en 1715 * un des plus forts qu'on ait encore faits pour l'Atmosphere de la Lune; nous rapportames aussi une réponse assez satisfaisante: mais il faut avouer que ce n'étoit-là que laisser ce point dans l'incertitude. Elle sera encore plus grande, si l'on y veut joindre ce qui a été dit en 1723 † sur la maniere dont l'Ombre se jette derriere les Corps éclairés. On y verra des accidens si imprévus, quoique réglés & constans, & tout le géométrique tellement dérangé par le physique, qu'on ne se pressera pas de prétendre rien déterminer de fixe sur l'existence ou la non-existence d'une Atmosphere de la Lune, & sur les changemens qu'elle apporteroit aux phénomènes.



SUR LA GRANDEUR DES SATELITES

DE JUPITER. †

JUPITER, à cause de son grand éloignement, nous paroît si petit, même avec les meilleures Lunettes, & dans sa plus grande proximité de la Terre, qu'il a fallu que feu M. Cassini ait inventé une Méthode assez subtile pour déterminer précisément que
son

* p. 62. & suiv.

† p. 123. & suiv.

‡ V. les M. p. 499.

son diametre apparent étoit de 51 Secondes. Que sera-ce donc de ses Satellites, qui sont beaucoup plus petits? Quelle industrie pourra saisir les extrémités de leurs diametres, en sorte qu'il y reste un milieu sensible?

M. Cassini, à qui l'Astronomie doit plusieurs Méthodes très fines & très ingénieuses, en a trouvé une pour la grandeur de ces Satellites. Ils passent tous devant le disque lumineux de Jupiter, & disparoissent effacés par sa lumiere, quand ils y sont entierement plongés; mais ils sont quelque peu de tems à s'y plonger, & autant à s'en dégager entierement. Leur mouvement étant alors supposé uniforme, & il le sera toujours assez pendant une si petite portion de leur révolution autour de Jupiter, il est certain que le tems qu'ils mettront à se plonger entierement dans le disque de Jupiter, ou à en sortir entierement, sera au tems qu'ils mettront à passer invisibles devant le disque de Jupiter, si cependant ils ont passé devant son centre, comme leur diametre est à celui de Jupiter, que l'on connoitra d'ailleurs.

La circonstance de passer devant le centre de Jupiter est rare. Il l'est fort aussi, que Jupiter soit dans sa plus grande proximité de la Terre, c'est-à-dire, en opposition avec le Soleil, & en même tems dans son Périhélie; car quand la Terre est entre lui & le Soleil, ce qui fait son opposition, & l'approche beaucoup de la Terre, il ne lui reste plus, pour être le plus près de la Terre qu'il se puisse, que d'être aussi le plus près du Soleil. La réunion de ces circonstances, rares chacune
en

en particulier , étant encore beaucoup plus rare , & cependant presque absolument nécessaire pour la détermination des grandeurs des Satellites , il n'est pas étonnant que l'Astronomie hésite encore sur ce sujet.

M. Maraldi avoue qu'il y a travaillé sans succès. Souvent le Satellite qu'il suivoit n'étoit pas à moitié plongé dans le disque de Jupiter , qu'il devenoit invisible , parce que sa partie qui auroit dû encore se faire voir étoit trop petite étant seule. Souvent c'étoit la même chose renversée dans une Emerfion, une partie déjà sortie n'étoient pas assez grande pour être vue. Cependant M. Maraldi trouve dans les Registres de l'Observatoire des Observations assez exactes sur ces Immerfions & Emerfions , & principalement trois de feu M. Cassini en 1695 sur les trois 1^{ers} Satellites. Par-là les diametres du 1^{er} & du 2^d sont à celui de Jupiter comme 1 à 20 , & celui du 3^{me} comme 1 à 18. Le 4^{me} Satellite manque à cette Théorie , mais M. Maraldi supplée par un autre tour au défaut d'observations pareilles , & trouve le diametre de ce Satellite comme celui des deux 1^{ers}. Le 3^{me} Satellite est donc le seul inégal , & il est le plus grand. Si nous voyions de Jupiter les trois qui nous paroissent égaux , ils cesseroient apparemment de l'être.

On ne doute plus présentement que le diametre de Jupiter ne soit dix fois plus grand que celui de la Terre , ainsi le diametre du plus grand Satellite est à celui de la Terre comme 10 à 18 , ou 5 à 9. Il est en même tems beaucoup plus grand que celui de la Lune ,

Hist. 1734.

E

qui

qui n'est à celui de la Terre qu'environ comme 1 à 4.

S'il est encore nécessaire de prouver combien les observations des Satellites sont délicates, nous rapporterons une remarque de M. Maraldi. De ces observations que l'on a faites en même tems à Greenwich & à l'Observatoire, on en a tiré la différence de ces deux Lieux, & il se trouve que cette différence est toujours plus grande par les Immersions que par les Emerfions comparées ensemble, & c'est dans un très grand nombre de comparaisons que cela se soutient toujours. Il y a de l'erreur de l'un des deux côtés, & une erreur d'habiles gens; c'est tout ce que nous voulons conclurre, quoique M. Maraldi conjecture assez finement de quel côté elle vient.

~~~~~

## *SUR UNE NOUVELLE METHODE*

*POUR TROUVER*

*LA HAUTEUR DU POLE, \**

**I**L y a deux Méthodes principales pour déterminer la hauteur du Pole, ou la latitude d'un Lieu.

La 1<sup>re</sup> est par les hauteurs Méridiennes du Soleil, ou de quelque Etoile fixe. Le jour du Solstice d'Eté, où l'on fait que le Soleil est



est à 23 degrés de l'Equateur, car pour plus de facilité je ne prends que des nombres entiers, on a observé sa hauteur Méridienne de 63 degrés; de-là on conclut que le Soleil est éloigné du Zénit du Lieu de 27 degrés, 27 & 23 font 50 degrés dont le Zénit du Lieu est éloigné de l'Equateur, & c'est-là sa latitude ou sa hauteur du Pole. Il est clair que toute Fixe servira au même usage que le Soleil, pourvu que l'on connoisse la distance à l'Equateur, ou sa déclinaison, comme l'on connoissoit dans cet exemple celle du Soleil.

La 2<sup>de</sup> Méthode est bornée aux Fixes *circumpolaires*, c'est-à-dire, dont on peut voir du Lieu où l'on est une révolution entiere autour du Pole, ou qui ne se couchent point. A une plus grande latitude on en voit toujours un plus grand nombre. Elles ont dans une seule révolution deux hauteurs Méridiennes, l'une supérieure par rapport au Pole, l'autre inférieure: ou les a toutes deux par observation, on prend l'arc du Méridien compris entre elles, il est sûr que le point du milieu de cet arc est le Pole, & que la hauteur supérieure observée moins la moitié de cet arc, ou l'inférieure plus cette même moitié, est la hauteur du Pole sur l'Horizon.

Le défaut de la premiere Méthode est qu'elle demande la connoissance exacte des déclinaisons, soit du Soleil, soit des Fixes, & les meilleurs Astronomes ne sont pas d'accord entre eux sur ce point; sans compter que l'on commence à appercevoir dans les Fixes, des irrégularités, des changemens de position qui, jusqu'à présent, paroissent fort bizarres.

Il est clair aussi que les hauteurs Méridiennes varient par les Réfractions, dont la juste mesure ne pourra apparemment être jamais bien établie. Le seul remède seroit de prendre ces hauteurs si grandes que les Réfractions y pussent être négligées.

La 2<sup>de</sup> Méthode est sujette aussi aux Réfractions, & c'est son seul défaut qui jusqu'à lui est commun avec la 1<sup>re</sup>; mais elle a de particulier, que comme il lui faut deux hauteurs différentes, elle tombe deux fois dans l'inconvénient des Réfractions, qui même sont inégales.

Il ne faut pas croire cependant que quand les opérations sont aussi bien faites qu'elles peuvent l'être, sur-tout quand on en a fait un grand nombre pour un même sujet, il puisse rester beaucoup d'incertitude. M<sup>rs</sup>. Cassini & Maraldi ont fixé la latitude de l'Observatoire à  $48^{\circ} 50' 10''$ , M. de la Hire à  $48^{\circ} 50'$  seulement; il ne s'agit que de  $10''$ , de  $\frac{1}{3333}$  du tout: mais M. Godin juge que comme une latitude est un élément très important qui entre dans une infinité de calculs, il est bon de l'avoir encore, s'il se peut, dans une plus grande précision, & il en a imaginé le moyen.

Il choisit une Etoile circompolaire dont la plus grande hauteur Méridienne soit telle que la Réfraction y soit nulle ou insensible, & il prend exactement cette hauteur. L'Etoile étant en-deçà du Pole par rapport à l'Observateur, & plus élevée sur l'Horizon, il est certain que si de sa hauteur Méridienne connue on ôte sa distance au Pole encore inconnue,

nue, on aura la distance cherchée du Pole à l'Horizon.

Chaque Quart de l'Equateur, à compter d'un Méridien quelconque, est égal à la distance de l'Equateur au Pole; & de même à cause de l'uniformité de la Sphere, chaque Quart du Parallele décrit par une Etoile en 24 heures, est égal à la distance de cette Etoile au Pole, puisqu'elle est toujours très exactement pendant 24 heures sur la circonférence de ce Parallele; dût-elle avoir d'ailleurs de grandes irrégularités. On la voit pendant toute une révolution, on peut donc la prendre & 6 heures avant, & 6 heures après son passage par le Méridien; elle aura décrit précisément la moitié de la circonférence de son Parallele; il n'y a plus qu'à mesurer par les Instrumens la quantité de degrés de cet arc, dont la moitié sera la distance de la Fixe au Pole.

Il est vrai que quand elle a été dans ses deux plus grands éloignemens du Méridien, elle a dû être assez basse pour être sujette aux Réfractions, & alors par conséquent on l'a vue trop élevée, & la moitié de son Parallele a paru plus courte qu'elle n'étoit réellement. M. Godin n'a garde d'en disconvenir, mais il fait remarquer & prouve par un Exemple, que ses opérations le mènent à un Calcul où l'erreur qui vient des Réfractions mal connues, est la moitié moindre que celle qui naitroit des opérations ordinaires. De plus il trouve la hauteur du Pole par une Etoile fixe, sans avoir besoin d'en connoître auparavant la déclinaison. Il semble présentement que tous les grands pas sont faits dans les

Sciences, & qu'on ne peut plus avancer que par de petits pas, qui n'en feront que plus difficiles, & plus à estimer.

~~~~~

SUR LA PERPENDICULAIRE

*A LA MERIDIENNE DE PARIS. **

CE qui fut commencé en 1733 pour la Perpendiculaire à la Méridienne de Paris du côté de l'Occident †, a été continué, & fini cette année du côté de l'Orient, quoiqu'au milieu d'une Guerre très vive. M. Cassini, parti de Paris à la tête de la même Troupe que l'année précédente, a poussé cette Perpendiculaire jusqu'à l'extrémité Orientale de la France, jusqu'à Strasbourg.

Si l'on se souvient de ce qui a été dit en 1721 ‡ sur cette sorte de travail en général, & des attentions qu'il y faut apporter, il ne restera plus qu'à en faire l'application à quelques cas particuliers qui se trouveront dans ce dernier ouvrage. Par exemple, quand on fut sur les confins de la Lorraine & de l'Alsace, la Perpendiculaire jeta les Géomètres dans de grands Bois, où il n'y avoit ni Objets remarquables qui pussent être distingués des autres pour la formation des Triangles, ni Routes par où d'autres que des Chasseurs pussent guere passer: incommodités auxquelles.

* V. les M. p. 537. † V. l'Hist. de 1733. p. 63.

‡ p. 84. & suiv.

les on ne s'attendoit point dans des pays tels que ceux-ci, & qu'on n'avoit point encore éprouvées, du moins à ce point-là, dans de pareilles entreprises. Il fallut se faire & des Objets & des Routes, on se partagea pour allumer en differens endroits & en des tems dont on étoit convenu, de grands feux, qui, par l'éloignement, n'étoient presque plus que des points où se formoient des sommets d'angles. Quelquefois, quoiqu'il suffît de partir d'une base actuellement mesurée, après quoi tout le reste se concluoit par le calcul Trigonométrique, on a mesuré actuellement d'autres bases ou côtés de Triangles pour suppléer au défaut de quelque angle que l'on n'avoit pas; car si l'on n'a pas les trois angles d'un Triangle, il faut avoir plus d'un côté.

On est parvenu de Paris à Strasbourg par une suite de 39 Triangles, ce qui est remarquable, puisqu'il en a fallu 30 pour aller seulement de Paris à Dunquerque. Nous avons dit en 1721 pourquoi le petit nombre de Triangles, & la grandeur des angles, sont des avantages. Ici on a eu ces deux avantages à la fois, & ces grands Bois si incommodes y ont apparemment contribué. On a été obligé de se faire des Objets, & on se les est faits les plus éloignés qu'on a pu, & faisant entre eux les plus grands angles.

On a fini ce travail de la même manière que les autres, par la mesure actuelle d'une base qui, sur une longueur de 3341 Toises 4 pieds, ne s'est trouvée que de 4 pieds plus courte que la base résultante des 29 Triangles.

La distance de Paris à Strasbourg est de

E 4

205120

205120 Toises en ligne droite, ce qui fait près de 90 Lieues communes de 2282 Toises. Cette même distance prise sur la Perpendiculaire n'est que de 204990. Strasbourg est au Midi de la Perpendiculaire, & en est éloigné de 7326 Toises, ou de plus de 3 Lieues.

Si aux 204990 Toises de distance de Paris à Strasbourg prises sur la Perpendiculaire, on joint les 148460 Toises ou 65 Lieues, qui sont sur la même Perpendiculaire la distance de Paris à Granville, on aura 353450 Toises, ou près de 155 Lieues, pour la longueur de cette ligne qui s'étend sur toute la France de l'Ouest à l'Est en passant par Paris.

On avoit la distance terrestre de Paris à Strasbourg, il ne restoit plus qu'à avoir la distance céleste, c'est-à-dire, la grandeur en degrés de l'arc d'un Parallele compris entre Paris & Strasbourg, ou entre leurs Méridiens. Pour cela les Satellites de Jupiter étoient nécessaires; mais le tems extrêmement pluvieux étoit très contraire à l'observation, & d'ailleurs on n'eût pas pu la suivre longtems, car Jupiter étoit prêt à se plonger dans les rayons du Soleil. Mais M. Hertenslein, fameux Professeur de Mathématique à Strasbourg, suppléa à ce défaut par de bonnes observations des Satellites, faites par M. Eifenschmid son Prédécesseur, & qu'il communiqua à M. Cassini.

Il parut bientôt par-là qu'à la latitude de Strasbourg, les degrés de longitude étoient plus petits qu'ils ne doivent être dans l'hypothèse de la Terre Sphérique, & que cela em-
porte.

porte que la Terre soit un Sphéroïde allongé. Nous avons trop traité cette matière dans l'année précédente, pour en rien répéter ici. M. Eifenschmid n'étoit engagé dans aucun parti sur la Question de la figure de la Terre, & il n'y a pas d'apparence que dans ses observations des Satellites il ait songé à favoriser le Sphéroïde allongé, plutôt que l'applati; & d'ailleurs, quoique fort habile, il eût peut-être eu de la peine à trouver bien sûrement comment il devoit s'y prendre: mais enfin ces observations se sont trouvées si favorables au Sphéroïde allongé, que M. Cassini a eu la modération de n'en pas vouloir tirer tout l'avantage qu'il eût pu à la rigueur, & de s'en retrancher une partie.

~~~~~

### *SUR L'OBLIQUITÉ DE L'ECLIPTIQUE.\**

**Q**UAND l'obliquité de l'Ecliptique seroit toujours décroissante, comme quelques-uns commencent à le croire, ce seroit de si peu & si lentement, que l'on n'auroit pas tort d'en douter encore assez longtems. Nous avons déjà traité le pour & le contre de cette matière en 1716 †, & depuis ce tems-là nous ne pouvons pas avoir acquis de grandes lumières sur un point de fait dont l'éclaircissement demande plusieurs Siècles. Cependant on peut avoir une impatience assez légitime de prévenir, autant qu'il sera possible,

\* V. les M. p. 491.

† P. 591 & suiv.  
E 5

ble, un éclaircissement si tardif, & ceux qui la sentiront le plus, auront apparemment déjà pris le parti du décroissement de l'obliquité de l'Ecliptique; car pour les autres, leur hypothèse est la dominante; ils sont en possession, & ils peuvent y demeurer encore longtemps tranquillement.

M. Godin, comme pour tenir les choses prêtes au Système du décroissement, a voulu voir de quelles causes il pourroit procéder, quels effets il produiroit, quelles seroient toutes les marques qui le feroient reconnoître. Pour bien entendre toute cette Théorie assez neuve, & peut-être un peu abstraite, il faut remonter jusqu'à la *Précession des Equinoxes*, que nous avons expliquée en 1708 \*, selon le Système de Copernic.

L'axe de l'Equateur & celui de l'Ecliptique, partans tous deux du centre de la Terre, perpendiculaires chacun au plan de son Cercle, sont inclinés l'un à l'autre du même angle, dont l'Equateur & l'Ecliptique le sont l'un à l'autre, de  $23^{\circ}$   $\frac{1}{2}$  à-peu-près. Si l'on conçoit que ces deux axes soient immobiles l'un par rapport à l'autre, nous ne verrons jamais aucun changement dans l'inclinaison de l'Equateur & de l'Ecliptique, ni dans toutes les positions des Etoiles entant qu'elles se rapportent à l'un ou à l'autre de ces deux Cercles; toutes les déclinaisons qui se rapportent à l'Equateur, toutes les latitudes qui se rapportent à l'Ecliptique, seront invariables; les Fixes, quelque mouvement qu'elles puissent

\* p. 119. & suiv.



sent avoir d'ailleurs, seront toujours à la même distance de ces deux Cercles, & ne se mouvront que parallèlement à eux. Il est évident que ce sera le mouvement en longitude qui leur sera entièrement libre.

Mais si l'on suppose que des deux Axes l'un se meuve par rapport à l'autre, que ce soit l'axe de l'Equateur qui se meuve par rapport à celui de l'Ecliptique immobile, décrivant un cercle autour de lui sans changer l'angle de  $23^{\circ} \frac{1}{2}$  qu'il fait avec lui, nous avons expliqué en 1708 comment alors on verroit les Fixes changer de déclinaison, puisque l'axe de l'Equateur se meut, & non pas de latitude, puisque l'axe de l'Ecliptique ne se meut pas. En même tems les Fixes auront un mouvement en longitude d'Occident en Orient sur les poles immobiles de l'Ecliptique, ou plutôt l'apparence de ce mouvement causée par le mouvement circulaire réel de l'axe de l'Equateur autour de celui de l'Ecliptique. La vitesse de ce mouvement réel déterminera celle de l'apparent. On a vu comment de-là venoit la précession des Equinoxes. C'est uniquement pour l'expliquer, que tout ce que nous venons de dire a été imaginé. On y a toujours considéré l'angle de l'Ecliptique avec l'Equateur comme constant.

S'il ne l'est pas, & c'est de quoi il s'agit ici, quelle addition faut-il faire à cette Théorie? car ce sera une addition, & non pas un changement; la précession des Equinoxes, & tout ce qui en dépend, doit subsister en entier.

Puisque l'angle diminue, les deux axes ne conservent plus entre eux cette même distan-

ce qu'ils conservoient auparavant, ou, ce qui est le même, leurs plans ne la conservent plus. Mais lequel des deux se met en mouvement vers l'autre? Voilà ce que M. Godin fait reconnoître par les phénomènes qui arriveront.

Si l'Equateur se meut vers l'Ecliptique immobile, tout ce qui se rapporte à l'Equateur, les déclinaisons des Fixes changeront, & non les latitudes. Il semble que nous venions déjà de le dire dans une autre hypothèse, mais au fond ce n'est nullement la même chose. Quand l'axe de l'Equateur tourne autour de celui de l'Ecliptique sans changer d'angle, les Fixes prennent nécessairement par cette cause un mouvement apparent en longitude, parallèle à l'Ecliptique, & qui par conséquent ne l'étant pas à l'Equateur, fait changer les déclinaisons. Mais si outre cela l'Equateur se meut en s'approchant de l'Ecliptique, tout ce qui se rapporte à l'Equateur, & par conséquent les déclinaisons sont encore en mouvement, & changent par ce nouveau principe; mais c'est un changement qui s'ajoute au premier, & n'en change pas la nature. On ne doit pas manquer d'y faire attention.

Si l'Ecliptique se meut vers l'Equateur immobile, les latitudes changent, puisqu'elles se rapportent à l'Ecliptique, & les déclinaisons ne changent que par le premier principe, par le simple mouvement de l'AXE de l'Ecliptique autour de celui de l'Equateur.

Par les observations que l'on peut avoir jusqu'à présent, M. Godin croit pouvoir conclure que l'obliquité de l'Ecliptique a diminué.

mué de 55" en 80 ans, ce qui fera à très peu près 1' en 90 ans. C'est-là le mouvement qui appartiendra ou à l'Equateur vers l'Ecliptique, ou à l'Ecliptique vers l'Equateur: Le premier ou l'ancien mouvement par lequel l'Axe de l'Equateur tournoit autour de celui de l'Ecliptique sans s'en approcher, ni s'en éloigner, subsiste toujours tel que M. Cassini l'a déterminé de 1 degré en 70 ans. Il est donc au second ou nouveau, comme 105 à 1. Le second est d'une prodigieuse lenteur, s'il n'est que la  $\frac{1}{11}$  partie du premier, qui étoit déjà bien lent, & il ne faut pas s'étonner que ce second ait attendu toute la justesse & toute la subtilité de l'Astronomie moderne pour se faire seulement soupçonner. On avoit peine à concevoir, & nous l'avons dit en 1708, que l'Axe de l'Equateur tournant autour de celui de l'Ecliptique, pût conserver le parallélisme avec lui-même qu'il est obligé de garder dans toutes ses situations selon le Système de Copernic: cette difficulté ne subsiste plus dès que le parallélisme n'a plus besoin d'être exact, & qu'au contraire il faut qu'il ne le soit pas.

La diminution de l'obliquité de l'Ecliptique étant admise ou supposée, ou l'axe de l'Equateur se meut vers l'Ecliptique d'un mouvement de 1' en 90 ans, outre le mouvement de rotation qu'il a autour de ce même Axe de 1 degré en 70 ans, ou bien l'Axe de l'Ecliptique a un mouvement de 1' en 90 ans vers l'Equateur: on a maintenant à se déterminer entre ces deux partis.

Il est plus naturel que ce soit pour le second. L'Axe de l'Equateur est déjà chargé d'un mouvement, & s'il falloit que l'autre lui appartint encore, l'Axe de l'Ecliptique seroit d'une immobilité difficile à admettre dans la Nature, vu tout ce que l'on en connoit aujourd'hui. Mais M. Godin employe un raisonnement plus savant & plus ingénieux, qu'il reconnoit avoir tiré de Tycho.

Si l'Ecliptique se meut vers l'Equateur, les latitudes des Fixes changent toujours, & comme il faut des tems extrêmement longs pour donner en cette matiere quelque chose de sensible, les plus anciennes latitudes observées avec assez de sûreté, seroient celles que l'on compareroit aux latitudes d'aujourd'hui. Mais ce que nous avons de plus ancien sur ce sujet, ce sont seulement les déclinaisons de quelques Fixes données par Ptolémée sans leurs latitudes. M. Godin a suppléé à ce défaut pour la Claire de l'Aigle, en tirant sa latitude au tems de Ptolémée de la déclinaison qu'elle y avoit, du mouvement connu des Fixes, de l'obliquité qu'avoit alors l'Ecliptique, & des observations de M. Godin lui-même sur la longitude de cette Etoile. Le Calcul vient enfin à donner sa latitude plus grande au tems de Ptolémée qu'elle n'est aujourd'hui, & ce qu'il y a de remarquable, plus grande presque précisément autant que l'étoit l'obliquité de l'Ecliptique, parce que la Claire de l'Aigle est placée presque sur le Colure des Solstices, au point où la mesure de sa latitude & celle de l'obliquité de l'Ecliptique ne sont que la même.

Dans

Dans ces sortes de Calculs M. Godin a égard aux Réfractions, que les Anciens ne connoissoient pas. Il a même égard aux différens Lieux où les Anciens ont observé, car c'est encore là un principe de variation pour les Réfractions, & feu M. le Chevalier de Louville paroît n'en avoir pas tenu compte, quoiqu'on le doive dans une matiere où il n'est question que de fort petites grandeurs, qui échaperont, si l'on en perd rien.

Par toutes les preuves de M. Godin, l'apparence est jusqu'ici, car peut-être suffit-il de dire apparence, que l'angle de l'Equateur & de l'Ecliptique diminue, & que c'est l'Ecliptique qui s'approche de l'Equateur. Mais si cela est, voici un grand changement dans le Ciel. Tout le monde sait ce que c'est que les Nœuds de l'Ecliptique avec toutes les Orbits des Planetes: rien n'est plus important ni plus nécessaire dans l'Astronomie que la détermination de ces Nœuds, de leurs lieux, de leurs mouvemens, parce que ces points étant les seuls communs à notre Orbite & aux autres, c'est dans ces points que les mouvemens des Planetes doivent être mieux comparés à celui de la Terre, & c'est de-là que nous devons partir pour suivre tous ces mouvemens étrangers, ou du moins ce sont dans tous ces mouvemens des points principaux & très remarquables. Si l'on se représente l'Ecliptique coupant chaque Orbite de Planete en deux points placés différemment en chaque Orbite, on concevra aussi-tôt que si l'Ecliptique étoit immobile, tous ces différens Nœuds le seroient aussi, & paroîtroient fixes,

fixes, du moins *de ce chef*, & qu'ils avoient ou paroissent avoir du mouvement, cela leur viendroit d'ailleurs; mais que si l'Ecliptique se meut, il est impossible que devenant successivement differens plans differemment posés, elle ne vienne à couper toujours en d'autres points les Orbites des Planetes, & que par-là les Nœuds n'ayent un mouvement apparent. Or ce mouvement des Nœuds causé par celui de l'Ecliptique n'a jamais été connu, & ce seroit une réforme importante à faire dans leur Théorie.

Il est vrai que cette Théorie n'est pas encore bien assurée. Elle l'est si peu, que quelques Astronomes font le mouvement de certains Nœuds direct, & celui de quelques autres rétrograde, ce qui manque absolument de vraisemblance, & auroit besoin d'être, pour ainsi dire, plus que prouvé. C'est l'extrême lenteur du mouvement des Nœuds, & la grande rareté d'Observations heureuses, qui causent l'incertitude où l'on demeure sur ce point.

Dans cet état, M. Godin prend le parti de croire que les Nœuds n'ont aucun mouvement réel, mais un apparent causé par le mouvement réel de l'Ecliptique vers l'Equateur terrestre. Le physique de cette Théorie est extrêmement simple, dégagé de toute idée forcée, ou ajustée au besoin, nécessaire même supposé la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique & le mouvement de l'Ecliptique vers l'Equateur. Mais ce ne seroit pas assez, il faut encore que les Observations s'accordent avec l'hypothese, qui paroît d'abord hardie;

hardie ; & c'est ce que M. Godin s'attache à faire voir d'une manière assez satisfaisante. Il promet d'étendre encore cette recherche plus loin sur les mêmes vues. Nous l'avons déjà dit, il s'en faut bien que les faits de l'Astronomie ne soient assez constatés. On ne doutoit pas que l'angle de l'Ecliptique & de l'Equateur ne fût toujours le même ; s'il ne l'est pas, c'est dans tout le corps de l'Astronomie un changement presque incroyable.



## MECHANIQUE.

### SUR LES FIGURES

### QUE LES PLANETES PRENNENT

### PAR LA PESANTEUR.\*

**Q**UAND on recherche en Philosophe les figures des Planetes, il est assez ordinaire & fort naturel de considérer ces Corps, quoique solides, au moins dans une grande partie de leur tout, comme ayant été originairement de grands Fluides, ou des especes de Pâtes très molles, que la Pesanteur a, pour ainsi dire, pétries, en les obligeant de prendre les figures que son action demandoit, pour s'exercer ensuite continuellement, également, & sans obstacle. Il a donc fallu que

\* V. les M. p. 271.

que toutes les parties de la Planete ayent été amenées à un équilibre, qui est le seul état permanent; il faut, pour cet équilibre, que toutes les Colonnes du Liquide se disposent entre elles de façon à se soutenir les unes les autres, & à se contrebalancer exactement. Cette exactitude n'est nécessaire que dans le tems où le Corps de la Planete seroit en liqueur, ou en pâte; car alors le moindre excès de Pesanteur qu'une Colonne auroit sur les autres les feroit soulever, & altéreroit la figure du tout; ce ne sera plus la même chose, quand cette liqueur se fera, si l'on veut, congelée, ou que cette pâte se fera durcie; l'équilibre est exact entre les parties de nos Mers, mais non pas entre celles des Terres, qui pourroient n'avoir été originairement qu'une pâte.

Pour déterminer l'équilibre des Colonnes, il est besoin de connoître, du moins géométriquement, c'est-à-dire, de pouvoir réduire aux expressions, & au Calcul de l'Algebre, tout ce qui appartient à la Pesanteur, prise ou en elle-même, ou par rapport à son action, ou par rapport à l'altération qu'elle peut recevoir de causes compliquées avec elle.

Elle peut être en elle-même ou constante ou variable. Constante, elle agira toujours avec la même force, à quelque distance que soit le point vers lequel elle pousse un Corps; variable, elle agira avec plus ou moins de force, selon une proportion quelconque à cette distance. Constante, elle agira toujours de même, selon quelque direction qu'elle agisse  
sur



sur ce corps; variable, elle agira différemment, selon différentes directions.

Et de-là naissent deux différentes manières dont la Pesanteur peut être constante en un sens, & variable en un autre. Si son action est la même à quelque distance que soit le point où elle tend, & si en même tems elle est différente selon la différente direction; ou si, au contraire, l'action est la même pour toutes les directions, mais non pas pour toutes les distances du point où elle tend, la Pesanteur sera imparfaitement constante & variable, & il est aisé de voir quand elle sera parfaitement l'un ou l'autre.

Elle peut ne pousser toutes les parties du Corps qu'elle meut que vers un point unique, qui sera alors un centre; ou les pousser chacune vers un point différent d'une même ligne, qui sera un axe.

Quand le Corps supposé se meut sur son centre, ou, ce qui est le même, sur un axe, la Pesanteur qui tend toujours ou vers ce centre, ou vers cet axe, se complique nécessairement avec la force Centrifuge qui tend à s'en éloigner. Mais pour considérer ces deux forces comme contraires, il ne faut prendre que ce qu'elles ont d'absolument opposé dans leurs directions, décomposées s'il en est besoin. Si dans le Fluide qui tourne, la force Centrifuge étoit plus grande que la Pesanteur, tout ce Fluide se dissiperoit, & seroit bien éloigné de pouvoir prendre une figure durable. Si les deux Forces étoient égales, elles se détruiroient l'une l'autre, & il ne se formeroit point encore de figure. Il faut pour  
cela

cela que la Pesanteur soit la plus grande ; ce n'est que ce qui n'est pas détruit par l'action de la force Centrifuge, son antagoniste, ce n'est que ce qu'elle peut encore conserver, qui agit pour produire une figure ; ce n'est que cet excès, ce reste, qui est le poids *actuel* des Corps.

M. Bouguer exprime algébriquement dans la plus grande généralité possible, & la Pesanteur, & son action, & sa modification. Il y a quelquefois dans ces sortes d'expressions plus que l'art ordinaire ; par exemple, on peut remarquer celui qu'emploie M. Bouguer pour désigner différemment la Pesanteur variable par une différente distance au point où elle tend, ou par une différente direction.

Le Fluide indéterminé, que M. Bouguer considère, tourne sur son axe vers lequel la Pesanteur pousse toutes les Colonnes qui le composent ; & puisque leur équilibre déterminera la figure que le Fluide total prendra, il faut trouver une Equation où une certaine Colonne déterminée contrebalance toute autre Colonne quelconque ; ou, ce qui est le même, lui soit égale en force. Il y a dans ce Fluide, une Colonne unique, dont la Pesanteur n'est point altérée par la force Centrifuge, c'est celle qui est l'axe du mouvement de circulation du Fluide ; elle comprend tous les points d'où les forces Centrifuges tendent à s'éloigner, & par conséquent elle ne peut avoir elle-même de cette espèce de force. Cette Colonne déterminée mise en égalité avec toute autre indéterminée soumi-

se

se à toutes les conditions du Problème, fournira l'Equation que l'on cherche, susceptible ensuite de toutes les déterminations particulières possibles. On entend assez qu'il sortira de-là des valeurs d'Abscisses & d'Ordonnées d'une Courbe, qui sera toujours celle de la figure cherchée du Fluide, & qui variera selon les différentes hypothèses qu'on aura faites arbitrairement.

Il seroit assez naturel de croire qu'après cela tout est fait ; mais le Problème bien approfondi , renferme encore une considération qui en augmente la difficulté, & par conséquent la beauté , & qui pourroit échapper à moins que d'une grande attention.

L'équilibre des Colonnes assure bien, dit M. Bouguer, le repos *intérieur* de toute la masse du Fluide, mais non pas l'*extérieur*, celui de sa surface, qui peut encore n'être pas de niveau, & par conséquent couler de côté & d'autre, & n'avoir pas une figure arrêtée. Mais, dira-t-on, ce qu'on appelle ici l'extérieur, n'est-ce pas l'intérieur même *finissant* ; & si tout l'intérieur est tranquille, comment cet extérieur ne le sera-t-il pas ? C'est que l'équilibre des Colonnes n'a fait qu'en régler les différentes longueurs, telles qu'elles devoient être, afin que l'une d'entre elles n'en soulevât pas une autre par un plus grand poids ; c'est que l'action quelconque de la Pesanteur n'a été distribuée que par rapport à ces longueurs, & n'a eu, pour ainsi dire, d'autre objet que de les déterminer. Pour cela il n'étoit pas nécessaire que les directions de cette action fussent perpendicu-  
lai-

laires à la surface qui se formoit, mais il faut qu'elles le soient à cette surface formée, si l'on veut qu'elle se maintienne; car autrement de deux Colonnes qui précisément par leur longueur faisoient équilibre, si la première reçoit perpendiculairement l'action de la Pesanteur, tandis que la seconde ne la reçoit qu'obliquement, il est certain que la première l'emportera sur la seconde, & la soulèvera.

M. Bouguer cherche une nouvelle Equation, qui exprime la figure ou la surface d'un Fluide dont tous les points soient pressés perpendiculairement par la Pesanteur, ou, ce qui revient au même, soient de Niveau. Il lui vient une Equation assez différente de celle qui donnoit l'Equilibre des Colonnes, ce qui marque déjà que les deux cas sont plus differens qu'on n'auroit cru. Ils le sont au point que l'un exclut quasi toujours l'autre, & qu'il n'y a que peu de moyens de les réunir, c'est-à-dire, que quand on veut que les deux Equations deviennent la même, ce qui ne se peut qu'en égalant entre elles les quantités par où elles different, on voit qu'il n'y a qu'un petit nombre d'hypotheses qui puissent produire cette égalité. Une de ces hypotheses est celle de la Pesanteur constante selon quelque direction qu'elle agisse, & à quelque distance que soit le point où elle tend; alors la Planete est une Sphere. Ce n'est plus la même chose, si on met la moindre variation dans la Pesanteur. Combien étoit-on éloigné du vrai, & combien étoit-on éloigné de s'en douter, quand à cause de la noblesse  
de

de la figure Sphérique, on croyoit que les Corps Célestes ne pouvoient être que Sphériques ?

Les figures du Solide formé sur le seul principe de l'Equilibre des Colonnes, ou sur le seul principe du Niveau, peuvent aller jusqu'à differer autant que celles d'un Solide infini en étendue & d'un autre fini, tous deux d'une masse finie.

Apparemment il est rare dans l'Univers qu'il y ait des Planetes parfaitement Sphériques, & par conséquent des Pesanteurs parfaitement constantes; car, selon la présente Théorie, elles auroient arrondi entièrement ces Planetes, supposé qu'elles les eussent trouvées dans leur premiere origine parfaitement obéissantes à leur impression. Mais comme ce point-là demeurera toujours indécis, & que le Problème de M. Bouguer n'a pas compté sur aucune résistance de la matiere des Planetes à l'action de la Pesanteur, il ne sera pas possible d'arriver par cette voye à une grande certitude sur leurs figures.

Toujours peut-on penser avec beaucoup de vraisemblance, qu'il est très difficile que jamais l'action de la Pesanteur sur la surface d'aucune Planete lui soit aussi géométriquement perpendiculaire qu'il le faudroit pour tenir dans un parfait repos les Liquides, les Mers qui s'y trouveront; & si ce repos n'est pas parfait, la surface de ces Mers sera elle-même, & sans aucune cause étrangere, dans une petite agitation continuelle. Seroit-il bien incroyable que ce mouvement de liquidité, dont on ne connoit peut-être pas enco-

re tout-à-fait la véritable origine, eût en partie celle-là ? En ce cas, ce seroient les Calculs d'Algebre qui auroient conduit à des vues de Physique, où les faits ni les expériences ne conduisoient pas.

M. de Maupertuis \* qui avoit déjà traité ce sujet dans son Livre de la Figure des Astres † le reprit à l'occasion de la Théorie de M. Bouguer, & tomba dans les mêmes conclusions. Il avoit embrassé la matiere dans toute son étendue, en appliquant à la Question de la Figure des Planetes toutes les hypotheses sur la Pesanteur qui ont été jusqu'à présent reçues par les plus grands Philosophes.

Galilée, Descartes & Huygens l'ont regardée comme tendant vers un centre, & avec une force égale à quelque distance qu'il fût. C'est la premiere idée qu'on a dû prendre sur toutes les expériences faites autour du Globe terrestre, les seules qu'il nous soit permis de faire. C'est-là le premier Systême.

Lorsqu'ensuite on a conçu que ce qui faisoit tourner tous les Corps célestes autour de quelque centre, ou plutôt ce qui les empêchoit de s'en écarter, quoiqu'ils le dûssent naturellement, ce qui les y rappelloit toujours, devoit être une Pesanteur, non seulement analogue à celle qui s'exerce sur la Terre, mais précisément de la même nature, l'idée de la Pesanteur est devenue & plus générale & plus vraie; & comme on la prenoit sur les mouvemens des Corps célestes réglés par les

\* V. les M. p. 75.

† V. l'Hist. de 1732. p. 121, & suiv.

les Loix de Kepler, on a vu qu'il suivoit de ces Loix que la Pesanteur agit en raison renversée des quarrés des distances au centre \*.  
2<sup>d</sup> Systême.

Le 3<sup>m</sup>e est que toutes les parties de la matiere s'attirent mutuellement les unes les autres, mais différemment selon les masses & les distances, & que la Pesanteur ne consiste ou ne paroît consister que dans la supériorité de tendance que les unes prennent sur les autres vers certains points, à la fin, pour ainsi dire, de ce combat général. C'est-là proprement le Systême de M. Newton. Il est bien vrai que tout le 2<sup>d</sup> y entre, & s'il y entroit seul, il seroit très raisonnable de dire qu'en attendant la connoissance des causes Physiques ou Mécaniques de ces Pesanteurs, on en considère les effets, & qu'on est en droit de donner à ces causes inconnues des noms commodes. Mais outre tout ce que nous appellons le 2<sup>d</sup> Systême, celui de M. Newton comprend les véritables attractions, il demande que des Corps pesans se meuvent plus rapidement vers des centres, parce que ces centres sont occupés par de plus gros corps, qui attirent plus puissamment. Croit-on de bonne foi qu'il se puisse jamais trouver de cause Mécanique à cet effet, & une objection très légitime & très fondée contre M. Newton, ne tâche-t-on pas adroitement à l'éluder en la payant d'une réponse qui ne convient qu'à une autre objection qu'on ne lui fait pas, ou qu'on ne doit pas lui faire ? Tout cela bien

mis

\* V. l'Hist. de 1728. p. 134. & suiv.

mis au net, on sera plus en état d'entendre ce que nous avons à dire.

On ne peut traiter la question de la Figure des Astres ou Planetes qu'en employant l'action de la Pesanteur, & par conséquent cette question ne peut être traitée dans le 1<sup>er</sup> Système, où la Pesanteur seroit la même par tout l'Univers que sur la Terre, & il y a tout lieu de croire qu'elle ne l'est pas. De plus elle seroit toujours la même dans son action, indépendante des distances du point central, & il est certain que dès qu'on la transporte aux Corps célestes, elle n'est plus constante dans son action, mais variable en raison renversée des quarrés des distances.

En se renfermant donc dans ce 2<sup>d</sup> Système, on trouve que la figure des Corps célestes soit toujours fluides, comme les Soleils, soit d'abord fluides, & ensuite endurcis, comme les Planetes, est uniquement le résultat de la combinaison de deux Elémens qui se combattent, de la Pesanteur qui tend à rassembler toutes les parties d'un Corps autour d'un centre, & de la Force Centrifuge qui tend à les en écarter, parce que ce Corps est toujours supposé circuler. Nous avons déjà dit que si la Force Centrifuge étoit plus forte que la Pesanteur, les parties du Corps se dissiperoient, & la figure se détruiroit; si elle étoit égale, il ne se formeroit point de figure: il faut donc qu'elle soit plus foible, & alors l'Equateur de la circulation ou rotation est nécessairement plus grand que son axe, c'est-à-dire, que la figure est celle d'un Sphéroïde applati.

Les



Les Soleils autour desquels tournent des Planetes, des Planetes autour desquelles tournent d'autres Planetes subalternes, portent avec eux & nous offrent des indices bien marqués de la Pesanteur qui regne dans les Régions de l'Univers où ils se trouvent. La Force des mouvemens dont ils sont les centres, ou plutôt celle dont les Corps qui tendent vers eux y tendent, est la mesure de cette Pesanteur, & pour la connoître il n'y a qu'à décomposer leur mouvement de circulation, & comparer la Force qui leur feroit décrire, si elle étoit seule, un certain mouvement en ligne droite en un certain tems, & la Force qui dans le même tems les empêche de suivre cette droite, & les retire d'une certaine quantité vers un centre. Plus est grand ce rapport de la 2<sup>de</sup> Force à la 1<sup>re</sup>, plus la Pesanteur est grande, & il est visible que la Géométrie fera aisément cette détermination.

Si nous étions sur une autre Planete que celle où nous sommes, nous reconnoîtrions par le mouvement de la Lune autour de la Terre quelle feroit la Pesanteur à la Région de la Terre. Mais parce que nous y habitons, nous la connoissons, nous la mesurons par des expériences plus immédiates. On voit par-là qu'il n'y a de Pesanteurs étrangères, pour ainsi dire, dont nous puissions avoir connoissance, que celles du Soleil, de Jupiter & de Saturne, parce qu'il se fait autour d'eux des révolutions connues. Mercure, Vénus & Mars nous échapent.

Il est bon de pouvoir rapporter ces Pesanteurs

teurs étrangères à notre Pesanteur terrestre, dont l'effet bien constaté est de faire parcourir à un Corps, qui tombe proche de la surface de la Terre, 15 pieds dans la 1<sup>re</sup> Seconde de sa chute. On fait quelle est la quantité dont Jupiter, par exemple, est tiré vers le Soleil par sa Pesanteur en une Seconde; & puisque la Pesanteur croît en raison inverse des quarrés de la distance, on fait quel chemin il feroit en une Seconde, si au-lieu de tendre simplement vers le Soleil, il étoit réellement transporté sur sa surface: or il feroit alors environ 360 pieds, au-lieu qu'il n'en eût fait que 15 sur la surface de la Terre. Donc la Pesanteur est 24 fois plus grande sur la surface du Soleil. On trouvera de même en transportant un Satellite sur la surface de Jupiter, que la Pesanteur y est à-peu-près double de ce qu'elle est sur la surface de la Terre.

Avec la Pesanteur d'un Soleil ou d'une Planete; il faut, pour avoir leur figure, connoître aussi leur Force Centrifuge, qui dépend, comme on sait, du rapport de la grandeur de l'Equateur de la rotation à la vitesse de cette rotation. De la combinaison de ces deux principes résulte la Figure cherchée, qui est toujours celle d'un Sphéroïde applati, puisque la Pesanteur est toujours plus grande que la Force Centrifuge, mais d'un Sphéroïde plus ou moins applati. La Force Centrifuge est dans le Soleil environ 6 fois plus petite, & dans Jupiter 60 fois plus grande que sur la Terre. On fait par expérience que sur la  
Terre

Terre elle est 289 fois moindre que la Pésanteur.

Afin que la figure d'un Corps céleste puisse être déterminée par cette Théorie, il faut donc qu'il ait ces deux conditions, & que d'autres Corps fassent autour de lui des révolutions connues, & qu'il en ait une sur lui-même. Le Soleil & Jupiter ont les deux conditions, on y peut mettre la Terre, si l'on veut; Saturne n'a que la 1<sup>re</sup> condition; Vénus & Mars n'ont que la 2<sup>de</sup>, encore Vénus ne l'a-t-elle pas encore bien sûrement; Mercure manque de toutes les deux.

M. de Maupertuis a été surpris de se trouver arrivé par sa Théorie & son calcul à la même proportion de 15 à 14 que M. Cassini avoit trouvée, par des observations très délicates, entre l'Equateur & l'Axe de Jupiter. Selon la même Théorie, cette proportion des deux diametres doit être absolument insensible dans le Soleil, quoique non pas nulle; aussi aucune observation ne la peut-elle découvrir. Quand une Théorie abstraite, compliquée de plusieurs principes differens, vient de si loin rejoindre juste des faits où il n'étoit pas trop nécessaire qu'elle arrivât, ça ne peut guere être un effet du hazard.

Il est à propos d'observer que si d'un côté les deux diametres des Corps célestes ne peuvent aller jusqu'à l'égalité parfaite, ce qui auroit fort étonné les Anciens, d'un autre côté l'Equateur toujours plus grand que l'Axe, ne peut être plus grand que selon la raison de 3 à 2, du moins dans le Systême où nous sommes présentement.

Il pourroit naitre de cette Théorie de M. de Maupertuis un avantage imprévu, & que l'on jugeroit même impossible, celui de déterminer quelle est une rotation que l'on ne voit point du tout, celle de Saturne : par exemple, que Saturne eût ses deux diametres d'une inégalité sensible, & bien observée, on auroit par eux le rapport de la Pesanteur de Saturne connue d'ailleurs à sa Force Centrifuge, & par sa Force Centrifuge connue alors la vitesse de sa rotation. S'il arrivoit que l'on vînt ensuite à avoir d'autres preuves, ou seulement d'autres indices de cette même rotation, ce seroit bien alors qu'une Théorie auroit droit de triompher.

Dans le Livre que nous avons cité, M. de Maupertuis avoit expliqué selon ses principes, la formation de l'Anneau de Saturne, phénomène le plus singulier de tout le Ciel connu. Il y revient encore pour en donner un nouveau Calcul algébrique, & il passe de-là à d'autres phénomènes qu'on pourroit appeller *réens*, parce que depuis peu ils ont été plus curieusement & plus exactement observés que jamais par l'illustre M. Derham, de la Société Royale de Londres.

Ce sont les Etoiles qu'on nomme *Nébuleuses*. Si ce n'étoient ou que des Etoiles envelopées d'une Atmosphere fort grande par rapport à elles, & fort lumineuse, ou differens amas de petites Etoiles qui, comme celles de la Voye Lactée, ne se rendroient visibles que par leur nombre, il n'y auroit rien à cela de fort remarquable. Mais M. Derham trouve qu'il y en a plusieurs auxquelles ces deux idées

ne

ne peuvent convenir. Leurs prétendues Atmosphères sont trop grandes pour n'être que des Atmosphères, ou de petites Etoiles qui devroient être en nombre infini. Il vaut mieux que ce soient de grands espaces, de grandes Régions lumineuses par elles-mêmes, & d'une manière peut-être dont nous n'avons point d'exemple ailleurs; car qui fait si cette énorme étendue de l'Univers visible à nos yeux en est plus d'un point par rapport à tout ce que nous n'en voyons pas; & en ce cas-là, quelle infinité de choses dont nous n'aurions pas d'idée? M. Derham ne croit pas même aller trop loin dans le pays immense de la possibilité, en conjecturant que ces grandes Régions lumineuses pourroient n'en être pas, mais seulement de grands Vuides, par où l'on apercevrait des portions du Ciel Empirée qui est au-delà, tout brillant de sa propre lumière. Il croit bien que les Théologiens ne l'en dédiront pas, mais du moins les Géomètres ne lui passeront pas avec tant de facilité, de mettre assez arbitrairement ses Nébuleuses, quelles qu'elles soient, autant au-delà des Etoiles fixes, que celles-ci sont au-delà de la Terre.

En supposant qu'entre ce qu'on appelle *Nébuleuses*, il y en ait qui soient des amas, des Tourbillons tout lumineux, ces Tourbillons prendront des figures, soumises comme toutes les autres à la Théorie de M. de Maupertuis, puisqu'il se trouvera là & Pesanteur & Force Centrifuge. Mais il n'est pas sûr que cette Pesanteur soit la même que celle sur laquelle nous avons raisonné jusqu'ici, & qui

appartient à ce que nous avons nommé le 2<sup>d</sup> *Système*, celle qui n'agit que selon un rapport des distances des points centraux où elle tend, & qui en particulier dans tout notre Tourbillon Solaire est déterminée à agir dans la raison inverse de ces distances. Quant à la Force Centrifuge, on ne la peut concevoir que d'une seule espece.

Si, pour tout embrasser, on prend la Pe-fanteur telle que nous l'avons représentée dans le 3<sup>m</sup>e *Système*, car c'est tout ce qui reste à imaginer, s'il peut s'imaginer, il est vrai qu'on aura plus de facilité à expliquer certaines choses, parce qu'on auroit, outre l'action des principes déjà posés, tout ce qui pourroit naître de l'attraction mutuelle des Corps. Dès que certains Corps passeroient plus près de quelques autres, il se feroit des changemens considérables dans les mouvemens, dans les directions, dans les vitesses, dans les positions des Centres de gravité, quelquefois même dans les Figures; mais ce sera alors employer la véritable attraction bien dévoilée, dont nous avons ébauché une petite Théorie en 1732 \*. Il n'est presque pas croyable combien ce seul principe de plus rend les calculs plus longs & plus difficiles. Si l'attraction Newtonienne n'étoit pas vraie, on seroit en droit d'avoir regret au surcroît de peines qu'elle donne. M. de Maupertuis a détéré un fait curieux, & qui peut surprendre. Dans le Siecle passé, & avant M. Newton, deux de nos plus illustres François ont eu la

mé.

\* p. 158. & suiv.

même idée que lui sur la Pesanteur. Ils ne l'ont pas embrassée, ni réduite en Système, mais enfin ils l'ont eue, l'ont jugée possible, & s'en sont même expliqués en termes plus forts que M. Newton & ses Disciples. M. de Maupertuis a-t-il voulu revendiquer une gloire à sa Patrie, ou justifier un peu les Anglois à nos dépens ?



Cette année 1734, M. l'Abbé de Molieres publia le commencement d'un Recueil de *Leçons de Physique* dictées par lui au College Royal, comme il avoit déjà publié en 1726 ses *Leçons de Mathématique* \*.

Les Leçons de Physique en contiennent les *Elémens déterminés par les seules Loix des Mécaniques*, & ces expressions mises en titre, où il peut paroître une affectation inutile & vicieuse, car ne fait-on pas bien que les Elémens de la Physique ne peuvent être déterminés que par les loix des Mécaniques ? ne disent pourtant rien que de raisonnable & même de remarquable ; depuis que de très grands Philosophes ont voulu introduire dans la Physique des Principes qu'ils reconnoissoient eux-mêmes pour n'être nullement Mécaniques. On aura donc ici une Physique entièrement purgée des principes hétérogenes, pour ainsi dire, qui la défigureroient ; non pas cependant une Physique tout-à-fait Cartésienne, mais établie sur les fondemens de Descartes, qui sont

\* V. l'Hist. de 1726. p. 60.

sont les seuls, mieux employés seulement, & mieux mis en œuvre.

Nous ne nous arrêterons pas aux Loix générales du Mouvement, que M. l'Abbé de Molieres pose telles que tous les Modernes les adoptent, après avoir rectifié les erreurs de Descartes. C'est presque uniquement des Tourbillons Cartésiens dont il s'agit, de ces Tourbillons qui se présentent si agréablement à l'esprit philosophique, qui en effet ont eu d'abord tant d'approbateurs, & de partisans zélés, & ensuite des ennemis si redoutables.

Tous les mouvemens célestes se font par des Cercles, ou au moins par des Courbes rentrantes en elles-mêmes; de plus ils se font tous en même sens, tous d'Occident en Orient; de-là l'idée très naturelle d'un grand Tourbillon de matiere fluide qui, tournant d'un certain sens, emporte avec lui tous les corps plus solides, que nous appellons *corps célestes*. Sans cela, pourquoi iroient-ils tous du même côté? Qu'on les imagine dispersés dans un grand Vuide, d'où tireront-ils cette direction de mouvement commune?

Certainement l'Auteur de l'Univers y a voulu introduire le mouvement d'une maniere durable. S'il eût donné à ses différentes parties des mouvemens en ligne droite du même sens, où seroient-elles enfin parvenues? elles ne pouvoient pas sortir de l'Univers. S'il leur eût donné des mouvemens en differens sens, les mouvemens contraires se seroient détruits, & bientôt tout seroit tombé dans un repos général, ou du moins dans une langueur



gueur toujours plus grande. Le seul expédient étoit que la matiere fût divisée en une infinité de grandes masses rondes, qui sans sortir de la portion de l'espace où elles étoient placées, & sans se troubler les unes les autres, se müssent chacune sur son centre avec la vitesse nécessaire pour produire, chacune dans son enceinte, les phénomènes ordonnés par l'Auteur de la Nature. A ce moyen, il y a le moins de mouvemens contraires qu'il se puisse, & le plus de directions en même sens, d'où suit le moindre dépérissement possible de la quantité de mouvement primitivement imprimée.

Puisque tout se réduit à des Tourbillons, M. l'Abbé de Molieres entreprend une Théorie démontrée de tout ce qui leur appartient, & c'est-là proprement une Physique générale qui procédera par démonstration. Descartes lui-même s'est mépris à cette Théorie, peut-être parce qu'il en étoit l'inventeur; après lui plusieurs autres l'ont ou attaquée ou défendue, & M. de Molieres a paru souvent dans nos Histoires comme défenseur, sans compter tout ce que nous avons rapporté d'ailleurs sur le même sujet: mais tout cela, ce ne sont que des morceaux détachés & épars, qui ne peuvent guere produire de conviction ni d'éclaircissement en comparaison d'une Théorie entière, dont toutes les parties se soutiendroient par leur mutuelle liaison.

Nous avons vu en 1728 \*, qu'un Tourbillon

\* p. 134. & suiv.

lon quelconque , comme notre Tourbillon Solaire , étant nécessairement en équilibre , puisque s'il n'y étoit pas , il faudroit qu'il s'y mît bientôt , cet équilibre emporte que les forces centrifuges des différentes Couches Sphériques qui le composent , car le Tourbillon est supposé de cette figure , soient toutes égales entre elles. On peut partir de là pour toute la Théorie de M. l'Abbé de Molieres.

De cette égalité des forces centrifuges des Couches Sphériques , on voit naître aussi-tôt les rapports des vitesses des différentes Couches entre elles , & ceux que les distances au centre du mouvement ont avec les tems des révolutions. Il est surprenant que les faits Astronomiques soient aussi exactement conformes qu'ils le sont à des conséquences tirées d'une pure spéculation ; & il n'est pas peut-être moins surprenant qu'on ait fait entrer des Attractiones inintelligibles dans une matiere où l'on pouvoit voir que les seules Forces Centrifuges bien connues & bien avérées suffisoient.

La pression que chaque Couche Sphérique , en vertu de sa Force Centrifuge , exerce sur celle qui lui est immédiatement supérieure , est dirigée selon un rayon de la Sphere ; & de-là vient qu'un Tourbillon , qui tend toujours à s'étendre ou à s'aggrandir , n'y tend pas avec plus de force du côté de l'Equateur , que du côté des Poles , ou que , ce qui revient au même , il résistera également de tous côtés à une compression extérieure. Ainsi l'Univers étant conçu comme formé de grands Tourbillons disposés entre eux par  
une

une espece de hazard, & sans aucune régularité, ils se soutiendront toujours, quelle que soit cette disposition, en s'arcboutant les uns contre les autres par leurs points d'attouchement; & si quelqu'un en enfonce un autre, ce ne sera pas précisément en vertu de leur disposition, ou parce que l'Equateur de l'un aura attaqué les Poles de l'autre.

Quand un Tourbillon s'aggrandit, c'est que ses dernieres Couches ayant plus de vitesse que les dernieres d'un Tourbillon voisin, celles-ci ont été forcées à suivre le mouvement & la direction des autres. Mais alors le Tourbillon aggrandi a donc ses dernieres Couches plus éloignées du centre qu'auparavant, & par conséquent mues avec moins de vitesse que les dernieres Couches précédentes, & le Tourbillon aggrandi est affoibli à cet égard, & il pourroit être plus aisé à enfoncer par un autre, & peut-être par celui-là même qui lui avoit cédé, & qui étant devenu plus petit en est devenu plus fort par ses dernieres Couches. Puisque l'affoiblissement suit toujours ainsi l'aggrandissement, & au contraire, il est aisé de voir combien la forme de l'Univers divisé en Tourbillons doit être durable, combien elle est propre à maintenir l'équilibre, ou à le rétablir promptement, si quelques accidens singuliers l'interrompoient.

En cas qu'un Tourbillon Sphérique soit pressé selon un de ses diametres plus qu'en tout autre endroit par deux Tourbillons voisins, & opposés, il est certain qu'il s'allongera selon le diametre perpendiculaire au diametre pressé, & deviendra Elliptique; mais

il ne conservera pas cette figure , les deux extrémités du grand axe plus éloignées du centre que celles du petit ayant moins de Force Centrifuge qu'elles , leur céderont , seront par conséquent obligées à se rapprocher du centre , & le Sphéroïde Elliptique redeviendra une Sphere. On devinera sans doute que c'est-là le principe de l'Elasticité qui vient s'offrir de lui-même.

Un Corps ne pouvant jamais communiquer du mouvement qu'à un autre Corps qui en a moins que lui , & les Couches inférieures d'un Tourbillon ayant toujours plus de vitesse réelle que les supérieures , il n'y a que les inférieures qui puissent agir sur les supérieures , ou augmenter leur mouvement , si elles n'en ont pas assez pour l'équilibre ; ou , pour le dire en autres termes , le mouvement ne peut se communiquer dans un Tourbillon que du centre à la superficie.

Tout cela appartiendrait au Système de Descartes , quoique bien rectifié ; mais voici une addition très considérable que le feu P. Malebranche y a faite : addition , & non correction , au contraire simple extension , mais presque infinie , & si naturelle d'ailleurs , qu'on a quelque peine à pardonner au premier Inventeur de n'y avoir pas pensé.

Notre grand Tourbillon Solaire , l'un de ce nombre infini de Tourbillons qui composent l'Univers , contient bien certainement d'autres Tourbillons moindres , & pareils à lui , ceux de la Terre , de Jupiter & de Saturne. Cet exemple si réel , que la Nature nous présente , n'invite-t-il pas les Philosophes à imaginer

giner encore des Tourbillons plus petits, toutes les fois que l'explication des Phénomènes les y conduira? Et quelles bornes prescrira-t-on à leur petitesse? on n'en connoit point de nécessaires à la division de la matiere. M. l'Abbé de Molieres dit que comme les Géometres poussent les differens Ordres d'Infiniment grands ou petits aussi loin que le demande la Solution des differens Problèmes, ainsi il sera permis aux Physiciens d'établir differens Ordres de Tourbillons selon le besoin des explications. Tout l'Univers ne sera donc que de la matiere divisée & subdivisée en Tourbillons presque à l'infini; & en effet les raisons que nous avons d'abord apportées en faveur des grands Tourbillons, la durée qu'ils assurent au mouvement général, ces équilibres qu'ils maintiennent si facilement, & qu'ils sauroient rétablir si vîte, sont des raisons aussi fortes pour les petits Tourbillons que pour les grands. Nous avons vu en 1715 \* & 1729 † en quels embarras Descartes s'étoit jetté pour n'avoir pas suivi jusqu'au bout l'idée des Tourbillons, & comment un léger changement de ses Globules élémentaires durs en petits Tourbillons remédioit à tout dans le moment.

Le Tourbillon simple seroit celui qui seroit formé d'une matiere fluide, dont chaque particule élémentaire seroit solide ou dure: c'est ainsi que nous avons conçu jusqu'à présent les grands Tourbillons du 1<sup>er</sup> ordre, ou qui font la 1<sup>re</sup> division de toute la masse de la matiere. Mais ces Tourbillons simples ou n'existent

\* p. 144. & suiv.

† p. 121. & suiv.

n'existent point, parce qu'il n'y a point de particules élémentaires dures, ou s'ils existent, nous n'avons pas besoin de pousser notre spéculation jusque-là; tous les Tourbillons seront composés de Tourbillons moindres disposés par Couches concentriques, comme auroient été des Globules durs, & qui circulent chacun autour de son centre particulier, en suivant les mêmes loix que nous avons reconnues dans le Tourbillon simple. M. l'Abbé de Molieres donne les loix du Tourbillon composé, & en voici les principales.

Chaque petit Tourbillon aura deux mouvemens; l'un commun, qui lui viendra du grand Tourbillon, & aura la vitesse déterminée par la distance du centre du petit Tourbillon au centre du grand; l'autre particulier, indépendant du général, & qui aura la vitesse quelconque dont le petit Tourbillon tournera autour de son centre. Le 1<sup>er</sup> mouvement ne sera que celui du centre du petit Tourbillon, le 2<sup>d</sup> peut être considéré comme appartenant à la superficie. Il faut qu'il y ait équilibre dans le Tourbillon composé, aussi-bien que dans le simple; or cet équilibre se trouvera certainement, si un Tourbillon simple formé de Globules durs étant conçu en équilibre, parce que les Couches concentriques de ces Globules auront les vitesses requises, on conçoit à la place de chaque Globule dur un petit Tourbillon égal, dont le centre & la superficie aient la même vitesse qu'avoit le centre du Globule, car on n'a rien changé à ce qui causoit l'équilibre. Puisque l'équilibre est une chose unique, & qui ne se fait pas de  
deux

deux façons, si l'équilibre se trouve dans ce cas-là, il ne se trouve dans aucun autre; & par conséquent dans un Tourbillon composé la vitesse de la superficie de chaque petit Tourbillon est la même que celle de son centre, c'est-à-dire, que si le diamètre du petit Tourbillon est la 100<sup>me</sup> partie du diamètre du Cercle que le centre du petit Tourbillon décrit dans le grand en 100 Secondes, un point de la superficie du petit Tourbillon circulera en une Seconde.

Il suit de-là que dans le Tourbillon composé il y a plus de mouvement, plus de force que dans le simple. M. l'Abbé de Molieres démontre que chaque petit Tourbillon a deux fois plus de Force Centrifuge que n'auroit eu le Globule dur, qui auroit tenu sa place dans un Tourbillon simple.

S'il arrive qu'une Couche de petits Tourbillons ait plus de vitesse qu'elle n'en devroit avoir à raison de sa distance au centre du grand Tourbillon, elle communiquera de son mouvement aux Couches inférieures, qui quoiqu'elles aient naturellement le plus de vitesse, n'en ont pas alors assez pour l'équilibre, puisque celle dont il s'agit en a trop. Ainsi le mouvement passera de la superficie au centre, au-lieu que dans le Tourbillon simple il ne pouvoit passer que du centre à la superficie.

Le Tourbillon composé ne perd pas, pour être composé, les propriétés qu'il auroit eues étant simple. Ainsi dans le Tourbillon composé le mouvement peut passer & du centre à la superficie, & de la superficie au centre;  
&

& par conséquent de quelque maniere que l'équilibre vînt à se rompre, il seroit promptement rétabli. C'est une des choses à quoi ceux qui construisent l'Univers doivent avoir le plus d'attention, qu'à se ménager des ressources pour la longue durée de ce grand Edifice. Il ne leur seroit guere de dire que le souverain Architecte y remettra la main dans le besoin.

Si les petits Tourbillons d'un même Tourbillon composé sont de différentes grandeurs ou masses, il faudra, pour l'équilibre, que puisque les petits Tourbillons plus éloignés du centre commun auront moins de vitesse, ils aient en récompense plus de masse; & par conséquent les plus petits Tourbillons seront plus proches du centre commun, & les plus grands plus éloignés.

Nous avons toujours supposé que les Tourbillons tant grands que petits étoient Sphériques, mais du moins les grands ne le sont certainement pas, & cela même a fait naître une grande difficulté dont nous avons rendu compte d'après M. de Motieres, à l'endroit de 1729 ci-dessus cité. On y a vu que les petits Tourbillons substitués aux Globules durs, faisoient disparoître tout d'un coup l'inconvénient terrible que produisoit la forme Elliptique de notre grand Tourbillon Solaire; c'est leur extrême facilité à s'aggrandir, ou à s'appetisser, à acquérir, ou à perdre de la vitesse, toujours selon les Règles générales prescrites; c'est le sassement & relassement perpétuel qu'ils causent dans la matiere du Tourbillon, qui les rend si propres à y entre-



tretenir, pour ainsi dire, une vie immortelle.

Au reste, notre grand Tourbillon Elliptique l'est si peu, qu'il peut toujours passer pour Sphérique, hormis dans les cas où l'extrême précision seroit nécessaire, & où il seroit permis d'y atteindre.

Nous n'avons considéré jusqu'ici qu'une matiere divisée & subdivisée en Tourbillons, & à proprement parler, une matiere fluide qui composeroit l'Univers; mais elle ne le compose pas entierement, il y a aussi des Corps solides & durs, quoiqu'à la vérité ils ne fassent tous ensemble qu'une partie de cet Univers presque infiniment petite. Quand des particules de matiere sont en repos les unes auprès des autres, & se touchent immédiatement, elles sont comprimées en tous sens par les Forces Centrifuges des petits Tourbillons qui les environnent, & auxquels elles ne résistent par aucune Force; c'est-là le principe de la Dureté & de la Solidité, & il est facile de voir quelles en seront les modifications.

Si l'on imagine un Corps parfaitement dur, posé dans une Couche quelconque d'un Tourbillon simple, il n'y a rien qui l'empêche de suivre le mouvement circulaire de cette Couche, il le suivra; rien ne l'empêche de prendre sa Force Centrifuge, il la prendra, & sera enfin comme une portion de cette Couche de même volume que lui. Mais si le Tourbillon où il nage étoit composé, alors le volume de matiere égal au Corps dur auroit deux Forces Centrifuges, l'une comme portion d'une Couche qui circule autour du cen-

centre de tout le Tourbillon, l'autre comme étant un amas de petits Tourbillons qui circulent chacun autour de leur centre particulier, ainsi que nous l'avons vu. Le Corps dur, qui n'est point formé de petits Tourbillons, ne pourroit prendre que la 1<sup>re</sup> Force Centrifuge, & faute de prendre la 2<sup>de</sup> il auroit moins de tendance vers la circonférence du Tourbillon qu'un volume égal de sa Couche, & par conséquent seroit poussé vers le centre, & y tomberoit actuellement. Voilà la Pesanteur bien naturellement déduite des petits Tourbillons du P. Malebranche, & il est à remarquer qu'ils donnent avec une égale facilité, & pour mieux dire, avec une égale nécessité, le Ressort, la Dureté, & la Pesanteur, trois propriétés des Corps si bien liées ensemble dans ce Système, qu'il ne paroît pas que la Nature elle-même ait pu y mettre une plus sorte liaison.

Pour nous en tenir à la Pesanteur avec M. l'Abbé de Molieres, on voit par-là que s'il n'y avoit point de petits Tourbillons, il n'y auroit point de Pesanteur; & par conséquent elle n'est pas essentielle aux Corps. Et en effet sa seule définition ne le dit-elle pas? n'est-ce pas une tendance des Corps vers un certain point? & comment veut-on qu'ils tendent essentiellement vers ce certain point quel qu'il soit? ne saute-t-il pas aux yeux que cette tendance ou le mouvement qu'elle produit, ne peuvent être que la suite & l'effet de quelque arrangement, de quelque disposition particuliere du Monde?

Il y a donc de la matiere qui pese, & de  
la

la matiere qui ne pefe point. L'Ether , ce grand Fluide immense , composé d'une infinité de petits Tourbillons , & qui par son mouvement général de Tourbillon emporte toutes nos Planetes , ne pefe point , au contraire toutes ses parties tendent à sa circonférence au lieu de tendre au centre ; mais des Corps , étrangers en quelque sorte , qu'il renferme , nos Planetes , ne peuvent pas , à cause de leur contexture , avoir autant de force Centrifuge que lui , & par-là ils sont poussés vers le centre , & nommés *pesans*. Qui les retient toujours à une certaine distance de ce centre vers lequel ils sont toujours poussés ? Pourquoi Saturne , Jupiter , &c. ne tombent-ils pas dans le Soleil ? c'est ce qui sera éclairci dans la suite que M. l'Abbé de Molieres donnera de sa Théorie.

On peut voir comment en 1731 \*, il satisfait pleinement selon les idées que nous venons d'exposer , à la plus formidable objection de M. Newton contre le Systême Cartésien. L'Ether non pesant ne résiste point au mouvement horizontal ou circulaire des Corps pesans , ou des Planetes.

De ce que la Pesanteur est une modification accidentelle des Corps , il s'ensuit qu'elle doit être susceptible de plus ou de moins , non pas dans le sens que de l'Or est plus pesant que du Bois , mais dans ce sens que le même Corps qui , sur la surface de la Terre , parcourt par sa pesanteur 15 pieds dans la 1<sup>re</sup> Seconde de sa chute , pourroit , s'il étoit placé

cé ailleurs , parcourir dans le même tems plus ou moins de 15 pieds. Comme sa vitesse vers un centre lui est imprimée par la Couche du Tourbillon où il est contenu , & que les vitesses des différentes Couches sont différentes selon leurs distances au centre , il aura dans la 1<sup>re</sup> Seconde de sa chute moins de vitesse s'il part d'une Couche plus éloignée , & au contraire. On voit d'un coup d'œil toutes les conséquences.

Quand on a bien saisi ce Systême Cartésien tel qu'il est ici rédigé & rectifié par M. l'Abbé de Molieres, quand on a conçu cette matière immense divisée en Tourbillons , où s'exercent à la fois une infinité de mouvemens qui ne s'embarrassent , ni ne se troublent , où tout est plein d'action , de vie , & de ressources , s'il en est besoin , où rien n'agit que par des causes , dont l'existence nous est bien constante , & l'idée bien familière ; il semble qu'on ne puisse plus , sans se faire quelque violence , se figurer un Univers qui n'est qu'un Vuide ; un Néant infini en comparaison de quelques Atomes en très petit nombre qui y sont dispersés çà & là , & qui n'ont d'autre moyen d'agir les uns sur les autres qu'une propriété incompréhensible qu'on leur attribue.



**M** Gobert présenta à l'Académie , un Mémoire dans lequel il déterminoit la vitesse que doit prendre une Roue de Moulin , celle de la Riviere , & le Poids que la Ma-

Machine met en mouvement, étant connus. On trouva que l'Auteur entendoit très bien cette partie de la Méchanique, tant par la maniere dont il résolvoit son Problème, que par l'application qu'il en faisoit à quelques cas particuliers, entre autres aux Machines propres à remonter les Bateaux, dont il comparoit très bien la force avec celle des Machines immobiles.



**N**ous renvoyons entierement aux Mémoires

\* L'Ecrit de M. d'Ons-en-Bray, sur un *Aérometre*.

† Celui de M. de la Condamine, sur le Tour.



*MACHINES OU INVENTIONS*  
*APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE*  
*EN M. DCCXXXIV.*

I.

**U**N E espece de Vielle ou petite Epinette à jeu de Viole, du S<sup>r</sup> François Cuisinier, ci-devant Facteur d'Instrumens. Dans celui-ci il y a une Roue qui fait l'office d'Archet, & qu'on fait tourner de la main gauche

\* V. les M. p. 169. † p. 299, & 407.

che avec une manivelle, pendant qu'on joue de la main droite sur les touches, comme sur un Clavecin. Cet Instrument va à deux Octaves entieres, & a un ton de plus, & joue sur cinq tons differens. Il a paru comode, & d'une harmonie agréable, avec plus d'étendue & de variété que la Vielle ordinaire.

## I I.

Un Instrument de M. de Quercineuf pour trouver en Mer la variation de l'Aiguille aimantée. On n'a point besoin d'attendre l'instant du lever ou du coucher du Soleil, on peut avoir la variation à toutes les heures du jour, parce que cet Instrument donnera toujours la Méridienne du Lieu, pourvu que la latitude en soit connue. Il a paru ingénieux, & digne qu'on s'en assurât encore par des expériences faites en Mer, sur-tout l'Auteur étant en état de lever les petits inconvénients qui pourroient se rencontrer dans l'usage, & de porter son invention à toute la perfection dont elle est capable.

## I I I.

Un Instrument universel de M. le Carlier, Lieutenant particulier au Bailliage de Laon, pour connoître la hauteur du Soleil dans l'instant qu'il marque l'heure pour telle latitude qu'on voudra depuis 0 jusqu'à 60 degrés. Cet instrument a été trouvé ingénieux. Sa précision dépendra de celle avec laquelle il aura été divisé.

## I V.

Une Pendule sonnante & à répétition de M. Larté, Maître Horloger à Paris. Il y a deux

deux fortes de Pendules qui font ces deux fonctions; les unes ne les font qu'avec deux Rouages, les autres avec un seul; les 1<sup>res</sup> sont plus composées, cependant on les préfère communément aux 2<sup>des</sup>, dont la simplicité a beaucoup d'inconvénient dans l'usage. Celle que M. Larté a proposée est du moins aussi simple, & exempte d'inconvénient. On y en soupçonnoit quelqu'un, qu'on a trouvé compensé par un avantage. L'invention a paru nouvelle.

V.

Un Vaisseau de M. Limosin qui iroit en tems calme par le moyen de Rames. Les Rameurs n'y feroient pas appliqués immédiatement, comme ils le sont d'ordinaire, mais à des Manivelles qui les feroient mouvoir, moyennant quoi ils agiroient tous également. On est convenu de cet avantage qu'auroit la Manœuvre de M. Limosin sur la Manœuvre commune, le nombre des Hommes étant égal de part & d'autre; mais l'avantage seroit anéanti, & au-delà, par la difficulté d'employer un nombre suffisant de Rameurs, par les frottemens inévitables de cette Machine, par la force perdue à mettre de grandes Pièces de bois en mouvement, par le coup de Rame qu'une Machine donne toujours plus imparfaitement que la main des Hommes, & enfin par les difficultés d'emmancher & d'ôter des Rames, & de manœuvrer commodément pendant un gros tems, ou un Combat. Ces défauts n'ont pas empêché de reconnoître beaucoup d'art & de génie dans cette Méchanique.

*Hist.* 1734.

G

EL O.



## E L O G E

DE M. DE LAGNY.

**T**HOMAS FANTET DE LAGNY naquit à Lyon de Pierre Fantet, Secrétaire du Roi à la Chancellerie de Grenoble, & de Jeanne d'Azy, Fille d'un Docteur en Médecine de Montpellier. Il fut élevé dans la première jeunesse par un Oncle paternel, Chanoine & Doyen de Jouarre, & continua ses études aux grands Jésuites de Lyon, toujours le premier de sa Classe. Il composoit dès vers Grecs dès la Quatrième, lorsqu'à peine ses Camarades favoient lire le Grec. Il ne se faisoit pas seulement mieux que les autres l'instruction générale qu'on leur donnoit à tous, il la prévenoit souvent, & les Leçons qu'il avoit reçues lui faisoient deviner celles qui alloient suivre. Il acheta un jour par hazard, ou par instinct, si on veut, l'Euclide du P. Fournier, & l'Algebre de Jaques Pelletier du Mans. Dès qu'il eut vu de quoi il s'agissoit dans ces deux Livres-là, il ne s'occupa plus d'autre chose, mais secrètement. La grande avance qu'il avoit dans ses Classes, le don de retenir par cœur ce qu'il avoit entendu réciter une fois, celui de composer en Latin à mesure qu'on lui dictoit le sujet de la composition en François, tout cela lui faisoit trouver beaucoup de tems pour son plaisir, c'est à-dire, pour cette étude cachée, bien plus difficile que l'autre.

S'il sacrifioit les Belles-Lettres aux Mathématiques, on peut aisément juger qu'il ne  
 . traita



traita pas mieux la Philosophie de l'Ecole , au moins celle de ce tems-là , d'autant plus insupportable à un esprit Géometre, qu'elle prétend raisonner , au-lieu que l'Eloquence & la Poësie ne prétendent guere que flatter ou remuer l'imagination. La Jurisprudence, à laquelle on le destinoit, car quel est le Pere qui aimât assez peu ses Enfans pour les destiner aux Mathématiques? la Jurisprudence n'eut pas plus d'attraits pour lui. Après avoir fait trois années de Droit à Toulouse, il résista aux promesses les plus flatteuses d'une puillante protection que lui fit M. de Fleubet, Premier Président de ce Parlement, pour l'attacher à son Barreau. Il résolut de se livrer entierement à son goût, & de venir à Paris, où il avoit en vue une place dans l'Académie des Sciences.

Il étoit déjà digne d'y penser. A l'âge de 18 ans , avec les deux Livres Elémentaires que nous avons nommés, & que l'on ne connoit presque plus, parce que d'autres plus parfaits & plus instructifs ont pris leur place, sans aucun autre guide, sans Maître, sans un ami à qui il pût seulement parler sur ces matieres, il avoit jetté les fondemens des grandes Théories qu'il a depuis étendues & perfectionnées, d'une nouvelle Méthode pour la résolution des Equations réductibles du 3<sup>me</sup> & du 4<sup>me</sup> degré, de la Quadrature du Cercle infiniment approchée, de la Cubature de certaines portions Sphériques. Il est vrai que quand il lui fut ensuite permis d'avoir des Livres, & qu'après avoir étudié la Géométrie, il étudia les Géometres, il trouva, peut-être avec autant de joye que de déplaisir,

qu'il avoit été prévenu; mais seulement en partie, sur quelques-unes de ses découvertes. La gloire en étoit un peu diminuée, mais non pas le mérite, & il rapporta toujours à Paris ce fonds qui avoit tant produit de lui-même, & qui ne pouvoit que devenir plus fécond par les secours étrangers.

Les talens dénués de fortune aspirent tous à Paris, s'y rendent presque tous, & s'y nuisent les uns aux autres. Il arrive le plus souvent qu'on y trouve toutes les places prises. M. de Lagny ne put entrer dans l'Académie qu'en 1695; mais parce que son poste pouvoit être encore longtems infructueux, M. l'Abbé Bignon, le Protecteur général des Lettres, le fit nommer en 1697 Professeur Royal d'Hydrographie à Rochefort. Il se défendit d'abord d'accepter cet emploi, en représentant qu'il n'entendoit pas la Marine; mais son Bienfaiteur, qui sentit bien le prix d'un refus si modeste & si desintéressé, le rassura contre sa prétendue ignorance, & lui garantit qu'il l'auroit bientôt surmontée. Cependant M. de Lagny, pour une plus grande sûreté, & par un extrême scrupule sur ses devoirs, demanda au Roi la permission de faire une Campagne sur Mer, afin de connoître par lui-même le Pilotage. Le Roi le lui accorda, & de plus, respectant en quelque sorte un Génie né pour de plus grands objets que l'Hydrographie, il eut la bonté de lui donner un autre Hydrographe qui travaillât sous lui, & c'est le même qui dans la suite lui a succédé.

Supérieur à son emploi autant qu'il l'étoit, il eut tout le tems nécessaire pour de plus hautes

Hautes spéculations. Il envoyoit ses découvertes à l'Académie, dont il étoit toujours membre : mais les circonstances , quoique légères, ont toujours un certain pouvoir dans les choses mêmes qui sembleroient en devoir être les plus indépendantes. On lisoit peut-être ses Mémoires avec moins d'attention, que si on les lui avoit entendu lire. C'étoit assez sa coutume de supposer dans un Mémoire ce qui étoit établi dans un autre que l'on n'avoit pas ; tout étoit bien lié, mais seulement pour lui, & on suspendoit son jugement, on arrêtoit l'impression naturelle que chaque partie auroit faite, jusqu'à ce qu'on eût vu le tout-ensemble. Il m'a plusieurs fois avoué lui-même que ce tout-ensemble, il eût eu bien de la peine à le former ; ses nouvelles idées étoient en trop grand nombre, trop vives, trop impatientes de se placer, pour souffrir un arrangement bien régulier & bien tranquille. Enfin dans le tems du séjour de M. de Lagny à Rochefort, l'Académie commençoit à s'occuper beaucoup de la Géométrie nouvelle, & tout ce qu'il donnoit appartenoit à l'ancienne, quoique poussée plus loin. Il ne parloit que de choses dont les autres avoient parlé, & quoiqu'il en parlât fort différemment, la curiosité étoit moins piquée que si les choses elles-mêmes avoient été plus neuves. La nouveauté ne perd gueres ses droits sur nous, & il faut convenir qu'elle en avoit en cette occasion des plus forts qu'elle puisse jamais avoir.

M. de Lagny ennuyé de Rochefort, malgré les occupations de sa place, malgré ses études particulières, malgré le plaisir d'y réussir

selon ses souhaits, car le moyen qu'il ne se sentît toujours propre à un plus grand Théâtre? faisoit de tems en tems des voyages à Paris, pour épier les occasions d'y rester. Ce ne fut qu'au commencement de la Régence que feu M. le Duc d'Orleans l'y arrêta, en le faisant Soudirecteur de la Banque Générale, de la même manière à-peu-près, & par les mêmes motifs que l'on donna en Angleterre la Direction de la Monnoye de Londres à M. Newton. On jugea, & là & ici, que la grande Science du Calcul, ordinairement assez stérile par rapport à l'utilité des Etats, seroit tournée avantageusement vers ce grand objet, & qu'en même tems les deux Géomètres, à qui elle avoit coûté de longs travaux, en seroient récompensés par de semblables postes. Tous deux se trouverent tout à coup dans une richesse qui leur étoit nouvelle, transportés du milieu de leurs Livres sur des tas d'Argent; & tous deux y conserverent leurs anciennes mœurs, cet esprit de modération & de desintéressement, si naturel à ceux qui ont cultivé les Lettres. Mais la fortune de M. Newton fut durable, & celle de M. de Lagny ne le fut pas; les affaires changerent en France, la Banque cessa, mais avec honneur pour M. de Lagny; tous ses Billets furent acquittés, & il laissa dans l'ordre le plus exact tout ce qui avoit appartenu à son administration. Le Philosophe fut heureux de n'avoir pas perdu dans une situation passagere, le goût de simplicité qui lui devoit être d'un plus long usage.

Rendu entierement à l'Académie, il ne lui fut pas difficile d'en bien remplir les devoirs.

Il se trouvoit riche de plus de 20 gros Portefeuilles *in-folio*, pleins de ses réflexions, de ses recherches, de ses calculs, de ses nouvelles Théories; il n'avoit qu'à y choisir ce qu'il lui plaisoit, & à l'en détacher. Tout cela tendoit principalement à une réforme, ou refonte entiere de l'Arithmétique, de l'Algebre, & de la Géométrie commune. Il s'étoit rencontré avec M. Leibnitz, car les preuves de la rencontre ont été bien faites, sur l'idée singuliere d'une Arithmétique qui n'auroit que 2 Chiffres, au-lieu que la nôtre en a 10. L'Algebre, sans comparaison plus étendue & plus compliquée, & qui l'est d'une maniere à effrayer, changeoit entierelement de forme entre ses mains; tout se résolvoit par des Progreffions arithmétiques de son invention, qui naissoient des Equations proposées; le fameux Cas irréductible, ce Nœud Gordien, cet Ecueil qui subsistoit depuis la naissance de l'Algebre, ou disparoissoit, ou n'embarraisoit plus. La Mesure des Angles, dont il faisoit une Science à part sous le nom de *Goniométrie*, méritoit cet honneur par la nouveauté de la Théorie qui l'établissoit; & de-là se tiroit une Trigonométrie, beaucoup plus simple que celle dont on se contente jusqu'à présent, & délivrée de toutes ces Tables de Sinus, Tangentes & Sécantes, attirail incommode, toujours borné, quelque vaste qu'il soit; & qui demande qu'on se repose avec une confiance aveugle sur le travail d'autrui. Enfin un des grands objets de M. de Lagny étoit sa *Cyclométrie*, ou Mesure du Cercle. Il la trouvoit par des Séries ou Suites infinies de Nombres, telles que leurs sommes,

si on eût pu les avoir, l'eussent donnée exactement, ou que du moins chacun de leurs termes, ou les sommes d'un nombre fini de ces termes, la donnoient toujours avec moins d'erreur, de sorte que l'erreur diminueoit tant qu'on vouloit. Il s'étoit encore rencontré avec M. Leibnitz sur une Série donnée en cette matiere par ce grand Géometre, & qui fit du bruit en son tems; mais, quoiqu'ingénieuse, elle a le défaut d'être trop lente dans tout son cours, au-lieu que le mérite de ces fortes de Séries consiste à être fort rapides dans leur marche à leur origine, & ensuite si lentes vers leur extrémité, qu'on puisse sans erreur sensible négliger tous leurs derniers termes, quoiqu'en nombre infini. Il avoit souverainement l'art de former ces Séries avec facilité, de leur donner une certaine élégance dont elles sont susceptibles, & qui est une espece d'agrément de surérogation, de leur faire prendre enfin, selon les differens besoins, différentes formes sans en altérer le fond. Comme les médiocres Géometres ont souvent le malheur de trouver la Quadrature exacte du Cercle refusée aux autres, & qu'ils ne manquent pas d'apporter à l'Académie leurs magnifiques assertions, M. de Lagny les reprimoit dans le moment, en leur faisant voir, par le moyen de ses Séries, des Quadratures plus exactes que les leurs, & plus exactes à l'infini.

Il avoit peut-être mal pris son tems de ne travailler qu'à de nouveaux fondemens du grand édifice de la Géométrie, quand on ne songeoit presque plus qu'à en construire le Comble par la sublime & fine Théorie de l'Infini.

Mais.

Mais ce Comble une fois mis, il semble que les fondemens posés par M. de Lagny conviendroient mieux à tout l'édifice, tel qu'il sera alors. Non seulement toutes les vues qu'il a données se lieroient facilement avec l'Infini, elles y percent déjà, & y entreroient, quand même il ne l'auroit pas voulu.

Nous avons rendu un compte assez détaillé de ses travaux, à chaque occasion qu'il nous en a donnée dans nos Volumes, où il s'agit si souvent de lui. Pour rapporter cependant quelques traits particuliers de son génie, assez courts pour trouver place ici, nous en choisissons deux, sans prétendre qu'ils soient absolument préférables à beaucoup d'autres.

Il a donné à l'Académie en 1705 \* l'expression Algébrique de la Série infinie des Tangentes de tous les Arcs ou Angles multiples d'un premier Arc ou Angle quelconque connu, & cela d'une manière si simple, qu'il n'avoit besoin que de deux Propositions très élémentaires d'Euclide. Descartes a dit que ce qu'il avoit le plus désiré de savoir dans la Théorie des Courbes, étoit la Méthode générale d'en déterminer les Tangentes qu'il trouva ; & je sai de M. de Lagny qu'il avoit eu le même desir de trouver le Théorème énoncé, dont il voyoit l'utilité extrême pour toute sa Goniométrie & sa Cyclométrie. La fameuse joye d'Archimede s'est de tems en tems renouvelée chez les Géometres, plus souvent pour la vivacité du sentiment, mais assez souvent aussi pour la beauté & l'importance des découvertes.

La Cubature de la Sphere, ou la Cubature

\* V. l'Hist. p. 112. & suiv.

re des Coins & des Pyramides Sphériques que l'on démontre égales à des Pyramides rectilignes \*, est encore un morceau de M. de Lagny, neuf, singulier, & qui seul prouveroit un grand Géometre. Il l'eût choisi pour orner son Tombeau, qui en eût imité plus parfaitement celui d'Archimede, où la Sphère entroit aussi.

Quand ses forces baissèrent assez sensiblement, il demanda la Vétérance, qu'il avoit bien méritée. On faisoit alors un Recueil général des anciens Ouvrages de l'Académie, & on jugea à propos d'y faire entrer un grand Traité d'Algebre manuscrit qu'il avoit fait, beaucoup plus étendu, plus complet & plus neuf que celui qu'il avoit publié en 1697. Mais il fallut que ce fût un de ses Amis, M. l'Abbé Richer, Chanoine de Provins, fort au fait de ces matieres, & plein des vues de M. de Lagny, qui se chargeât du soin de revoir ce Traité, d'éclaircir ce qui en avoit besoin, de perfectionner l'ordre du tout, & même il y ajouta beaucoup du sien.

M. de Lagny mourut le 12 Avril 1734. Dans les derniers momens, où il ne connoissoit plus aucun de ceux qui étoient autour de son lit, quelqu'un, pour faire une expérience philosophique, s'avisa de lui demander quel étoit le quarré de Douze; il répondit dans l'instant, & apparemment sans savoir qu'il répondoit, Cent quarante quatre.

Il n'avoit point cette humeur sérieuse ou sombre, qui fait aimer l'étude, ou que l'étude elle-même produit. Malgré son grand travail il avoit toujours assez de gayeté, mais cette gayeté étoit celle d'un homme de Cabinet.

Elle

\* V. les M. de 1714. p. 529.



Elle eut cet avantage, que comme elle étoit fortifiée par des principes acquis dans ce Cabinet même, elle fut indépendante non seulement d'une plus grande ou moindre fortune, mais encore des événemens littéraires, si sensibles à ceux qui n'ont point d'autres événemens dans leur vie. Il voyoit fort tranquillement que la plupart des Géomètres, qu'un certain torrent emportoit loin de lui dans des Régions où il n'avoit pas pris la peine de pénétrer, en fussent moins touchés de ce qu'il produisoit, & jamais il ne partit de lui aucun trait ni de chagrin ni de malignité contre la nouvelle Géométrie. Se fût-il possédé jusqu'à ce point-là, si son ame eût reçu quelque atteinte? Nous laissons l'éloge d'une autre qualité de son ame aux regrets de quelques pauvres Familles, que la médiocrité de sa fortune ne l'empêchoit pas de soutenir.

Il a été honoré de l'amitié particulière de M. le Chancelier, & de M. le Duc de Noailles aujourd'hui Maréchal de France, deux noms qu'il suffit de prononcer.

M. le Duc d'Orleans lui fit l'honneur de s'aider de ses lumières, & de plusieurs travaux qu'il lui ordonna, lorsqu'il voulut s'instruire à fond sur tout ce qui regarde le Commerce, les Changes, les Monnoyes, les Banques, les Finances du Royaume: connoissances qui ne seroient pas moins nécessaires à ceux qui sont à la tête de tout, qu'à ceux même chez qui elles paroissent jusqu'ici presque entierement renfermées, & qui en savent tirer tant d'utilité.

M. de Lagny a été marié deux fois, & n'a laissé qu'une Fille qui est du premier lit.

Ex-

Extrait d'une Lettre de M. de la Condamine à M. de Mairan, écrite de Quito au Perou le 15 Juin 1736, servant d'Avertissement pour le Mémoire de M. de la Condamine, imprimé dans le Vol. de 1733. p. 408.

**J**E vous prie, Monsieur, s'il en est tems encore, d'empêcher que l'on n'imprime le Mémoire que je lus à l'Académie avant que de partir, sur la maniere de tracer sur la Terre, par le moyen d'un instrument, un Cercle parallele à l'Equateur; ou, si ce Mémoire est imprimé, de faire insérer dans le Volume suivant la déclaration que je fais par cette Lettre, que je me suis trompé, lorsque j'ai dit qu'avec la Lunette mobile on déterminoit tous les points visibles du Parallele sur lequel on avoit fait la premiere station. Je m'étois fondé sur la fautive supposition que tous les points qui sont dans le plan de ce Parallele appartiennent au Parallele, au-lieu que cela n'est vrai que dans le cas du Niveau parfait. Le moyen que je dis aussi dans ce Mémoire, m'avoir été fourni par M. Godin pour vérifier l'instrument, n'est pas suffisant, parce que la Lunette tournant dans un plan parallele à l'Equateur, ne répondra pas dans le Ciel au parallele de la même latitude. Vous verrez pareillement que je me donne à la fin de ce Mémoire une peine très inutile pour corriger les Réfractions, qui ne peuvent nuire en aucune maniere. Enfin je vous prie de témoigner à l'Académie que je reconnois l'erreur dans laquelle je suis tombé, & que je la supplie de trouver bon que mon desaveu paroisse dans le Vol. de 1734, en cas que mon Mémoire ait été imprimé dans celui de 1733.

M E.

# M É M O I R E S

D E

M A T H E M A T I Q U E

E T

D E P H Y S I Q U E ,

T I R E S D E S R E G I S T R E S

*de l'Académie Royale des Sciences ,*

De l'Année M. DCCXXXIV.

~~~~~

M E T H O D E D E V E R I F I E R

*la figure de la Terre par les Parallaxes de]
la Lune.*

Par M. M A N F R E D I . *



A figure de la Terre ayant été déterminée par les Astronomes de l'Académie Royale des Sciences, sur des mesures immédiates, prises avec le plus grand soin, & avec la plus grande exactitude possible, il semble qu'on ne devroit point douter de leurs déterminations pour attribuer à la Terre d'autres figures qu'on n'a pas établies par observation, mais qu'on a seulement déduites de quelques hypothèses, peut-être susceptibles de limitation dans

* 24 Mars 1734.

Mém. 1734.

A

MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

dans les cas particuliers de quelqu'un des corps auxquels on croit les pouvoir appliquer.

Cependant il n'est pas inutile de chercher si par quelque autre méthode, fondée aussi sur des observations, on pourroit acquérir de nouvelles lumières touchant cette figure, & par ce moyen s'assurer de celle qu'on lui a trouvée, ou découvrir la véritable.

Parmi les méthodes qu'on y peut employer, je me suis avisé de chercher si l'on pouvoit en venir à bout par le moyen des Parallaxes de la Lune, en observant cet astre de concert en divers lieux de la Terre. Je vais exposer ce que j'ai médité à ce sujet, après que j'aurai éclairci quelques principes fondamentaux touchant la théorie des Parallaxes en général.

Selon l'idée que les Astronomes nous ont donnée de la Parallaxe, elle est l'angle compris dans le centre d'un astre par deux lignes droites, dont l'une part du centre de la Terre, & l'autre du point de la surface d'où l'on observe cet astre. Ayant été conçue dans la prévention commune de la figure sphérique de la Terre, elle paroît être limitée à cette seule hypothèse, & on ne la trouve pas fort commode ni fort utile, lorsqu'on peut ou qu'on veut douter de la vérité de cette supposition. Ainsi il semble qu'il vaut mieux prendre la chose d'une autre façon, en expliquant ce que c'est que Parallaxe, d'une manière qui convienne également à toutes suppositions raisonnables touchant la figure de la Terre.

J'appellerai dont Parallaxe d'un astre situé dans

dans un point quelconque L^* (*Fig. 1. 2. 3.*) à l'égard aussi d'un point quelconque de la surface de la Terre A , l'angle qui est compris dans le centre de l'astre par les lignes droites AL , EL , dont la première part du lieu A , & l'autre du point E , dans lequel l'axe de la Terre SPV est coupé par la ligne verticale de ce lieu ZAE , qui est perpendiculaire à la surface de la Terre. Il est évident que si la Terre est sphérique † (*Fig. 1.*) le point de concours E de la verticale ZAE avec l'axe PS se confond avec le centre de la Terre C ; & l'angle ALE , que j'appelle *parallaxe*, devient ALC , qui est la *parallaxe* dans la signification commune: ainsi la définition qu'on donne ici ne change rien à l'idée qu'on a déjà de la *Parallaxe* dans l'hypothèse de la figure sphérique, qui est la seule à laquelle elle ait été attachée.

Ce point de concours ‡ E (*Fig. 1. 2. 3.*) de la verticale du lieu avec l'axe de la Terre peut être appelé *centre imaginaire* à l'égard du lieu, & il le seroit aussi à l'égard de tous autres lieux de la Terre qui sont dans le parallèle du lieu A . Par la même raison la portion AE de cette verticale pourra s'appeler *demi-diamètre imaginaire* de la Terre; & s'il étoit nécessaire de donner un nom au plan OE parallèle à l'horizon physique IR qui touche la Terre en A , on pourroit le nommer *horizon rationel imaginaire*, toujours par rapport au point A , pendant que le plan QC , mené par le véritable centre de la Terre, pa-

rallèle

* *Fig. 1. 2. 3.*

† *Fig. 1.*

‡ *Fig. 1. 2. 3.*

4 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

rallele à ces deux plans, en est le véritable horizon rationnel.

• Si la Terre est un Sphéroïde allongé * (Fig. 2.) c'est-à-dire, si c'est le grand axe du Méridien PAS qui passe par les poles P , S , & convient avec l'axe de la Terre, alors le centre imaginaire E tombera entre le véritable centre C & le pole P le plus proche du lieu A . Mais si c'est le petit axe du Méridien † (Fig. 3.) qui passe par les poles, ou si la Terre est un Sphéroïde applati, ce point E tombera au-delà du véritable centre C , vers le pole S le plus éloigné du lieu A . Tout cela est aisé à entendre par les propriétés des perpendiculaires de l'Ellipse, dont les Méridiens doivent à peu près imiter la figure, si la Terre n'est pas sphérique.

On pourroit me demander par quelle raison je prends pour base de l'angle de la Parallaxe plutôt la portion AE ‡ (Fig. 2. 3.) de la ligne verticale du lieu, qu'une plus grande ou plus petite portion de cette même ligne, ou bien toute autre droite qui partiroit du point A , par exemple, celle qu'on meneroit de A au véritable centre C , ainsi que la définition commune de la parallaxe le veut.

Mais il est aisé de répondre, que le point constant que l'on doit choisir pour terme de la base de cet angle, doit être tel qu'à l'égard de ce point le mouvement diurne de l'astre paroisse régulier & uniforme, tel qu'il est en soi-même, au moins en supposant que l'astre ne change ni de distance au centre de la Terre,

* Fig. 2.

† Fig. 3.

‡ Fig. 2. 3.

re, ni de parallele à l'Equateur pendant ce mouvement; ce qui ne peut se vérifier de quelque autre point que ce soit pris hors de l'axe PS . D'ailleurs on ne sauroit choisir ce point hors de la ligne verticale du lieu; car c'est la seule ligne au dedans de la Terre qui soit donnée de position à l'égard de l'observateur, la direction où se trouve le centre C , aussi-bien que celle de tout autre point imaginable de l'axe, lui étant inconnue.

En effet un Astronome qui est placé en A , & qui ignore la véritable figure de la Terre, voyant la régularité des mouvemens des Etoiles fixes par des cercles paralleles entre eux, & comparant leurs apparences avec celles de la Lune, ou des autres astres qui ont parallaxe, trouvera que les voyages apparens de ces astres se détournent d'un parallele à ces cercles toujours dans un sens qui porte à les éloigner du Zénith, & de la ligne verticale. C'est pourquoi il ne pourra choisir que cette ligne pour terme des irrégularités causées par la parallaxe; & s'il vouloit chercher un centre à l'égard duquel ces irrégularités s'évanouissent, il ne sauroit se déterminer à le chercher ailleurs que dans cette ligne, où il en trouvera un en effet. Il pourra même prendre ce point pour le véritable centre de la Terre, tout de même que si elle étoit une sphere Abd décrite autour de ce centre E , par le point A où il se trouve. Il y imaginera son Equateur bd , ses Méridiens & ses paralleles, il conclura de-là les diverses apparences de cet astre qui conviendront aux diverses latitudes de cette Terre imaginaire, &

il ne pourra se détromper de cette imagination que par la comparaison des observations faites en d'autres lieux de la véritable Terre *PAS*.

Après tout cela, si quelqu'un vouloit retienir à la rigueur la définition commune de la Parallaxe, même dans la supposition que la Terre ne soit pas sphérique, & prendre pour base de cet angle la droite *AC*, je ne m'y opposerai point, mon intention n'étant pas de changer les significations des mots qui sont établies par l'usage, mais seulement d'expliquer en quel sens je me servirai de ce nom de Parallaxe dans cette recherche: ce que j'espère qu'on me permettra, d'autant plus que si l'on ne change un peu la signification de ce mot, il faudra changer tous les Théorèmes & les Problèmes fondamentaux qu'on a démontrés touchant les Parallaxes, comme l'on verra bien-tôt.

Ayant établi pour base de l'angle de la Parallaxe, pris dans mon langage, la portion de la ligne verticale *AE*, il est évident que l'effet de la Parallaxe sera toujours d'abaisser en apparence l'astre au spectateur *A*, sans le détourner jamais du plan vertical dans lequel il se trouve; ce qui est aussi une propriété des Parallaxes prises à l'ordinaire dans l'hypothèse de la Terre sphérique: mais elle ne le feroit pas en retenant la définition commune pour l'appliquer à la figure sphéroïde, c'est-à-dire, en prenant pour base de la Parallaxe la ligne *AC*.

Il est aussi facile de voir qu'en supposant la même distance de l'astre *LE*, au centre
 imagi-

imaginaire E (quelle que soit sa distance au véritable centre C) les sinus des parallaxes qui lui conviennent par rapport à un même lieu A , ou bien à une même latitude terrestre, à laquelle ce centre appartient, seront entre eux comme les sinus des distances apparentes au Zénith ZAL ; & qu'ainsi au Zénith la parallaxe sera nulle, & que la plus grande parallaxe sera l'horizontale, c'est-à-dire, celle qui convient à l'astre, lorsqu'il est à l'horizon physique du lieu KAI : ce qui s'accorde encore avec les Théorèmes communs des parallaxes, mais qui ne se vérifieroit pas en retenant la définition ordinaire dans une autre hypothèse que de la figure sphérique.

L'on voit au contraire* (*Fig. 4.*) qu'en supposant constante la distance CL , de l'astre L , au véritable centre de la Terre C , la distance du centre imaginaire E , au même astre L , peut changer, si l'astre change de déclinaison, ou de distance au pôle, qui est mesurée par l'angle LCV . Par conséquent, la parallaxe horizontale d'un astre L qui se trouveroit toujours dans la surface d'une sphere OVL , concentrique à la Terre, ne seroit pas constante, même par rapport à une latitude déterminée comme celle du lieu A , à moins que l'astre ne se trouvât toujours dans un même cercle HLG , parallèle à l'Equateur. Car en ce cas, la ligne CL tournant autour du centre C , & l'angle LCV demeurant constant, la ligne EL le seroit de même,

* *Fig. 4.*

MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

me, aussi-bien que l'angle LEV . On peut appeler cet angle LEV , *distance imaginaire de l'astre au pôle*, au-lieu que l'angle LCV , en est la *véritable distance*; & on peut nommer la différence de ces angles CLE , *Parallaxe des centres*, qui dans cette dernière supposition est un angle constant.

Il est clair que cet angle CLE étant toujours dans un plan VLC qui passe par l'axe de la Terre PS , & la parallaxe ALE toujours dans un plan EZL qui passe par la verticale ZAE , ces deux angles ne peuvent se trouver dans un même plan, l'astre étant ailleurs que dans le Méridien. Alors ces deux angles composeront l'angle ALC , qui seroit la parallaxe suivant la définition ordinaire, l'angle ALC étant pour-lors, ou la somme, ou bien la différence de ce que j'appelle Parallaxe de l'astre ALE , & de la parallaxe des centres ELC .

Enfin, il est évident que la parallaxe horizontale qui convient au même astre en deux lieux de la Terre qui ont différentes latitudes, se trouvera différente, quand même la ligne tirée des centres imaginaires à l'astre seroit de même longueur; à cause que la ligne AE qui soutend les parallaxes ne peut être de même mesure, si les deux lieux n'ont même latitude. Si la figure de la Terre est un Sphéroïde allongé, & elliptique à peu près, la parallaxe horizontale sera plus petite aux lieux plus proches des pôles de la Terre qu'aux plus éloignés, parce que dans l'Ellipse, la perpendiculaire AE est plus petite dans les premiers que dans ceux-ci. Le contraire
arri-

arrivera si la figure est aplatie, & aussi elliptique à peu près.

Il faut remarquer ici que suivant la définition commune qui donne pour base aux angles des parallaxes, un demi-diametre de la Terre, la parallaxe horizontale est l'angle sous lequel on voit ce demi-diametre du centre de l'astre par une ligne qui touche la Terre: ce qui se vérifie aussi de la parallaxe horizontale prise de la maniere que je la prends ici à l'égard du demi-diametre imaginaire, mais non pas du demi-diametre réel de la Terre, à moins qu'elle ne soit sphérique.

Si, dans les autres hypotheses de sa figure, on vouloit prendre pour parallaxe horizontale, l'angle sous lequel on voit du centre de l'astre un de ses demi-diametres réels, par une ligne qui touche la surface de la Terre, cet angle seroit indéterminé, quand même la position de l'astre seroit donnée: parce que l'on pourroit tirer de l'astre plusieurs lignes qui toucheroient la Terre aux extrémités de plusieurs demi-diametres differens de longueur & de position. Mais si, entre les demi-diametres, l'on se déterminoit à choisir celui qui est, par exemple, dans le plan d'un même Méridien avec l'astre; alors en supposant la figure de Sphéroïde allongé, la parallaxe horizontale seroit plus grande, à mesure que l'extrémité de ce demi-diametre (qu'on ne verroit pourtant d'ordinaire qu'obliquement) c'est-à-dire, le point touchant sur la surface de la Terre, seroit plus proche du pôle; & au contraire en supposant la figure aplatie.

C'est donc ainsi, si je ne me trompe, que

M. le Chevalier *Newton* a considéré la parallaxe horizontale de la Lune, dans la dernière édition de ses Principes, qui est de l'an 1726, de Londres. Car dans l'hypothèse qu'il fait de la figure aplatie, en supposant la moyenne distance de la Lune au centre de la Terre, telle qu'il la trouve dans les Syzygies, & la parallaxe horizontale sous le Cercle équinoctial étant de $57' 20''$, il la fait à la latitude de 30 degrés de $57' 16''$, à 38 degrés de $57' 14''$, à 45 degrés de $57' 12'$, à 52 degrés de $57' 10''$, à 60 degrés de $57' 8''$, & à 90. degrés de $57' 4''$, c'est-à-dire, toujours plus petite en allant vers les poles.

En revenant aux parallaxes prises à ma manière, on entend assez ce qu'il est nécessaire de savoir, & ce qu'il faut faire, pour réduire les lieux apparens des astres qu'on détermine par l'observation immédiate, aux lieux véritables qu'on observeroit du centre de la Terre *C*, quelque figure qu'on lui donne. Car la parallaxe horizontale qui convient à la latitude du lieu étant donnée, ou, ce qui revient au même, étant connue, le rapport entre le demi-diametre imaginaire *AE*, & la distance du centre imaginaire à l'astre *EL* étant aussi connus, si l'on observe sa distance apparente au Zénith *ZAL*, en quelque plan vertical que ce soit, on pourra dans le triangle *LAE*, trouver sa parallaxe *ALE*, pour cet instant, qui étant retranchée de l'angle *ZAL*, donnera l'angle *LEZ*, qui servira à l'ordinaire avec la hauteur du pole du lieu, & avec quelque autre mesure donnée par observation, à trouver, si l'on veut, le lieu
de

de l'astre par rapport aux cercles mobiles de la Sphere.

L'ascension droite de l'astre qu'on déterminera de cette maniere en sera la véritable ascension, telle que si on l'observoit du centre de la Terre C ; car le plan du cercle d'ascension droite, dans lequel l'astre se trouve, passant par l'axe de la Terre CV , est le même plan dans lequel on le verroit, tant du point E , que du point C , qui sont situés dans ce même axe. Mais pour la déclinaison, ou distance de l'astre au pôle, celle qu'on déduira sera l'angle LEV , qui aura besoin de correction, si l'on veut la véritable distance au pôle LCV . Cette correction se trouvera aisément, pourvu qu'on sache la figure & les dimensions de la Terre, ce qui est indispensablement nécessaire si elle n'est pas sphérique. Car ces dimensions donnant le rapport des droites EA , EC , & supposant aussi connu le rapport de EL , à EA , qui est celui du rayon au sinus de la parallaxe horizontale de l'astre pour le lieu A , on en déduira le rapport de EL à EC , qui avec l'angle CEL , supplément de LEV , donnera dans le triangle CEL , l'angle LCV qu'on cherche, & donnera aussi la parallaxe des centres ELC .

Je ne m'arrêterai point à expliquer ce qu'il faudroit faire si l'on cherchoit la distance apparente au Zénith ZAL , la véritable position de l'astre étant donnée; car on voit assez qu'il n'y auroit qu'à faire les mêmes calculs avec un ordre contraire.

Pour ce qui regarde la maniere de trouver par observation les parallaxes horizontales

d'un astre, dans quelque lieu que ce soit de la Terre, on fait que dans l'hypothese de sa sphéricité, la méthode la plus facile, & même la plus sûre, est celle de les chercher par le moyen des parallaxes horaires, ce qui s'exécute par un seul observateur, & dans un seul lieu, de la maniere qui a été inventée, & expliquée par feu M. *Cassini*, dans son Traité de la Comete de 1680. Cette méthode non seulement peut s'appliquer à une hypothese quelconque, mais si on ignore la véritable figure de la Terre, elle est peut-être la seule qu'on puisse pratiquer. Il faut seulement remarquer que tout ce que M. *Cassini* dit, en expliquant cette méthode, à l'égard de la Terre, de son Equateur, de ses cercles horaires; & d'autres, doit être appliqué à la Sphere imaginaire Ahd , qui a pour centre le point E , & doit se rapporter à l'équateur de cette Terre bd , & à ses autres cercles; & que la Sphere dans laquelle il suppose que l'astre est placé ne doit pas être OVH , qui a son centre en C , mais MNH qui l'a en E , dont l'axe est la droite VC , aussi-bien que de l'autre, & qui la coupe dans le cercle HLG , c'est-à-dire, dans le parallele de l'astre, le rayon de cette Sphere imaginaire étant EL , & non pas CL . La parallaxe horizontale qu'on trouvera de cette maniere, sera celle qui convient au lieu A , & à la distance EL de l'astre au centre imaginaire E ; & le rapport qu'on découvrira du sinus de cette parallaxe au rayon sera celui du demi-diametre imaginaire AE à la ligne EL . Un autre observateur placé dans un autre lieu de la

Terre

Terre à différente latitude, & qui feroit ses observations au même tems, trouveroit à cet astre une autre quantité de parallaxe horizontale, & découvreroit le rapport du demi-diamètre de sa Sphere imaginaire à la distance du centre de cette Sphere à l'astre.

Cela posé, pour venir de plus près à ce qui regarde ma méthode, il est clair que si par le moyen de la seule parallaxe horizontale déterminée en A , on vouloit découvrir celle qui convient en même tems à l'astre dans quelque autre lieu de différente latitude, par exemple, sous le cercle équinoctial en X , il faudroit absolument savoir le rapport du demi-diamètre AE au demi-diamètre de l'équinoctial CX , & aussi le rapport de la distance de l'astre LE à la distance LC , qui dépend de la distance des centres EC , c'est-à-dire; qu'il faudroit connoître les véritables dimensions, & la véritable figure de la Terre.

Mais si au contraire au même tems qu'on cherche par observation la parallaxe horizontale d'un astre dans le lieu A , on en fait de même dans le lieu X , ou bien dans quelque autre lieu de la Terre situé sous le cercle équinoctial, & qu'outre cela on détermine dans l'un & l'autre lieu les angles LEV , LCV , de la maniere qu'on a indiquée ci-devant, il est clair qu'on pourra s'appercevoir par-là de la figure de la Terre. Car si elle est sphérique, les points E , C , se réunissant en un seul C , les angles LEV , LCV , se trouveront égaux. Si elle est sphéroïde allongée, le point de l'axe E , tombant entre C & P , l'angle LEV de distance au pôle visible pour le

lieu A , sera plus grand que l'angle LCV , qui convient au lieu X , pris sous l'équinoctial; & si elle est aplatie, LEV sera plus petit que LCV , le point de l'axe, E , tombant pour-lors au-delà de C , vers l'autre pole S .

Supposé que l'on trouve de la difference entre ces deux angles, cette difference sera la parallaxe des centres CLE , & dans le triangle CLE , tous les angles étant connus, on aura la proportion de la ligne CE , aux lignes LC , LE . Or comme par la parallaxe horizontale de l'astre en A , on fait déjà la proportion de LE à EA , & par la parallaxe horizontale en X , on fait aussi celle de LC à CX , on aura en mêmes mesures les droites CX , CE , EA , c'est-à-dire, le diametre de l'Equateur, la portion de l'axe depuis le centre jusqu'à la rencontre de la perpendiculaire, & la longueur de cette même perpendiculaire; ce qui suffit, dans la supposition que la courbe XAP soit une ellipse, pour déterminer la longueur de l'axe de la Terre CP , & pour décrire l'ellipse, l'angle AEP , complément de la hauteur du pole en A , étant donné. On pourroit même vérifier l'espece de cette courbure, si l'on avoit de semblables observations faites dans d'autres lieux situés à diverses latitudes.

Ce que j'ai exposé par avance, montre déjà comment la seule observation des Parallaxes peut servir de fondement géométrique pour trouver la figure & les dimensions de la Terre. Ce n'est pas pourtant que je prétende qu'on entreprenne cette recherche de la manière que je viens de dire. Cela demanderoit

soit trop de subtilité dans les observations. Mon intention n'est donc pas de déterminer, mais seulement de vérifier cette figure & ces dimensions, & cela d'une manière assez sensible, comme il paroitra par la méthode que je vais deormais expliquer.

Je propose donc que l'on choisisse deux lieux pour y faire de concert pendant quelque tems des observations de la Lune, les parallaxes de cet astre étant beaucoup plus sensibles que celles de tout autre. Soit l'un des lieux * (*Fig. 5.*) par exemple, Paris au point *A*, & l'autre, que nous supposons d'abord, pour une plus grande facilité, sous le Cercle équinoctial, & sous le même Méridien de Paris, au point *X*. On observera à Paris les Parallaxes horaires de la Lune aux jours qu'on aura concertés, par la comparaison de son passage par un même cercle horaire avec une Etoile fixe, & on en déduira la parallaxe horizontale suivant la méthode de *M. Cassini*. Cette parallaxe sera celle qui convient pour-lors au demi-diamètre imaginaire de la Terre *AE*. On observera aussi sa distance apparente au Zénith *ZAL*, au tems de son passage par le Méridien; & par le moyen de la parallaxe horizontale qu'on aura trouvée, on calculera l'angle de la parallaxe absolue *ALE* qui convient à cette distance apparente. Enfin on déterminera exactement par le Micrometre, ou par les filets horaires & obliques, la différence apparente des paralleles entre la Lune & cette

* *Fig. 5.*

même Etoile fixe, ou bien un autre quelconque H , pour le tems du passage de la Lune par le Méridien, ce qui donnera l'angle MAL , dans le plan du Méridien, qui mesure la distance de ces paralleles.

L'autre observateur en X déterminera aussi au même tems par ses observations la parallaxe horizontale de la Lune qui convient au demi-diametre CX , & observera de même la distance apparente de la Lune à son Zénith TXL , lorsqu'elle passera par le Méridien, pour calculer par ce moyen la parallaxe XLC , au tems de ce passage. Enfin il mesurera exactement l'angle LXN , qui sera pour ce tems, la difference des paralleles de la Lune, & de la même fixe H , qu'on aura observée en A .

Par là comparaison des observations faites dans les deux lieux, on connoitra aussi-tôt l'angle ALX , car il sera toujours égal à la difference des angles observés MAL , NXL , si la fixe dans les deux lieux a paru de même côté par rapport à la Lune, ou bien à leur somme, si elle a été vue de divers côtés, ce qui est facile à démontrer par le parallelisme des lignes AM , XN , qui vont sensiblement à un même point infiniment éloigné, où le parallele de la fixe coupe le Méridien.

Les trois angles ALE , CLX , ALX , étant donc connus, il sera facile de voir s'il y a une parallaxe sensible des centres ELC , c'est à dire, si le point E est différent du point C . Car lorsque la somme des parallaxes ALE , XLC , se trouvera égale à l'angle ALX , la Lune passant entre les deux Zéniths Z , Y ,
ou

ou bien lorsque la différence de ces parallaxes sera aussi égale à l'angle ALX , la Lune étant au-delà de T , dans l'hémisphère méridional, il est clair que les deux lignes EL , EC , n'en feront qu'une, le point E tombant sur C , & la figure de la Terre sera sphérique.

Si la somme des parallaxes dans le premier cas, ou bien leur différence dans le second, n'égale pas l'angle ALX , il y aura une parallaxe des centres ELC . Alors la différence des angles connus ALX , CLX , si la Lune est entre les Zéniths Z , T , ou leur somme si elle est au-delà de T , donnera l'angle ALC . En l'un & l'autre cas, si cet angle est plus grand que la parallaxe ALE , le point E tombera au-deçà du centre C , vers le pôle P , le plus proche du lieu A , & la Terre sera un Sphéroïde allongé; mais si ALC est plus petit que ALE , le point E tombera au-delà de C , vers l'autre pôle S , & la figure de la Terre sera un sphéroïde aplati.

Je n'ai pas mis à compte le cas où la Lune se trouve au-deçà du Zénith Z vers le pôle V , car cela n'est pas possible, le lieu A étant à Paris; & il ne seroit pas même avantageux de prendre pour le point A un lieu où ce cas pourroit arriver, c'est-à-dire, entre les Tropiques de la Lune, parce que l'angle CLE ne pourroit alors être que fort petit, quand même la Terre auroit assez sensiblement la figure sphéroïde.

On pourroit aussi s'appercevoir de la figure de la Terre par la seule comparaison des parallaxes horizontales trouvées en A , & en X , la parallaxe horizontale en X , devant se trou-

ver

ver égale à celle en A , si la Terre est sphérique; ou plus grande, si elle est allongée; & plus petite, si elle est aplatie. Mais il est plus sûr de la déduire des angles parallaxiques qui se font en L , de la manière qu'on a dit, parce que la différence des parallaxes horizontales en A , & en X , ne peut pas être aussi sensible ni aussi évidente que la parallaxe des centres LEC le doit être, quelle que soit la figure de la Terre.

On a supposé d'abord les lieux A , X , sous un même Méridien; mais il est facile de voir que cela n'est pas nécessaire, quoiqu'il soit à propos que la différence des Méridiens ne soit pas trop grande; car en observant dans l'un des lieux le changement horaire de la Lune en déclinaison apparente, ce qu'on peut faire avec le Micrometre par rapport à la même fixe H , & la différence des Méridiens étant connue, on trouvera la réduction qu'il y aura à faire aux observations de ce lieu, tant de la distance apparente au Zénith, pour lui assigner sa parallaxe ALE , que de la différence des parallèles de la Lune, & de la fixe, pour la réduire au Méridien de l'autre lieu.

On a aussi supposé, pour faciliter l'explication de la méthode, que l'un des deux lieux est placé sous le cercle équinoctial; mais on peut dans la pratique s'épargner la peine de chercher un tel lieu, non seulement sans préjudice de l'exactitude, mais avec avantage, comme l'on verra bien-tôt.

Mais parce qu'en fait de méthodes astronomiques il est important de savoir les limites

tes de précision & de certitude, que l'on peut espérer d'atteindre en les pratiquant, ce qui dépend d'une estimation exacte des petites erreurs qui sont inévitables dans les observations; voyons si par la méthode que j'ai exposée, on pourra au moins s'appercevoir évidemment de la figure de la Terre, en cas qu'elle soit telle que M. *Cassini* le fils l'a déduite des mesures qu'on a prises actuellement.

Ayant calculé la longueur de la ligne CE pour la latitude de Paris, sur les dimensions des axes du Sphéroïde allongé qu'il a données dans son excellent Ouvrage de la grandeur & de la figure de la Terre, je la trouve de 50 parties, dont le demi-diametre de l'Equateur CX est 3255. C'est pourquoi l'angle CEL étant droit, ce qui arrivera lorsque la Lune se trouvera à peu près dans le cercle équinoctial, la parallaxe des centres ELC , doit être à peu près la 65^{me} partie de la parallaxe horizontale qui convient au demi-diametre de l'équinoctial CX . En supposant cette parallaxe de 61 minutes, comme elle l'est quelquefois, on trouvera l'angle ELC de 57 secondes, qui est un angle assez sensible pour être apperçu par des Astronomes exacts. Si l'angle LEC est de 120 degrés, c'est-à-dire, si la Lune est dans sa plus grande déclinaison septentrionale, l'angle ELC sera un peu moindre, c'est à dire, de 50 secondes; & si dans cette supposition la parallaxe horizontale n'étoit que de 54 minutes, l'on trouveroit encore l'angle ELC de 42 secondes, & c'est le moindre qu'on le puisse trouver, la Lune étant dans l'hémisphère septentrional, si la

Terre

Terre a la figure qu'on suppose. Si la Lune étoit au-delà de l'Equateur, cet angle pourroit être plus petit; d'où l'on voit qu'il est avantageux d'avoir la Lune le plus proche de l'Equateur, & le plus proche aussi de la Terre qu'il est possible.

Si au-lieu de choisir Paris pour l'un des deux lieux A , pour y faire ces observations, on les faisoit dans un autre lieu qui eût une plus grande latitude, en supposant toujours l'autre observateur sous le cercle équinoctial en X , cet angle devroit encore se rendre plus sensible. Je trouve qu'en prenant tout l'avantage des circonstances ci-dessus marquées, dans la latitude de 60 degrés, la parallaxe des centres ELC seroit d'une minute 7 secondes, & dans la latitude de 75 degrés, d'une minute 15 secondes. Si l'on pouvoit faire ces observations sous le pôle P , on trouveroit CE de 68 des mêmes parties, dont CX est 3255, & la parallaxe des centres d'une minute 17 secondes.

Mais si en prenant pour le point A tel lieu qu'on voudra dans l'hémisphère septentrional, on ne choisit pas pour le point X , un lieu placé sous l'équinoctial, mais au-delà de l'équinoctial vers le midi, la détermination & le calcul des angles parallactiques, qui se font dans le centre de la Lune L , iront tout de même que ci-devant, & cependant on pourra gagner beaucoup dans la grandeur de la base CE , le point C n'étant plus pour lors le centre imaginaire du lieu méridional où l'on fera les observations, ce qui rendra plus grand l'angle ELC , que l'on pourra encore, si l'on veut

veut, appeller *parallaxe des centres*. Je ne m'arrêterai point à en dire davantage, parce qu'il est évident qu'on peut par ce moyen doubler cet angle, en choisissant le point X , avec autant de latitude australe que le point A en aura de boréale, & par-là rendre cette détermination plus sensible, & plus sûre.

Les découvertes des Terres Australes n'ayant pas encore été poussées aussi loin que celles des Boréales, on pourra néanmoins trouver une base EC , assez grande pour soutenir, dans les circonstances qu'on a dit être les plus avantageuses, une parallaxe des centres ELC , d'environ deux minutes. Comme si l'on prenoit pour le point A , Upsal, ou Petersbourg, ou Archangel, & pour X , le Cap de Bonne-Esperance, dont la longitude n'est pas même fort différente de celle de ces lieux: ou bien si en choisissant pour A , Quebec, l'on prenoit pour X , le Détroit de Magellan, ces deux lieux étant dans les Cartes de M. Delisle presque sous un même Méridien.

Examinons donc si la somme des erreurs qu'on peut craindre dans les observations nécessaires à cette détermination, peut aller assez loin pour rendre douteuse toute cette différence de deux minutes, qu'on doit trouver dans cette hypothèse, & dans ces circonstances, pour parallaxe des centres; ou bien si, toutes les erreurs étant évaluées, il doit rester encore quelque chose de sensible qui rende évidente cette parallaxe. On s'assurera de cela, en cherchant les plus grandes méprises où un observateur exact pourroit

roit tomber dans les mesures des angles ALX , ALE , CLX , qui sont les seuls qu'on emploie immédiatement pour trouver la paralaxe des centres ELC .

En commençant par l'Angle ALX ; comme il résulte de la somme ou de la différence des deux MAL , NXL , qui sont les différences de déclinaison de la fixe H , & de la Lune, au tems de son passage par le Méridien, on n'y peut soupçonner qu'autant d'erreur qu'on pourroit en commettre dans la détermination qu'on feroit de ces différences avec le Micrometre. Or il est certain que les Astronomes déterminent par cet instrument les différences apparentes de déclinaison à 5 secondes près; & quand même on prétendrait qu'on ne pourroit s'en assurer qu'à 10 secondes, ayant égard au diamètre de la Lune, qu'il faut observer au même tems, pour réduire cette différence au centre, & qu'outre cela on voudroit supposer que la somme de ces erreurs resteroit toute entiere dans la mesure qu'on déduiroit des observations de l'angle ALX , les erreurs ne se compensant point l'une l'autre, cet angle ne seroit douteux que de 20 secondes tout au plus.

Il est vrai que les deux lieux A , X , n'étant pas exactement sous un même Méridien, il faudroit dans l'un des lieux donner à cette différence une correction pour la réduire au Méridien de l'autre lieu; ce qui demande que la différence des Méridiens soit connue, & que le mouvement apparent de la Lune en déclinaison le soit aussi. Mais en observant plu-

plusieurs fois la Lune, & la fixe, pendant une ou deux heures, on peut s'assurer de ce mouvement, & de ses inégalités, en sorte qu'on ne se méprendra que de fort peu, & d'une quantité presque insensible, dans la réduction qui convient à la différence supposée des Méridiens, pourvu qu'elle soit assez petite; & le doute qu'on peut avoir sur la véritable mesure de cette différence n'allant pas d'ordinaire à une minute d'heure, le changement de déclinaison apparente dans ce petit tems ne sera aussi que fort petit, & je crois qu'on ne doit mettre en compte pour tout cela que 10 secondes d'erreur dans la réduction, qui font en tout 30 secondes d'incertitude dans l'angle ALX .

Pour l'angle ALE , qui est la parallaxe absolue de la Lune au Méridien dans le lieu A , sa mesure dépend premièrement de la distance apparente au Zénith ZAL , qu'on aura observée. Cette observation étant faite avec soin, ne peut être douteuse tout au plus que d'une minute, & une minute de doute dans la distance au Zénith n'en coûte jamais qu'un d'une seconde dans la parallaxe de hauteur, en supposant connue la parallaxe horizontale; mais on peut compter deux secondes, à cause de l'incertitude d'une autre minute qu'on pourroit soupçonner dans l'angle ZAL , pour les irrégularités des réfractions.

La parallaxe ALE dépend outre cela de la parallaxe horizontale qu'on aura trouvée par les observations des parallaxes horaires faites dans le lieu A . Dans la détermination de cette parallaxe horizontale on prend pour un

un des élémens du calcul la hauteur du pôle du lieu ; mais quand même on se tromperoit dans cette hauteur de 2 minutes (ce qui n'arrive jamais en faisant l'observation avec soin) cela ne feroit rien de sensible dans les parallaxes. On employe encore dans ce calcul la déclinaison apparente de la Lune qui est donnée par la différence qu'on en observe à celle d'une fixe, & dans cela même deux ou trois minutes d'erreur (qu'on ne peut commettre que par négligence) ne changeroient de rien la parallaxe horizontale qu'on cherche. Enfin il entre dans ce calcul la différence de tems qu'on observe à diverses heures d'une même nuit, entre les passages de la Lune & d'une fixe par les mêmes cercles horaires à quelque distance au Méridien, & la différence de ce tems, qu'on devroit observer dans les mêmes cercles, si la Lune n'avoit point de parallaxe, ce qui dépend du mouvement véritable de la Lune en ascension droite, qu'on déduit de ses passages par le Méridien, observés deux ou trois jours de suite. J'avoue que cette détermination est fort délicate, & que c'est-là où il est plus facile de se méprendre qu'ailleurs. Je crois pourtant que les Astronomes m'accorderont qu'on peut après tout cela s'assurer de la parallaxe horizontale qui en résulte, dans une demi-minute de cercle ; & je remarque de plus qu'une demi-minute d'erreur dans la parallaxe horizontale trouvée au lieu *A*, ne doit pas rester toute entière dans la parallaxe *ALB*, qui répond à la distance au Zénith dans le Méridien, mais qu'elle doit devenir
 moins

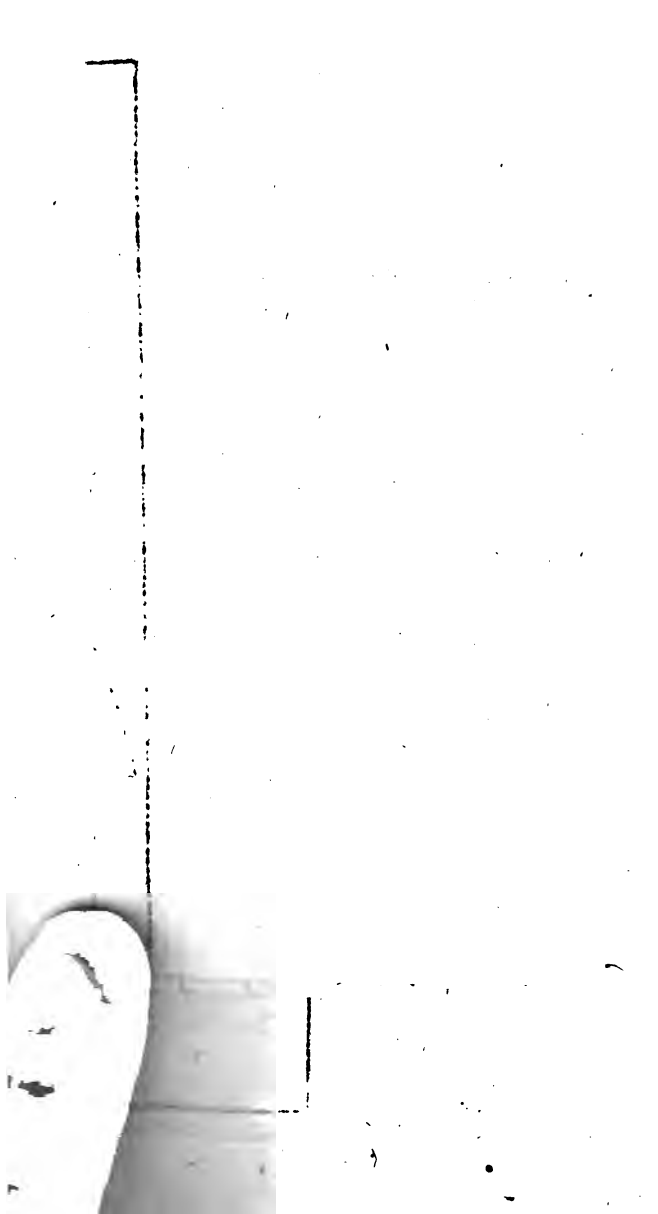
moindre en raison du sinus de cette distance au rayon; c'est-à-dire, que si la distance méridienne de la Lune au Zénith du lieu *A* ne passe pas 60 degrés (distance au-delà de laquelle il ne seroit pas sûr d'entreprendre la recherche de la parallaxe horizontale, l'irrégularité des réfractions dans les cercles horaires pouvant altérer l'effet des parallaxes) cette demi-minute d'incertitude dans la parallaxe horizontale n'en donnera tout au plus que 26 secondes dans l'angle *ALÉ*: & y ajoutant les deux secondes trouvées ci-dessus, on conclura que cet angle ne sauroit être douteux que de 28 secondes tout au plus; mais on peut le supposer de 30.

Enfin pour l'angle *CLX*, on fera le même raisonnement qu'on vient de faire pour l'angle *ALÉ*, & l'on trouvera aussi la même limite d'incertitude d'environ 30 secondes, la Lune n'étant éloignée du Zénith du lieu *X*, que de 60 degrés. Où il est à remarquer que la distance de la Lune au Zénith étant dans l'un des lieux de 60 degrés, elle ne peut être qu'au dessous de cette quantité dans l'autre, qui est dans l'hémisphère opposé, à moins que les deux lieux ne soient éloignés entre eux de 120 degrés ou environ; & qu'ainsi il seroit fort difficile que l'un & l'autre de ces angles à la fois fussent fautifs de toute cette quantité de 30 secondes.

Ce seroient donc enfin les limites de certitude entre lesquelles des Astronomes habiles & exercés pourroient se promettre de déterminer leurs mesures des trois angles *ALX*, *ALÉ*, *CLX*; & comme il y a la même fa-

cilité de tomber dans chacune de ces erreurs par excès, ou par défaut, il seroit difficile d'y tomber dans toutes à la fois en tel sens qu'il seroit nécessaire pour qu'en faisant les sommes ou les différences de ces trois angles de la maniere qu'on a vu, la faute de l'un ne compensât pas en partie celle de l'autre, & que la somme des trois erreurs dût se trouver toute entiere dans l'angle ELC , qui doit résulter de ces sommes & de ces différences. Néanmoins en supposant que cela arrive, l'on voit que cette somme ne va qu'à une minute 30 secondes, c'est-à-dire, à une demi-minute pour chacun des trois angles. Or l'on a trouvé que suivant les dimensions de la Terre de *M. Cassini*, l'angle ELC , en choisissant des lieux connus & accessibles, peut monter à 2 minutes; donc il reste toujours une demi-minute qui doit se manifester dans l'angle ELC , & rendre par-là sensible la figure de sphéroïde allongé qu'il a trouvée à la Terre; & cela d'autant plus, que si au contraire cette figure est aplatie, comme de grands Géometres le prétendent, cet angle ELC , bien loin de se trouver dans ces circonstances d'une demi-minute, doit être, pour ainsi dire, négatif, le point E tombant au-delà du point C , vers le pôle S .

Il seroit de l'industrie des Astronomes qui entreprendroient cette recherche, de concéder les tems propres à ces observations, en cherchant les positions de la Lune les plus favorables, & qui devroient rendre plus sensible l'effet de la figure de la Terre dans les Parallaxes. Il semble qu'en pratiquant
cette



cette méthode plusieurs fois, par exemple, à tous les retours de la Lune visibles, pendant une année ou deux, à une même fixe qu'on auroit choisie, on pourroit mettre la chose dans une entière évidence.



COMPARAISON

Des deux Loix que la Terre & les autres Planètes doivent observer dans la figure que la pesanteur leur fait prendre.

Par M. BOUGUER. *

UNE Planète considérée comme Fluide ne peut conserver constamment la même figure, que lorsque toutes les colonnes dont on peut supposer qu'elle est formée, & qui aboutissent à son centre, sont d'une égale pesanteur; sans cela, toutes ces colonnes ne se contrebalanceroient point, & les plus pesantes ne manqueroient pas de soulever par en-bas celles qui le seroient moins. Mais il faut encore qu'une autre condition soit remplie, il faut que les directions de la pesanteur soient exactement perpendiculaires dans tous les points de la surface; afin que les molécules du Fluide n'aient aucune pente à couler vers un côté ou vers un autre. L'observation de ces deux loix est également nécessaire; l'une assure, en quelque façon, le repos dans l'intérieur, pendant que l'autre l'é-

B 2

tablit

tablit au dehors; & ce n'est que le concours des deux qui rend l'état de la Planete toujours permanent. Entre plusieurs Mathématiciens d'un grand nom qui ont tourné leur vue vers cette matière, M. Huigens & M. Herman sont les seuls qui ont trouvé qu'elles s'accordoient à donner à la Terre une même figure dans les suppositions particulieres d'une pesanteur orginairement constante, & d'une pesanteur proportionnelle aux distances au centre. Personne, que je sache, n'a poussé depuis l'examen plus loin, sur le concert des deux principes dont il s'agit, & il se peut faire qu'on ait cru qu'ils étoient secrètement les mêmes, ou que l'observation de l'un renfermoit toujours implicitement l'observation de l'autre. Cependant, en les considérant avec attention, on s'apperçoit qu'ils ne peuvent gueres se concilier que par quelque espece de hazard; car le premier, ou l'équilibre entre les colonnes, dépend principalement de la pesanteur des parties intérieures, & de la pesanteur de toutes ces parties; au lieu qu'il ne s'agit dans l'application de l'autre, que de la pesanteur actuelle qu'ont les seules parties situées vers la surface. Il reste donc à examiner d'où peut naître la convenue parfaite qui se trouve dans les cas considérés par les Auteurs que nous venons de citer. L'exercice des deux loix tombe sur des sujets trop differens, pour qu'elles puissent s'accorder toujours, & elles ne le doivent faire que dans certaines circonstances particulieres, qu'il est sans doute curieux de découvrir. D'ailleurs si, malgré les tentati-

ves.

ves des Philosophes , nous ne connoissons pas encore le vrai Sytème de la Pesanteur, il est toujours avantageux pour nous , de mieux connoitre au moins toutes les propriétés qu'ont les Hypotheses que nous embrassons ordinairement.

Recherches sur l'observation du premier principe, ou sur l'équilibre entre les Colonnes.

I.

Il n'est pas fort difficile de trouver la forme * $AKBL$ (Fig. 1.) que doit prendre une Planete considerée comme fluide, pour qu'il y ait un parfait équilibre entre toutes les colonnes dont on peut supposer qu'elle est formée. Nous allons chercher cette figure , & afin de donner une plus grande généralité à notre Solution, nous supposerons que les directions KC , MG , mg , &c. de la pesanteur primitive, au-lieu de concourir dans un même point C , viennent se rendre en differens points de l'axe AB de la Planete $AKBL$, & que ces directions sont perpendiculaires à la superficie d'un Sphéroïde engendré par une ovale quelconque $ADBE$, dont C est le centre, & AB l'axe. Il faut remarquer que nous disons que MG & mg sont les directions de la pesanteur primitive, afin de distinguer cette pesanteur de la pesanteur actuelle, qui est celle qu'on éprouve toujours, & qui n'est autre chose que la pesanteur primitive, altérée par

* Fig. 1.

par la force centrifuge que produit le mouvement de la Planete sur son axe. Si la Planete * $AKBL$ étoit dans un parfait repos, on n'expérimenteroit que la pesanteur primitive sur la surface, & un corps pesant situé en M ne tendroit à tomber que selon MG , & qu'à proportion qu'il seroit poussé par la pesanteur primitive. Mais la Planete ne peut pas tourner sur son axe, sans que toutes ses parties ne fassent un effort continuel pour s'en éloigner; & quelque foible que soit cet effort centrifuge, il doit non seulement diminuer toujours un peu la pesanteur primitive, il doit changer encore un peu ses directions.

Je nomme τ les parties FG , fg , des directions MG , mg , qui sont interceptées entre l'axe AB , & la courbe $ADFB E$, à laquelle elles sont perpendiculaires; z marquera les ordonnées FI de cette courbe, & π les parties GB de l'axe. La courbe $ADBE$ étant indéterminée, les valeurs de τ , de z & de π le sont aussi, & nos Recherches s'appliqueront par conséquent à toutes les diverses situations qu'on pourra attribuer aux directions de la pesanteur. Nous nommons de plus p la pesanteur primitive, variable ou constante qui s'exerce sur chaque direction MG ; ou plutôt, comme il peut arriver que cette pesanteur ne soit pas égale sur toutes les directions, & qu'il se peut faire qu'elle soit plus ou moins forte vers l'Equateur, ou vers les poles, indépendamment même de la force centrifuge, nous la désignerons par ζp ; expression

* Fig. 1.

pression dans laquelle ζ sera quelque puissance ou quelque fonction du sinus de l'angle MGB , formé par la direction & par l'axe de la Planete; ou, si l'on veut, ζ sera quelque fonction de $FI=z$. La force centrifuge qui résulte du mouvement de révolution à la distance a de l'axe, sera marquée par f . Enfin y sera la longueur des directions MG de la pesanteur, depuis la surface $AKBL$ de la Planete jusqu'à l'axe, & s les ordonnées OP . Ainsi il n'est question que de déterminer la valeur de y ou de s , par rapport aux autres quantités que nous venons de spécifier, & nous saurons la figure $AKBL$ que doit prendre la Planete dans chaque hypothese particuliere de pesanteur.

Si nous faisons maintenant attention à l'équilibre qui doit se trouver entre les colonnes dont la Planete peut être supposée formée, nous reconnoissons que la colonne mg doit se contrebalancer exactement avec la partie Bg de la colonne qui est couchée dans l'axe, puisque mg & Bg aboutissent dans le même point g . La colonne MG doit se contrebalancer par la même raison avec BG , de même que KC le doit faire avec la colonne entiere BC . Il est évident d'un autre côté, que la pesanteur des parties de BC n'est point altérée par la force centrifuge. Ainsi $p\,du$ étant la pesanteur des parties infiniment petites $Gg (=du)$ qui servent d'éléments à cette colonne, nous aurons $sp\,du$ pour le poids de ses parties sensibles Bg ou BG . Mais ce n'est pas la même chose de la pesanteur des colonnes mg ou

B 4

MG;

MG^* ; dy désignant les parties infiniment petites dont est formée la hauteur y de chaque colonne, & ζp désignant la pesanteur primitive dans chaque point, nous aurons $\zeta p dy$ pour le poids de chaque petite partie, & $\int \zeta p dy$ pour le poids d'une colonne entière, ou plutôt $\zeta sp dy$, parce que ζ est constante dans chaque direction. Mais il faut remarquer, conformément à ce que nous avons dit, que cette intégrale $\zeta sp dy$ n'exprime la pesanteur actuelle que lorsque la Planete est dans un parfait repos, & que ses parties n'ont aucune force centrifuge qui se complice avec la pesanteur primitive. Ainsi il nous faut chercher l'effort que fait la colonne GM pour s'éloigner de l'axe AB , & voir quelle est la partie de cet effort qui s'exerce selon GM en sens directement contraire à la pesanteur.

Mais nous pouvons trouver immédiatement cette partie, en considérant, avec M. Huigens, qu'elle est égale à la force centrifuge absolue qu'auroit une colonne MP de même grosseur, qui seroit perpendiculaire à l'axe. Il est vrai qu'il y a plus de matiere en GM qu'en PM dans le rapport de GM à PM , & que GM a par conséquent plus de force centrifuge que PM dans le même rapport. Mais il se fait ici une compensation: car comme la force centrifuge absolue des parties de GM tend à les faire s'éloigner de l'axe AB selon des perpendiculaires à cet axe, il n'y a qu'une portion de cette force qui s'exerce selon GM , & qui est contraire à la pesan-

* Fig. 11.

pesanteur, & cette portion est plus petite que la force absolue, précisément dans le même rapport de * GM à PM ; ce qui la rend parfaitement égale à la force centrifuge de PM . Or f désignant la force centrifuge à

la distance a de l'axe AB , nous aurons $\frac{f^2}{a}$

pour la force centrifuge en M à la distance $MP = s$, puisque la force centrifuge est proportionnelle aux rayons des cercles tracés par les mobiles de même masse, aussi-tôt que ces cercles sont décrits dans un tems égal, comme ils le sont tous ici. Nous n'aurions donc

qu'à multiplier MP par $\frac{f^2}{a}$ pour avoir l'effort total, si la force centrifuge étoit la même tout le long de MP : mais comme elle est de plus petite en plus petite à mesure qu'on considère des points plus proches de l'axe AB , & qu'elle diminue exactement en progression arithmétique, il ne faut multiplier

MP que par la moitié de $\frac{f^2}{a}$. Il nous vient

de cette sorte $\frac{f^2 s}{2a}$ pour la force centrifuge

absolue de toutes les parties de MP ; force totale ou absolue qui est égale, selon le Lemme de M. Huigens, à toute la force centrifuge relative de GM , qui agit de G vers M en sens exactement contraire à la pesanteur. Mais $\int p \, dy$ étant la pesanteur primitive de

toute la colonne GM , & $\frac{f^2}{2a}$ la force cen-

$B \int$

trifu-

trifuge qu'on en doit retrancher, on trouve $\zeta \int p \, dy - \frac{fs^2}{2a}$ pour la pesanteur actuelle de MG ; & si nous l'égalons à la pesanteur $\int p \, du$ de BG , nous aurons l'Equation $\zeta \int p \, dy - \frac{fs^2}{2a} = \int p \, du$, dans laquelle les variables sont séparées, & qui marque d'une manière très générale la relation qu'a la courbe $AKBL$ ou la figure de la Planete, avec la courbe $ADBE$ qui détermine la situation de toutes les directions de la pesanteur primitive.

Il est à propos de substituer dans cette Equation, la valeur $\frac{zy}{t}$ de s , qui donne l'analogie $GF=t:FI=z::GM=y:MP=t$; on aura $\zeta \int p \, dy - \frac{fz^2y^2}{2at^2} = \int p \, du$, qu'on peut appliquer aisément, comme on le voit, à toutes les hypothèses possibles. Il n'importe en effet, que les pesanteurs soient proportionnelles à quelque puissance ou à quelque fonction de y , l'Equation sera prête à être construite, & ne contiendra que deux seules variables, puisque la nature de la courbe $ADBE$ fournit toujours la relation que t , z & u ont entre elles. Or aussi-tôt qu'on aura découvert la valeur de y , il n'y aura qu'à la porter depuis G jusqu'en M , & de cette sorte, on trouvera autant de points M de la surface de la Planete, qu'on cherchera de diverses valeurs de y .

Si l'on suppose que la pesanteur est par-tout
abso.

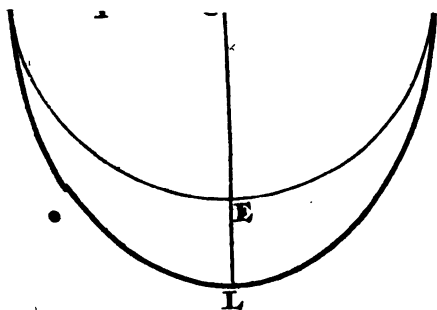
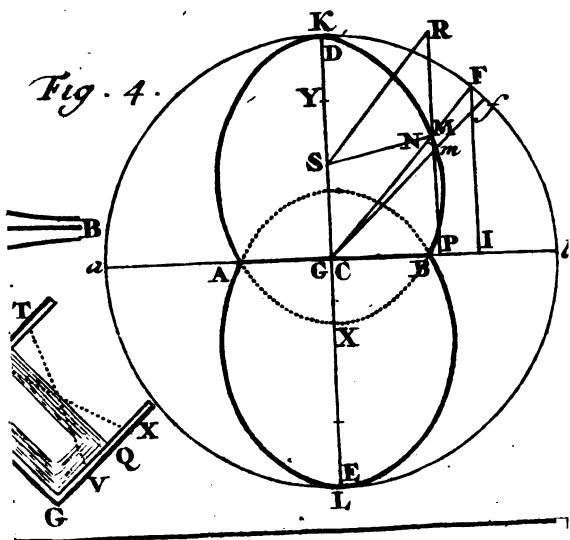
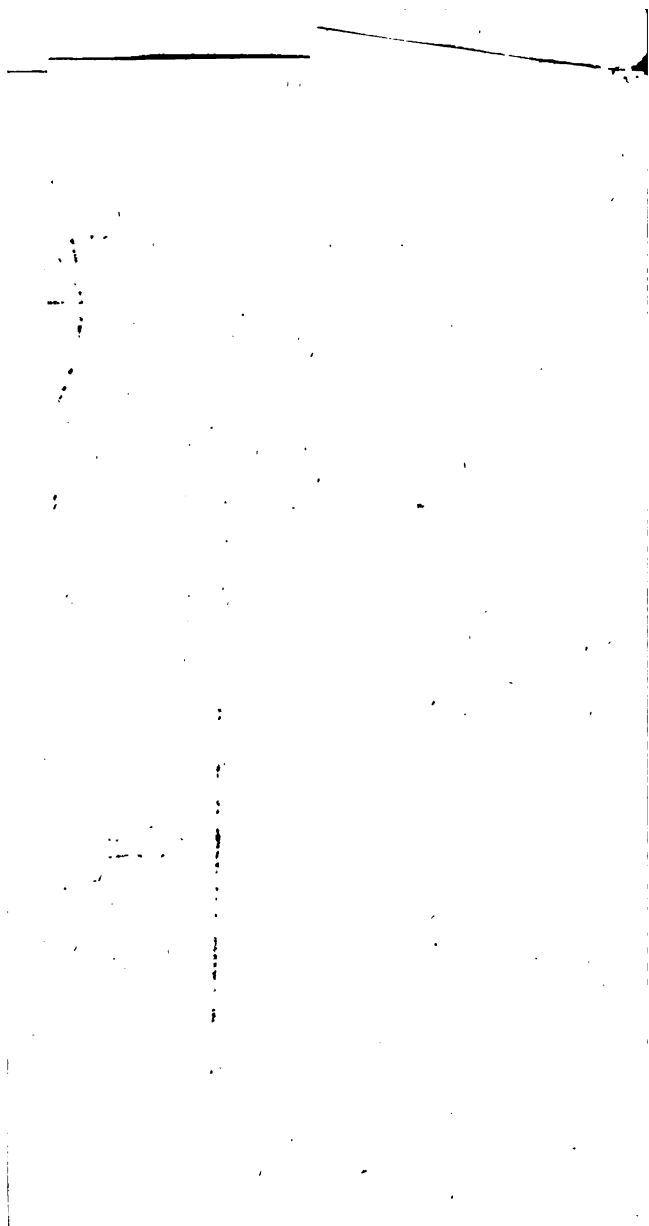


Fig. 4.





absolument constante, qu'elle est non seulement la même dans tous les points de chaque direction, mais qu'elle ne souffre aussi aucun changement d'une direction à une autre; il n'y aura qu'à mettre l'unité à la place de ζ ,

& l'Equation générale $\zeta p dy - \frac{fz^2 y^2}{2a^2} = fp du$

se réduira à $py - \frac{fz^2 y^2}{2a^2} = pu$, qui donne

$y = \frac{ap^2 \pm \sqrt{a^2 p^2 z^2 - 2afpu^2}}{fz^2}$. On a donc

ici, en termes connus, la valeur que doit avoir GM , afin que toutes les colonnes soient exactement en équilibre, & cela pour toutes les diverses dispositions que peuvent avoir les directions aussi-tôt que la pesanteur est constante.

Recherches sur l'observation du second principe, ou sur le niveau que toutes les parties de la surface doivent prendre.

I I.

Il nous faut maintenant examiner le second principe, & voir la figure que doit prendre la Planete, pour que toutes les parties de sa surface soient exactement de niveau; ou, ce qui revient au même, pour qu'elles soient exactement perpendiculaires aux directions de la pesanteur. Il ne s'agit plus ici du poids entier des colonnes, mais seulement de la pesanteur actuelle d'un grave situé à la surfa-

ce. Cette pesanteur résulte, ainsi que nous l'avons déjà dit, de la complication de la pesanteur primitive & de la force centrifuge. Comme la Planete est censée tourner continuellement sur son axe, le grave placé en M , en même tems qu'il est sollicité par sa pesanteur primitive à tomber selon $*MG$, il est sollicité par sa force centrifuge à s'écarter selon MR , & ces deux efforts joints ensemble forment, par leur composition, la pesanteur actuelle selon MT . Il suit de-là que MG & MR , représentant les deux premiers efforts, la diagonale MS du parallelogramme $RMGS$, représentera non seulement la pesanteur actuelle, mais encore sa direction; & c'est par conséquent MS qu'on doit regarder comme exactement verticale, & qui seroit indiquée par un fil à plomb appliqué en M . Afin donc que la petite partie Mm de la surface de la Planete soit parfaitement de niveau, il faut qu'elle fasse un angle droit avec MS ; & pour cela, si MT est perpendiculaire au point M de la surface de la Planete, & que de l'extrémité G de la direction de la pesanteur primitive, on élève la perpendiculaire GS à l'axe jusqu'à la rencontre de MT , il faut qu'il y ait même rapport entre la pesanteur primitive & la force centrifuge, qu'entre MG & GS . Ainsi il nous reste à chercher la relation qu'il y a entre ces deux dernieres lignes.

Mais on pourroit aisément s'engager dans un assez long calcul, pour trouver une expression simple de ce rapport; au-lieu qu'une

con-

* Fig. 2.

considération un peu attentive de la Figure, nous donnera cette expression presque tout d'un coup, & nous fournira en même tems un Lemme qui sera quelquefois d'usage dans les Problèmes qui appartiennent à l'inverse des tangentes. Du point $*m$, j'abaisse les petites perpendiculaires mo & mN , sur PM & sur GM . L'angle Mmo sera égal à l'angle GST , puisqu'ils sont égaux l'un & l'autre à l'angle PMT ; & d'un autre côté, l'angle MmN sera égal à l'angle GMT , puisque les deux côtés de l'un sont perpendiculaires aux deux côtés de l'autre. Ainsi dans le triangle GMS où les côtés GM & GS sont entre eux comme les sinus des angles opposés GST & GMS , ces mêmes côtés sont en même raison que les sinus des angles Mmo & MmN , & ils sont, par conséquent, aussi en même raison que les petites lignes MO & MN , qui représentent les sinus de ces deux derniers angles, pendant que la petite partie Mm de la courbe sert de sinus total. (On démontreroit de la même manière, s'il en étoit besoin, que MG est toujours à la partie TG de l'axe, interceptée entre MG & la perpendiculaire MT à la courbe, comme mo est à MN .) Mais puisqu'il y a même rapport entre MG & GS , qu'entre les petites lignes MO & MN ; au-lieu de comparer la pesanteur primitive & la force centrifuge à MG & à GS , nous n'avons qu'à comparer ces deux puissances aux deux petites lignes MO & MN , qui sont toujours en même raison.

La

* Fig. 1.

38^e MÉMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

La petite ligne * MO est exprimée par ds , puisqu'elle est la différentielle des ordonnées $PM = s$, & la petite ligne MN est la différentielle des $FM (=GM - GF) = y - z$; de sorte que $MN = dy - dz$. Nous avons d'un autre côté ζp pour l'expression de la pesanteur primitive, & nous avons déjà vu ci-de-

vant que $\frac{fs'}{a}$ est la force centrifuge en M , à la distance $MP (s)$ de l'axe AB . Nous a-

ons donc, en termes analytiques, $\zeta p : \frac{fs'}{a}$

:: $ds : dy - dz$, dont nous tirons $\frac{fs' ds}{a} = \zeta p dy - \zeta p dz$. C'est-là l'Equation en premieres différences de la courbe ou de la figure $AKBL$, qui rend toutes les parties de la surface de la Planete parfaitement horizontales.

Si l'on suppose la pesanteur primitive absolument constante, & qu'on mette, comme ci-devant, l'unité à la place de ζ , on trouvera, en intégrant, $\frac{fs'^2}{2a} = py - pz$; & intro-

duisant à la place de s , la valeur $\frac{xy}{r}$ tirée,

comme nous l'avons déjà vu, de la ressemblance des triangles GFI & GMP , il vien-

dra $\frac{fx^2 y^2}{2a^2 r^2} = py - pz$, dont on déduira

$y = \frac{apz^2 \pm r \sqrt{a^2 p^2 z^2 - 2apfz^2}}{fx^2}$. Cette valeur

de GM étant ainsi déterminée, on ne peut guere

guere manquer de la rapprocher de celle de

$$y = \frac{ap^2 \pm \sqrt{a^2 p^2 z^2 - 2apf az^2}}{fz^2} \text{ que nous a}$$

fourni l'autre principe. On verra qu'elles sont différentes, & qu'ainsi il faut toujours absolument qu'il y ait au moins un des deux principes que nous examinons, qui soit violé dans la rencontre présente.

Comparaison des deux principes.

I I I.

Mais ce n'est pas dans cet unique cas, ce n'est pas simplement lorsque la pesanteur primitive est absolument constante, qu'il se trouve une pareille incompatibilité entre les deux loix dont il s'agit : elles dépendent si peu l'une de l'autre, qu'elles sont presque toujours en contradiction ; elles se donnent l'exclusion mutuellement, & il suffit le plus souvent que l'une soit observée pour que l'autre ne le soit pas. Pour le dire en un mot, les circonstances sont si rares dans lesquelles elles s'accordent à donner une même figure à la Planete, que c'est souvent un Problème difficile à résoudre, que de déterminer quelqu'une de ces circonstances. Nous avons trouvé dans le premier Article l'Equation générale $\zeta sp dy - \frac{fz^2 y^2}{2az^2}$

$$= sp du, \text{ ou } \zeta sp dy - \frac{fz^2}{2a} = sp du, \text{ en pre}$$

nant pour principe l'équilibre des colonnes. Nous la différencions cette Equation, en fai-

faisant attention que ζ doit être regardée comme variable, parce qu'il s'agit ici des changemens qui se font d'une direction à une autre: il vient $d\zeta sp dy + \zeta p dy - \frac{fs ds}{a} = p du$,

& nous lui donnons cette forme $\frac{fs ds}{a} = d\zeta sp dy + \zeta p dy - p du$, afin de pouvoir la comparer plus aisément à l'autre Equation générale $\frac{fs ds}{a} = \zeta p dy - \zeta p dt$ que nous venons de trouver en employant le second principe. Or pour que ces deux Equations primordiales $\frac{fs ds}{a}$

$$= d\zeta sp dy + \zeta p dy - p du \text{ \& } \frac{fs ds}{a} = \zeta p dy - \zeta p dt$$

soient identiques, qu pour qu'elles puissent donner la même courbe * $AKBL$; il faut, puisque les deux premiers membres sont égaux entre eux, que les deux seconds le soient aussi, c'est-à-dire, qu'il faut qu'on ait $d\zeta sp dy + \zeta p dy - p du = \zeta p dy - \zeta p dt$; ou $d\zeta sp dy + \zeta p dt = p du$. Ainsi nous pourrons nous servir toujours de cette dernière Equation, pour reconnoître si les deux Equations primordiales sont les mêmes, ou pour juger de l'accord qui peut se trouver entre les deux principes qui influent sur la figure de la Planete.

Nous voyons déjà, en effaçant dans cette formule le terme qui contient $d\zeta$, & en mettant l'unité à la place de ζ , que si la pesanteur est absolument constante, il faut que $dt = du$, &

* Fig. 2.

& par conséquent $z = u$. Mais z (GF) ne peut pas être continuellement égale à u (GB) à moins que la courbe ADB & qui sert à déterminer la situation des directions primitives de la pesanteur, ne soit un cercle comme dans la Figure 2, & que toutes ces directions ne concourent dans un même point qui fera le centre du cercle. Il est donc démontré qu'aussitôt que la pesanteur primitive est tout-à-fait constante, il faut qu'elle n'ait qu'un unique point de tendance, ou qu'un point central, pour que l'observation d'un de nos deux principes entraîne nécessairement l'observation de l'autre. Car si z n'étoit pas égale à u , ou si les directions tendoient dans differens points, l'Equation $d\zeta sp dy + \zeta p dz = p du$, qui se réduit à $p dz = p du$, lorsque ζ est constante, ne subsisteroit plus, & il suivroit de-là que les deux Equations primordiales feroient différentes. C'est ce qu'on éprouve aussi, lorsqu'on compare entre elles les deux valeurs de GM que nous avons trouvées dans les deux Articles précédens, en admettant cette hypothese particuliere de pe-

santeur. Ces valeurs $\frac{apz^2 \pm z \sqrt{a^2 p^2 z^2 - 2afpuz^2}}{fz^2}$

& $\frac{apz^2 \pm z \sqrt{a^2 p^2 z^2 - 2afpuz^2}}{fz^2}$ ne sont jamais

les mêmes que dans le cas où $z = u$.

On peut aussi résoudre divers Problèmes, en supposant connues quelques-unes des quantités qui sont contenues dans l'Equation $d\zeta sp dy + \zeta p dz = p du$, & en tâchant de décou-

couvrir la valeur des autres, valeur qui rendra toujours compatibles les deux principes que nous examinons. Parmi tous ces Problèmes, nous nous contenterons d'en résoudre un seul: nous regarderons comme donnée la situation des directions, de même que la manière dont la pesanteur s'exerce sur chacune, & nous chercherons la valeur de ζ , ou le changement que la pesanteur doit recevoir d'une direction à une autre. Pour rendre notre Solution plus générale, nous supposerons que la pesanteur primitive p , au-lieu d'être constante sur chaque direction * MG , est proportionnelle à une puissance quelconque m des distances GF , GM , &c. à l'axe. Nous aurons de cette sorte

$p = y^m$, ou plutôt $p = \frac{zy^m}{a^m}$, en observant

la loi des Homogenes, & en prenant une quantité constante g pour marquer la pesanteur à la distance a du point G . Si l'on conçoit après cela une direction bV infiniment proche de l'axe, laquelle doit être comme toutes les autres, perpendiculaire à la courbe $ADBE$, il est évident que conformément à l'hypothèse présente, il n'y aura que les parties qui seront comprises depuis B ou depuis b jusqu'en V , qui auront de la pesanteur, & une pesanteur réglée sur les distances au point V . Toutes les autres parties qui sont situées sur VC seront sans poids; par la même raison que la pesanteur selon MG ne s'exerce que sur la ligne MG , & non pas sur son prolongement de l'autre côté de AB . Ainsi

$p da$

$p du$ qui désigne le poids des petites parties Gg de l'axe, sera nulle dans cette rencontre, & l'Equation $d\zeta sp dy + \zeta p dz = p du$, dont dépend l'identité des deux figures ou des deux Equations primordiales, se réduira par conséquent à $d\zeta sp dy = -\zeta p dz$. Je sub-

stitue maintenant $\frac{zy^m}{a^m}$ à la place de p , dans

cette dernière Equation, & il me vient

$$d\zeta \int \frac{zy^m dy}{a^m} = -\frac{\zeta zy^m dz}{a^m} \text{ ou } \frac{zy^{m+1} d\zeta}{m+1 \times a^m} = -$$

$$\frac{\zeta zy^m dz}{a^m}, \text{ dont je tire } y = -\frac{m-1 \times \zeta dz}{d\zeta}.$$

En substituant pareillement $\frac{zy^m}{a^m}$ à la place

de p dans une de nos deux Equations générales, dans celle, par exemple, $\zeta sp dy - \frac{fz^2}{2a}$

$$= sp du, \text{ ou } \zeta sp dy - \frac{fz^2 y^2}{2a z^2} = sp du, \text{ que nous}$$

à fourni l'équilibre des colonnes, nous la

$$\text{changerons en } \frac{\zeta \int zy^{m+1}}{m+1 \times a^m} - \frac{fz^2 y^2}{2a z^2} = sp du,$$

$$\text{que nous pouvons encore changer en } \frac{\zeta \int zy^{m+1}}{m+1 \times a^m}$$

$$- \frac{fz^2 y^2}{2a z^2} = \frac{\zeta y^{m+1}}{m+1 \times a^m}, \text{ en mettant une quan-}$$

tité

tité constante $\frac{g b^{m+1}}{m+1 \times a^m}$ à la place de l'intégrale $\int p dx$, parce que cette intégrale ne désigne ici que la pesanteur constante de la portion BV de colonne. Or il suffit à présent d'introduire dans cette Equation $\frac{g \zeta y^{m+1}}{m+1 \times a^m}$

$$-\frac{f x^2 y^2}{2 a z^2} = \frac{g b^{m+1}}{m+1 \times a^m} \text{ la valeur } -\frac{m-1 \times \zeta d \zeta}{d \zeta}$$

de y trouvée il n'y a qu'un moment, & nous

$$\text{aurons l'Equation } -\frac{m-1}{m+1 \times a^m} \times \frac{g \zeta^{m+2} d \zeta^{m+1}}{d \zeta^{m+1}}$$

$$= \frac{m-1}{2 a z^2 \zeta^2} \times \frac{f x^2 \zeta^2 d \zeta^2}{\zeta^2} = \frac{g b^{m+1}}{m+1 \times a^m}, \text{ ou } m-1$$

$$\times g \zeta^{m+2} d \zeta^{m+1} = \frac{m-1 \times a^{m-1} f x^2 \zeta^2 d \zeta^{m-1}}{2 z^2}$$

$$= \frac{g b^{m+1} d \zeta^{m+1}}{m+1}, \text{ qu'on peut regarder com-}$$

me ne contenant que deux variables ζ & z , puisqu'aussi-tôt que nous connoissons la nature de la courbe ADB , nous avons la relation des z ($=GF$) & des z ($=FI$). Il ne reste donc plus qu'à résoudre cette Equation par approximation ou autrement, & on aura la valeur particuliere de ζ qu'on vouloit découvrir: on saura selon quelle loi la pesanteur primitive doit changer d'une direction MG à une autre.

On

On voit que , généralement parlant , la quantité ζ doit être variable , & qu'ainsi il faut que la pesanteur primitive soit différente sur toutes les directions , pour que l'observation d'un de nos deux principes renferme implicitement l'observation de l'autre. Mais si l'on veut déterminer dans quel cas particulier la pesanteur doit être la même sur toutes les lignes * MG , on n'a qu'à effacer les termes qui contiennent la différentielle $d\zeta$ de ζ supposée constante. On trouve

$$-m-1 \times g \zeta^{m+2} dt^{m+1} = 0$$
, & on en tire $m = -1$; ce qui montre que parmi la multitude infinie d'Hypothèses différentes re-

présentées par $p = \frac{gy^m}{a^m}$, il n'y a uniquement

que celle $p = \frac{gy^{-1}}{a^{-1}}$, ou celle d'une pesanteur

en raison inverse des distances au point de concours G , dans laquelle ζ doit être constante , ou dans laquelle la pesanteur doit s'exercer précisément de la même manière sur toutes les directions.

Au surplus , l'Equation
$$-m-1 \times g \zeta^{m+2} dt^{m+1} - \frac{m-1 \times a^{m-1} \int x^2 \zeta^2 dt^2 d\zeta^{m-1}}{2 \zeta^2}$$
 devient beaucoup plus simple,

ple, aussi-tôt que le rayon BV du cercle osculateur de la courbe ADB est nul ou infiniment petit en A & en B , comme il l'est aux deux extrémités de la cycloïde & d'une infinité d'autres lignes courbes. La pesanteur de BV étant alors nulle, on doit effacer le

terme où se trouve b , & on a $\frac{m-1}{m+1}$

$$\times g \zeta^{m+1} dt^{m+1} = \frac{m+1 \times a^{m-1} f z^2 \zeta^2 dt^2 d\zeta^{m-1}}{2 t^2},$$

qui se réduit à $\frac{m-1}{m+1} \times \frac{2 g t^2 dt^{m-1}}{z^2}$

$$= \frac{m+1 \times a^{m-1} f d\zeta^{m-1}}{\zeta^m} \quad \& \quad \frac{m-1}{m+1}$$

$$\times dt \left(\frac{2 g t^2}{m+1 \times f z^2} \right)^{\frac{1}{m-1}} = \frac{a d\zeta}{\zeta^{\frac{m}{m-1}}}. \text{ Or com-}$$

me les variables sont ici séparées, & qu'on

peut intégrer, on a $\frac{1}{1-m} \times a \zeta^{\frac{1}{1-m}}$

$$= \frac{1}{m-1} f dt \left(\frac{2 g t^2}{m+1 \times f z^2} \right)^{\frac{1}{m-1}}, \quad \&$$

$$\zeta = \frac{m-1}{1-m \times a} f dt \left(\frac{2 g t^2}{m+1 \times f z^2} \right)^{\frac{1}{m-1}};$$

formule qui nous fera connoître ζ , lorsque nous

nous introduirons dans le second membre la valeur de z exprimée en t , après que nous l'aurons tirée de l'Equation de la courbe $ADBE$, qui sert à déterminer la situation des directions de la pesanteur. On voit que z n'a qu'une valeur déterminée, & il faut remarquer toujours que si les affections que souffre la pesanteur ne répondent pas exactement à cette valeur, les deux principes, de l'équilibre des colonnes & du niveau de la surface, au-lieu de concourir à donner à la Planete une même figure, tendront nécessairement à lui en donner de différentes.

Examen du cas particulier dans lequel toutes les directions de la pesanteur primitive tendent à un même point.

IV.

Enfin comme nous avons rendu les recherches précédentes assez générales, il est clair qu'elles comprennent le cas particulier que représente la Figure 2, dans lequel toutes les directions de la pesanteur concourent dans un même point. La courbe $*ADBE$ qui est perpendiculaire à toutes ces directions, étant alors un cercle, toutes les lignes $GB(u)$ & $GF(t)$ seront égales entre elles : nous pourrions les indiquer par la constante a , & il est évident que leurs différentielles dt & du seront nulles. Nous ne nous arrêtons pas à examiner les Equations plus simples auxquelles se

ré-

* Fig. 2.

réduisent dans cette circonstance nos deux

Equations primordiales $\zeta sp dy - \frac{fs^2}{2a} = sp du$

& $\zeta p dy - \zeta p dz = \frac{fs dz}{a}$: mais si nous confide-

rons d'abord la formule $d\zeta sp dy + \zeta p dz = p du$ qui résulte de leur comparaison, & qui se réduit à $d\zeta sp dy = 0$, nous reconnoissons que les deux premières Equations ne se trouvent maintenant identiques que lorsque la quantité différentielle $d\zeta sp dy$ est nulle.

Mais il est évident que $d\zeta sp dy$ ne peut être égale à zero que lorsque $d\zeta$ l'est déjà, & que lorsque par conséquent ζ est constante. Ainsi on voit que, contre ce qui arrive presque toujours lorsque les directions de la pesanteur n'ont pas un même point de concours, les deux loix de l'équilibre des colonnes & du niveau de la surface ne contribuent ici à donner une même forme à la Planete, que lorsque la pesanteur primitive s'exerce exactement de la même manière sur toutes les lignes MG , ou qu'elle est la même vers l'Equateur & vers les poles. On voit aussi maintenant la raison pour laquelle Mr. Huigens & Herman ont trouvé un parfait accord entre les deux loix dans les cas particuliers qu'ils ont examinés, & pourquoi ces mêmes loix doivent se concilier encore dans toutes les Hypotheses renfermées dans la Solution que M. de Maupertuis vient de donner *. Il n'importe en effet que la pesanteur soit constante ou variable, qu'elle soit proportionnelle à quel-

* Dans son Discours sur la figure des Astres.

que puissance, ou même à quelque fonction des distances au centre, aussi-tôt que ζ est constante, ou, pour parler d'une manière moins limitée, aussi-tôt que les pesanteurs primitives de deux colonnes voisines * CM & Cm ne diffèrent que par la petite partie NM , ou aussi-tôt que Cm & CN , qui sont de même longueur, ont précisément la même pesanteur primitive $\zeta p dy$. Mais dans tous les autres cas la quantité $d\zeta p dy + \zeta p dx$ n'est pas égale à $p d\pi$, ou en particulier $d\zeta p dy$ n'est pas égale à zero, & les deux Equations primordiales $\zeta p dy - \frac{fz^2y^2}{2a^2} = p d\pi$, & $\frac{fzdz}{a} = \zeta p dy - \zeta p dx$, qui marquent la nature de la figure de la Planete, donnent diverses courbes.

Il ne nous reste plus maintenant qu'à voir dans quelque exemple particulier, jusqu'où peut aller la difference des figures. Nous finirons pour cela que la pesanteur suit sur chaque direction le rapport des puissances m des distances au centre, & qu'elle change d'une direction à une autre selon la puissance n du sinus $FI(z)$ de l'angle MCB que forme chaque direction avec l'axe AB . Nous aurons de cette sorte $z^n y^m$ pour l'expression de la pesanteur ζp ; mais au-lieu de $z^n y^m$, nous prendrons $\frac{fz^n y^m}{a^{m+n}}$, afin de conserver l'Homogénéité. Si nous introduisons ensuite cette

valeur

* Fig. 2.

Mém. 1734.

C

valeur dans l'Equation $\zeta p dy - \frac{fz^2 y^2}{2a^2} = \int p du$

que nous a fourni le premier principe, & qu'à la place de z nous y substituons a , &

à celle de $\int p du$ une grandeur constante $\frac{g a^2}{m+1}$,

$-\frac{1}{2}af$, ou, si l'on veut, simplement b^2 , on

aura $\frac{g z^m y^{m+1}}{m+1 \times a^{m+1}} - \frac{f z^2 y^2}{2 a^2} = b^2$ qui marque

pour une infinité d'Hypotheses la relation des sinus * $FI(z)$ & des longueurs y que doivent avoir les directions CM .

Cette Equation se réduit à $\frac{g z y^2}{2 a^2} - \frac{f z^2 y^2}{2 a^2} = b^2$,

lorsque les exposans m & n sont égaux à l'unité, ou lorsque la pesanteur primitive suit la raison composée des distances au centre C , & des sinus des angles MCB que font les directions avec l'axe; & on en déduira

$y^2 = \frac{2 a^3 b^2}{a g z - f z^2}$ qui nous apprend que la Planete

a dans ce cas la figure d'un Sphéroïde infiniment long † (*Fig. 3.*) engendré par la révolution d'une courbe conchoïdale $AKMB$ autour de son asymptote AB . Nous n'examinons pas les symptomes de cette courbe, mais il est évident qu'elle a l'axe de la Planete pour asymptote; car si l'on suppose que le sinus $FI(z)$ devienne infiniment petit, alors $CM(y)$ deviendra infinie. Il est d'ailleurs facile de voir que la chose doit être ainsi, à la considérer physiquement: car la

colonne

* *Fig. 2.*

† *Fig. 3.*

colonne qui est dans l'axe, ne peut faire équilibre avec les autres, que lorsqu'elle est infiniment longue, puisqu'elle est sujette à une pesanteur qui dépendant du sinus *FI* se trouve infiniment petite sur l'axe.

Mais ce n'est encore là que la figure que doit prendre la Planete en conséquence du premier principe. Pour trouver maintenant la figure qu'exige l'observation du second, nous n'avons qu'à nous servir de l'Equation

$$\frac{fzdz}{a} = \zeta p dy - \zeta p dt, \text{ qui se réduit ici à } \frac{fzdz}{a}$$

$$= \zeta p dy, \text{ parce que } dt \text{ est nulle, \& qui se change en } \frac{fy^2zdz + fz^2ydy}{a^3} = \zeta p dy, \text{ lors-}$$

$$\text{qu'on substitue à la place de } s \text{ sa valeur } \frac{xy}{a}$$

$$\left(= \frac{FI \times CM}{CR} \right). \text{ Or si l'on met } \frac{\xi x^n y^m}{a^{m+n}} \text{ à la place}$$

de ζp dans cette Equation, on aura

$$\frac{fy^2zdz + fz^2ydy}{a^3} = \frac{\xi x^n y^m dy}{a^{m+n}} \text{ qui étant divisée par}$$

$$x^n y^m \text{ se change en } \frac{fy^{2-n}z^{1-n}dz + fz^{2-n}y^{1-n}dy}{a^3}$$

$$= \frac{\xi y^{m-n} dy}{a^{m+n}}, \text{ dont le premier membre est tou-}$$

jours intégrable, & dont le second qui ne l'étoit pas, le devient. On trouve, en rendant

$$\text{les intégrales complètes, } \frac{fy^{2-n}z^{2-n}}{2-n \times a^3} - \frac{fa^{1-2n}}{2-n}$$

$$= \frac{g y^{m-n+1}}{m-n+1 \times a^{m-n}} - \frac{g a^{1-2n}}{n-n+1}.$$

Cette Equation, qui marque la nature de la figure que doit prendre la Planete pour que toutes les parties de la surface soient de niveau, est, comme on le voit, fort differente de l'autre. Aussi arrive-t-il que lorsque les exposans m & n sont égaux à l'unité, ou que les pesanteurs suivent le rapport des distances au centre & des sinus des angles * MCB , cette Equation se réduit à

$$fyz - a^2 f = agy - a^2 g, \text{ \& \& } y = \frac{a^2 g - a^2 f}{ag - fz},$$

qui nous montre que la Planete doit être formée par la révolution d'une portion de Section conique, dont le foyer C sert de point central. C'est une portion † AKB d'ellipse (Fig. 4) tant que $g > f$, le grand axe KX de cette ellipse est à l'intervalle qu'il y a entre les deux foyers C & T comme g est à f ; & le diametre KL de la Planete mesuré dans le sens de l'Equateur est à son axe AB mesuré d'un pole à l'autre, comme g est à $g - f$. Ainsi lorsque g (la pesanteur) est fort grande, par rapport à la force centrifuge f , les deux diametres KL & AB , approchent beaucoup d'être égaux; au-lieu que dans la Figure 3, l'axe AB est encore alors infiniment long par rapport au diametre KL .

‡ Après cela la difference des figures est assez constatée: mais nous devons satisfaire enfin à une question qui s'est sans doute déjà présentée

* Fig. 3.

† Fig. 4.

‡ Fig. 3. & 4.

sentée plusieurs fois à l'esprit. Qu'arriveroit-il, si la pesanteur étoit réellement telle que nous la supposons ; si au-lieu d'être égale par-tout, elle étoit originairement plus grande ou plus petite vers l'Equateur que vers les poles ? La Planete ne pourroit pas prendre la forme représentée dans la Figure 3 : car pendant que l'équilibre entre les colonnes seroit exactement observé, la surface ne seroit pas horizontale, ou elle ne seroit pas perpendiculaire aux directions *MS* de la pesanteur actuelle, les parties fluides de la Planete couleroit ici des poles vers l'Equateur, & la figure changeroit sans cesse. D'un autre côté, la forme représentée dans la Figure 4 ne seroit pas plus permanente, puisqu'il n'y auroit aucun équilibre entre les colonnes, & que celles qui sont voisines de l'axe ne seroient pas assez pesantes pour contrebalancer celles qui sont proches de l'Equateur. De ~~cette sorte aucune des~~ deux lois ne pourroit être observée, parce qu'elle en seroit continuellement empêchée par l'autre ; & cependant chacune, comme cause Mécanique ou Physique, seroit sans cesse effort pour regner seule. La Planete ne pourroit donc embrasser aucune figure déterminée, elle en prendroit alternativement de plus ou de moins approchantes de l'une ou de l'autre extrême représentée dans les Figures 3 & 4, & toutes ses parties fluides seroient, non pas dans une simple agitation, mais dans un bouleversement continu.

Ce ne seroient pas seulement les Mers étendues comme notre Ocean, ou les Atmospheres qui peuvent environner les Planetes,

qui feroient exposées à ce mouvement ; ce feroient aussi les liqueurs contenues dans les plus petits vaisseaux. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à supposer * le Vase de la Figure 5 appliqué dans l'endroit M de la Planete, & concevoir la ligne XZ parallele à la petite partie Mm de la Figure 3, & VT parallele à la petite partie Mm de la Figure 4. Il est évident que QM étant inclinée du côté de M par rapport à VT , la liqueur coulera de Q vers M , pour rétablir le niveau, & prendre une situation plus approchante de VT , en même tems que les colonnes de liqueur qui sont proche de CM , & qui sont trop pesantes par rapport à celles qui sont proche de GQ , feront soulever celles-ci, & tendront à donner à la surface QM la situation XZ . Ainsi on voit que la liqueur fera sans cesse agitée, qu'il y aura une circulation continuelle toujours simplement, ^{selon} Q, M, C, G, Q , & cela sans fendeur originaire qui n'est pas égale par-tout.

Il est vrai que ces effets ne doivent être très marqués que lorsque l'égalité dans la pesanteur est considérable. Mais si la gravité de nos corps pesans est produite par la force centrifuge du Tourbillon qui nous environne, comme le veulent les Cartésiens, ou si elle a quelque autre cause mécanique qui soit une suite des seules loix ordinaires de la communication des mouvemens, il est bien difficile qu'elle puisse être précisément la même vers les poles & vers l'Equateur. Le Tourbillon ne sera pas exactement sphérique, il sera plus pressé, & il pousse-

poussera aussi plus vers un côté que vers un autre ; & la force centrifuge qui résultera de son mouvement , & qui ne sera pas égale partout , n'influera pas seulement sur l'effet de la pesanteur, elle influera aussi sur la cause, & l'altérera différemment. Or il suffit toujours, comme nous l'avons démontré, qu'il y ait la moindre inégalité dans la gravité primitive, pour qu'il naisse aussi-tôt entre les deux principes une incompatibilité assez grande pour produire l'agitation dont nous parlons. Les parties solides, les Terres, les Rochers, &c. conserveront leur même situation, à cause de leur adhérence : mais les molécules des fluides n'ont qu'à avoir une grande facilité à être mues par la manière dont elles sont détachées les unes des autres, elles ne manqueront pas de sentir la plus petite pente, qui les déterminera à avancer vers un certain côté, pendant qu'il se fera toujours un autre mouvement pour rétablir l'équilibre des colonnes, qui détruira encore le niveau de la surface. C'est assez pour tout cela que les deux figures diffèrent seulement dans la position de leurs surfaces de quelques scrupules de secondes, ou qu'elles soient inclinées l'une par rapport à l'autre, de quelques parties de pouce sur une étendue de chaque lieue. Nous n'ignorons pas qu'on assigne plusieurs causes au mouvement de liquidité des liqueurs ; cependant il se pourroit faire que celle-ci, quoiqu'elle dépende d'un principe très simple, & qu'on n'en avoit pas soupçonné, y eût aussi quelque part. Il est toujours vrai qu'outre les effets extérieurs qu'elle est capable de produire,

56. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

duire, & que nous avons considérés, elle est capable d'en produire encore d'intérieurs & d'intestins que nous pourrons examiner dans la suite.



RECHERCHE CHIMIQUE
SUR LA COMPOSITION
D'UNE LIQUEUR TRÈS VOLATILE,
Connue sous le nom d'ETHER.

Par Mrs. DU HAMEL & GROSSE. *

IL y a environ cinq ans que cette liqueur est connue en Angleterre: quelques années auparavant elle avoit déjà fait du bruit en Bohême & à Mayence, car les effets singuliers qu'elle produit, suivant différentes circonstances, l'ont rendue recommandable dans tous les pays où il se trouve des Physiciens.

A l'égard du nom d'*Ether* ou de *Liqueur éthérée* sous lequel on la connoit, il lui a été donné par son Auteur, sans doute à cause de sa grande volatilité qui surpasse de beaucoup celle des Huiles, qu'on appelle en Chimie *Huiles essentielles* ou *éthérées*, telles que l'huile de Romarin, celle de Sauge, d'Aspic, & autres qui se tirent par la distillation avec l'eau.

M.

Paris Mai 1734.

M. Frobenius, Chimiste Allemand, à qui l'invention de cette liqueur paroît être dûe, en envoya plusieurs petits flacons il y a environ quatre ans à feu M. Geoffroy, & peu de tems après M. Grosse en reçut deux pareils de M. Godfrey Hanckwitz, aussi Chimiste Allemand, établi à Londres depuis le tems de l'illustre Boyle. Ces flacons étoient accompagnés de deux feuilles manuscrites dans lesquelles l'Auteur de l'Ether indique les différentes propriétés de cette liqueur, comme, par exemple, son extrême légèreté, sa grande inflammabilité, la propriété qu'elle a de ne se point mêler avec l'eau ni avec la plupart des liqueurs tant acides qu'alkalines, celle de tirer la teinture des Végétaux, & plusieurs autres propriétés encore plus intéressantes pour la Physique. A la fin de ce Manuscrit, M. Frobenius semble désigner en peu de lignes la composition de l'Ether; mais ce qu'il en dit nous a paru jusqu'à présent si énigmatique, qu'il n'a pu nous conduire à la découverte de la composition de cette liqueur. Voici les propres paroles de M. Frobenius: *Paratur ex sale volatili urinoso, plantarum phlogisto, aceto valde subtili, per summam fermentationem cunctis subtilissimè resolutis & unitis.* Ainsi, suivant le Manuscrit, l'Ether est composé d'un sel volatil urineux, du phlogistique des végétaux, & d'un acide extrêmement subtilisé, le tout résous & réuni par une grande fermentation.

Pour rapporter exactement tout ce qui est venu à notre connoissance au sujet de l'Ether, il conviendrait d'ajouter ici la traduction de

ce que M. Godfrey Hanckwitz a fait inférer dans les Transactions Philosophiques, à la suite du Mémoire concernant les expériences faites avec la Liqueur éthérée de M. Frobenius, en Mai 1730. No. 413. p. 288.

„ Que cette Liqueur éthérée ait été autre-
 „ fois très estimée & recherchée, cela paroît
 „ par une expérience que j'ai faite autre-
 „ fois pour M. Boyle, mon cher maître, par
 „ le moyen d'une solution métallique, nom-
 „ mément par la dissolution de Mercure crud,
 „ uni au phlogistique du Vin ou de quelque
 „ autre végétal, & j'ai séparé cet Ether par
 „ l'entonnoir, de dessus la solution qu'il sur-
 „ nageoit. M. le Chevalier Isaac Newton
 „ connoissoit aussi très bien cette liqueur,
 „ mais sa mort a empêché qu'elle ne fût por-
 „ tée à sa perfection, & ne lui a pas per-
 „ mis d'en faire une certaine quantité. Quand
 „ M. Frobenius vint dans mon Laboratoire
 „ pour en faire la quantité dont il avoit be-
 „ soin pour ses expériences, il voulut con-
 „ sultier ce que M. Newton en avoit dit dans
 „ ses Ouvrages, & nous trouvâmes qu'il l'a-
 „ voit fait avec l'huile de Vitriol & l'esprit
 „ de Vin.

„ Cette liqueur du Chevalier Newton est
 „ un esprit de Vin éthéré, elle diffère seule-
 „ ment de celle de M. Frobenius par le pro-
 „ cédé: la Liqueur éthérée (je crois qu'il veut
 „ parler de celle de Frobenius) est faite a-
 „ vec partie égale en mesure & non en poids;
 „ la liqueur jaune qui surnage est séparée de
 „ la sulphureuse non-ardente par l'entonnoir;
 „ la liqueur inférieure est rejetée, & la su-
 „ périeure

„ périeure jaune est mise dans une cornue
 „ pour être distillée par une chaleur très
 „ douce, & on continue la distillation de ce
 „ liquide éthéré jusqu'à ce que l'hémisphère
 „ supérieur soit devenu froid, & la cornue
 „ étant frappée dans la main, on trouve dans
 „ le récipient un (gas) ou résidencé vinosul-
 „ phureuse très éthérée: faites précipiter le
 „ soufre, en ajoutant un alkali qu'il faut jet-
 „ ter dedans petit à petit jusqu'à ce que toute
 „ ébullition cesse, & la liqueur ne frappera
 „ plus elle-même contre la main, mais elle l'at-
 „ tirera violemment; alors l'alkali tombera au
 „ fond de lui-même, & se précipitera dans
 „ l'eau commune.

Ce procédé est très obscur; aussi M. Hel-
 lot, qui a beaucoup travaillé sur cette matie-
 re, a suivi scrupuleusement ce procédé des
 Transactions sans aucun succès.

Les grandes propriétés que M. Frobenius
 attribue à sa Liqueur éthérée dans le Mémoi-
 re manuscrit dont nous avons parlé, & la ré-
 putation qu'elle a dans les différens pays où
 M. Frobenius en avoit envoyé, étoient des
 motifs suffisans pour nous engager à faire
 tous nos efforts pour en découvrir la compo-
 sition, vu qu'on en a fait jusqu'à présent un
 mystère, & que je crois qu'il n'y a qu'un seul
 homme en Angleterre qui la sache bien précé-
 sément; aussi avons-nous été plusieurs qui a-
 vons fait chacun en notre particulier différen-
 tes tentatives à ce sujet: mais le succès étoit
 réservé à M. Grosse, qui, comme on le verra
 dans la suite de ce Mémoire, est le seul qui

soit enfin parvenu à avoir l'Ether dans tout sa perfection.

L'odeur aromatique de cette liqueur, sa grande inflammabilité, sa légèreté, sa non-miscibilité avec l'eau, & la définition énigmatique que M. Frobenius en donne, firent d'abord penser à feu M. Geoffroy, & depuis j'ai cru comme lui, que l'Ether étoit une huile essentielle extrêmement atténuée par quelque fermentation, & convertie par-là en un esprit ardent d'une nature très singulière; M. Geoffroy avoit soupçonné que cette huile essentielle pouvoit être celle de Romarin. Suivant ces idées, nous avons séparément travaillé sur les Huiles essentielles; j'ignore quel a été le travail de feu M. Geoffroy: mais en apportant les précautions nécessaires pour prévenir l'inflammation des huiles, sur-tout quand j'employois de l'esprit de Nitre, j'ai mêlé différentes huiles essentielles avec différens acides, dans le dessein d'atténuer les huiles par l'action des acides que j'employois, & j'ai ensuite tenté de retirer ces huiles, ou simplement par la distillation, en y ajoutant de l'eau, ou en les incorporant, tantôt avec le sel de Tarte, & tantôt avec la Chaux, avant que de les distiller, tant pour consommer une partie de l'huile grossière qui avoit été comme brûlée par les acides, que pour absorber les acides que j'avois employés, & avoir ainsi les huiles entièrement dégagées de leur partie la plus grossière. Mais toutes ces expériences que j'ai suivies assez loin, & qui m'ont offert plusieurs phénomènes singuliers, ne m'ont rien donné qui approchât de la Liqueur éthérée.

chérée que je cherchois : ainsi il seroit inutile de m'y arrêter davantage. M. Grosse s'est proposé de chercher la composition de cette liqueur par d'autres voyes, car en réfléchissant sur les effets & les propriétés de cette liqueur rapportées dans le Manuscrit de M. Frobenius, & après avoir fait différentes expériences avec l'Ether qui lui avoit été envoyé d'Angleterre par M. Hanckwitz, il s'est enfin arrêté aux propriétés suivantes qu'il ont conduit insensiblement à la découverte de sa composition. Ces propriétés sont,

1°. D'être si volatile, & de s'évaporer si vîte, qu'il semble qu'elle ne mouille pas le doigt qu'on y a trempé. 2°. De s'enflammer très aisément, & de prendre feu, quoiqu'assez éloignée d'une lumière. 3°. De ressembler par son odeur à l'eau de Rabel bien faite, longtems gardée, & devenue rouge; aussi M. Grosse avoit-il remarqué qu'en distillant de l'esprit de Vin sur une légère dissolution d'Alun, il en venoit une liqueur d'une odeur suave, douce, aromatique, approchante de celle de l'Ether. Ces observations le persuaderent qu'il falloit chercher cette liqueur dans le mélange de l'esprit de Vin avec l'huile de Vitriol, & en 1731 il pria M. Geoffroy le cadet de communiquer cette idée de sa part à l'Académie.

Le même M. Geoffroy m'a fait voir depuis quelques jours une feuille manuscrite de la main de M. son Frere, par laquelle il paroît que feu M. Geoffroy avoit aussi tourné ses vues du côté de l'huile de Vitriol & de l'esprit de Vin : quoi qu'il en soit, cet avis de

M. Grosse renouvela l'impatience que j'avois de connoître une liqueur qui me paroïssoit si précieuse pour la Physique; je fis differens mélanges d'huile de Vitriol & d'esprit de Vin, je les distillai tantôt seuls & tantôt sur des sels alkalis, ou sur de la Chaux, mais sans succès.

M. Hellot, dont nous avons déjà parlé, a suivi encore plus loin ses expériences, ce qui lui a fourni plusieurs observations singulieres; il a même eu une liqueur fort approchante de l'Ether: mais il étoit réservé à M. Grosse d'avoir cette liqueur aussi parfaite que l'Ether de M. Frobenius, & même beaucoup meilleure que celle de plusieurs flacons qui ont été envoyés d'Angleterre; car M. Geoffroy le cadet m'a fait voir chez lui qu'il y en avoit qui se décomposoit avec l'eau, & qui s'y mêloit enfin entierement, au-lieu que celui de M. Grosse s'en sépare totalement, & même fort promptement. Mais sans m'écarter davantage, je vais commencer par rapporter les procédés de M. Grosse, tels qu'il me les a dictés lui-même; je rendrai compte ensuite du travail du Chimiste que j'ai cité; après quoi je ferai part à l'Académie de plusieurs expériences curieuses que nous avons faites M. Grosse & moi avec cette liqueur, ce qui nous mettra en état de former quelques conjectures sur la théorie de cette opération.

Mais avant que de parler du travail de M. Grosse, il est bon qu'on ne se prévienne pas à l'occasion de la simplicité de ses procédés; car on auroit peut-être de la peine à lui savoir gré des soins qu'il s'est donnés pour a-

voir

voir une liqueur qui paroît maintenant si aisée à obtenir. Le peu de succès de notre travail commun, & le grand nombre de tentatives que M. Grosse a faites inutilement en particulier, paroïtroient suffire pour prouver combien cette découverte étoit difficile. Cependant ceux qui voudront suivre ses procédés que je vais décrire, seront encore bien mieux convaincus de cette difficulté, puisque l'exactitude dans les proportions, dans le choix des matieres & dans l'exécution sont de la dernière conséquence pour la réussite; je suis même persuadé que quoique M. Grosse le déclare ici avec toute la sincérité & l'exactitude possible, plusieurs bons Artistes le tenteront sans y réussir, faute d'en observer toutes les circonstances.

Voici donc differens procédés par lesquels M. Grosse est parvenu à faire l'Ether.

Comme j'étois presque certain (c'est lui-même qui parle) ainsi que je l'avois fait annoncer à l'Académie en 1731, qu'il falloit chercher l'Ether dans le mélange de l'huile de Vitriol & de l'esprit de Vin, je commençai alors à faire différentes combinaisons de ces deux liqueurs, qu'il est inutile de rapporter: il suffit de dire que quand j'ai mêlé trois parties d'huile de Vitriol sur une d'esprit de Vin, c'est-à-dire, six onces de cet acide sur deux onces d'esprit de Vin, j'en ai retiré par une distillation bien conduite, plusieurs liqueurs qui ne ressembloient pas à l'Ether; mais en même tems il est monté une huile quelquefois rouge, quelquefois verte, & quelquefois assez blanche: c'est cette huile que plusieurs

64. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

seurs Auteurs, depuis Paracelse, ont appelée *Huile de Vitriol douce*, & dont je me propose de parler dans une autre occasion; ainsi je reviens à l'Ether.

Après plusieurs tentatives qui rouloient toujours sur les différentes proportions de l'huile de Vitriol & de l'esprit de Vin, je n'en ai pas trouvé qui m'ait mieux réussi que celle qui suit.

Premiere maniere de faire l'Ether.

J'ai pris une partie d'huile de Vitriol bien rectifiée & très blanche, par exemple, une livre; & deux parties, ou deux livres d'esprit de Vin aussi très rectifié: je les ai mêlés petit à petit dans une cornue, versant l'esprit de Vin sur l'huile de Vitriol pour ménager le vaisseau, qui sans cela seroit en risque de se casser, à cause de la grande chaleur qui s'excite dans ce mélange quand les liqueurs sont bien concentrées, comme elles le doivent être pour la réussite de l'opération; j'ai ensuite bouché la cornue, j'ai laissé ces liqueurs en digestion pendant deux jours ou environ: ordinairement ce mélange prend peu à peu une couleur rouge, ce qui est un indice avantageux pour le succès de l'opération. Après cette digestion, j'ai distillé le mélange au feu de sable; dans le commencement, il monte un peu d'esprit de Vin très odorant; à cet esprit de Vin succede une liqueur en vapeurs blanches; puis, en continuant la distillation, il en vient une autre très sulphureuse & volatile qui frappe vivement l'odorat, & suffoque
même

même la respiration; enfin il monte un flegme acidule, & dans la cornue il reste une masse très noire pareille à la résidende que feu M. Homberg a trouvée après la distillation & la résolution du souphre par l'huile de Terebentine, & que Kunckel a aussi eue après la distillation de l'huile de Vitriol mêlée avec l'esprit de Vin.

J'étois bien persuadé que l'Ether existoit dans les liqueurs que j'avois distillées; leur odeur, & quelques autres circonstances, ne me permettoient pas d'en douter. Je me proposai donc de l'en retirer, & j'employai pour cela differens moyens. Quelquefois je me servois de la solution de sel ammoniac, pour substituer l'acide du sel marin, que l'on sait être très bon pour la rectification des huiles, à celui du Vitriol, auquel je présentois un alkali volatil. Mais cette tentative n'eut pas tout le succès que je m'en étois promis. Enfin entre les differens essais que j'ai tentés, la plupart inutilement, je me suis imaginé d'employer l'eau commune, comme un moyen des plus simples d'affoiblir l'acide sulphureux, & l'esprit de Vin, que je regardois comme les seuls obstacles à la séparation de l'Ether, me fondant sur une des propriétés de cette liqueur, qui est de ne se mêler jamais avec l'eau, mais de se mêler très vite à l'esprit de Vin: je versai donc beaucoup d'eau sur les liqueurs dont j'ai parlé, & presque dans le moment je vis la séparation de la Liqueur éthérée, qui, par sa grande légèreté, se portoit vivement à la surface; ainsi une simple addition d'eau commune me réussit mieux que tout
ce

ee que j'avois tenté par beaucoup d'autres moyens.

Voilà donc l'Ether en partie séparé des autres liqueurs, auxquelles il étoit joint. Je dis en partie, car il n'étoit pas encore aussi sec & aussi volatil qu'il le doit être; ce qui marque qu'il étoit encore un peu allié avec les substances dont nous venons de parler. Cela m'a engagé à verser de nouveau de l'eau dessus, pour en emporter une partie; mais ce qui me réussit beaucoup mieux, ce fut d'employer une solution de sel de Tartre, qui, absorbant le reste de l'acide volatil sulphureux, acheve d'en dégager l'Ether; & par ce moyen je l'ai eu fort sec, & aussi volatil que celui qui m'a été envoyé d'Angleterre.

Cependant, en réfléchissant sur les différentes liqueurs qui m'étoient venues par la distillation, je me proposai de les examiner plus particulièrement, pour connoître celle qui contenoit l'Ether, ce qui devoit me donner encore plus de facilité pour en faire la séparation. Afin de suivre cette idée, & exécuter ce dessein, il falloit séparer chaque liqueur à mesure qu'elle passoit par la distillation; pour cela je m'avisai de piquer avec une épingle, la vessie qui lutte le récipient au bec de la cornue, afin de *discerner par l'odorat*, les différentes liqueurs, à mesure qu'elles se succédoient.

La première, comme je l'ai dit, ne sentoit presque que l'esprit de Vin, & c'en est un très rectifié, qui cependant a quelque chose qui approche de l'eau de Rabel.

La seconde passe en vapeurs blanches, & sent

fent beaucoup l'Ether; ce qui me fit juger qu'elle étoit la seule qui le contenoit, & que les autres ne servoient qu'à l'absorber.

La troisieme avoit une odeur de souphre des plus pénétrantes, & en ayant une fois respiré un peu trop, je pensai être suffoqué.

Ces différentes observations m'ont conduit à faire l'Ether de la maniere suivante.

Seconde maniere de faire l'Ether.

Observant les mêmes proportions que j'ai rapportées ci-dessus, je distillai jusqu'à ce que j'appêrçus à la voûte de la cornue les vapeurs blanches dont j'ai parlé; alors je cessai le feu, car il reste assez de chaleur pour faire passer le reste de cette liqueur qui seule contient l'Ether, qui est, comme l'on sait, très volatil, & la liqueur sulphureuse reste en bonne partie dans la cornue; ainsi l'on a par ce moyen la liqueur qui contient l'Ether, seulement un peu mêlé d'esprit de Vin qui passe d'abord, & quelquefois d'un peu d'esprit sulphureux qui vient ensuite malgré la cessation du feu. En ce cas, pour avoir l'Ether seul, il faut employer l'eau commune pour le séparer, comme nous l'avons dit dans le premier procédé; mais si l'on ne trouve pas encore cet Ether assez sec, on peut le rectifier par une lente distillation, & alors l'Ether monte avant l'esprit de Vin, qui cependant passoit toujours le premier dans les premières opérations: (circonstances singulieres, dont nous essaierons de rendre raison dans la suite).

Ces méthodes de faire l'Ether sont très prompt.

promptes, mais elles ne réussissent pas toujours: elles m'ont quelquefois manqué, sans que j'en aye pu attribuer la cause qu'aux qualités différentes de l'acide vitriolique, ou encore plus à celles des esprits de Vin que j'ai employés, quoique très rectifiés, & très bons pour d'autres usages. C'est ce qui m'engage à rapporter ici un troisieme procédé qui m'a toujours réussi.

Troisieme maniere de faire l'Ether.

Par ce procédé on peut avoir l'Ether très sec, sans employer pour le rectifier, aucun mélange d'eau ni de sels alkalis. Pour cela, quand on a cessé bien à propos la distillation, c'est-à-dire, lorsque les vapeurs blanches commencent à paroître, il faut mettre dans une cornue ce qui est passé dans le récipient, & distiller très lentement à un feu de lampe: l'Ether, qui est ici dégagé de la liqueur sulphureuse, passe le premier dans la distillation & avant l'esprit de Vin, de même qu'avant le peu de liqueur sulphureuse qui y est restée; & quand on a distillé la moitié de la liqueur, ou tout au plus les deux tiers, il faut cesser l'opération, sans quoi il se feroit un nouveau mélange. Cette dernière méthode a cela d'avantageux que, comme je l'ai dit ci-devant, elle m'a toujours réussi, au-lieu que les deux autres m'ont quelquefois manqué.

Outre les trois manieres de faire l'Ether dont je viens de parler, je suis persuadé qu'on peut encore l'obtenir par d'autres moyens, peut-être même plus courts, & j'ai encore sur
cela

cela des vues que je communiquerai à l'Académie, si elles réussissent.

Ce seroit ici le lieu de rapporter les expériences que j'ai faites avec mon Ether, pour prouver sa conformité avec celui de M. Frobenius ; mais je réserve ce détail pour un autre Mémoire : je me contenterai de dire pour le présent, que jusqu'ici je n'ai pas reconnu dans cette liqueur des propriétés bien avérées pour la Médecine, quoiqu'un Etranger, qui est depuis quelques années à Paris, attribue de grandes vertus à un *Ether rouge*, dont quelques malades assurent même s'être bien trouvés.

Cette liqueur rouge ressemble beaucoup à l'Ether, tant par son odeur que par son inflammabilité, & sa non-miscibilité avec beaucoup de liqueurs : j'en ai retiré l'Ether par la distillation, & il m'est resté une matière rouge d'un goût & d'une odeur assez agréable. Mais j'ignore quel est ce mélange, qui d'ailleurs me paroît très curieux, n'ayant encore pu parvenir à colorer mon Ether, quoique je l'aie tenté de différentes manières.

Pour suivre le plan que je me suis proposé dans ce Mémoire, après avoir fait la lecture des différens procédés par lesquels M. Grosse est parvenu à avoir l'Ether, je vais rendre un compte abrégé de ce qu'a fait à ce sujet M. Hellot, qui a travaillé à cette recherche de concert avec nous. Voici l'extrait d'une Lettre qu'il m'a écrite à ce sujet.

„ J'ai fait différens mélanges d'un esprit
„ de Vin très rectifié, & d'huile de Vitriol
„ blanche très concentrée. Tous mes essais
„ ont

„ ont été du poids de 3 onces d'huile de Vi-
 „ triol, mais le poids de l'esprit de Vin a é-
 „ té tantôt de 9, de 12, de 15 onces, quel-
 „ quefois de 6 onces, une seule fois de 3
 „ onces, c'est-à-dire, de poids égal; & en-
 „ fin je l'ai fait selon le Mémoire de M. God-
 „ frey, de Londres, à mesure égale d'esprit
 „ de Vin & d'huile de Vitriol. J'ai observé
 „ qu'en versant l'huile de Vitriol sur l'esprit
 „ de Vin, il s'élève des vapeurs; par la cha-
 „ leur du mélange, & que ces vapeurs con-
 „ densées donnent un esprit de Vin véritable
 „ très subtil, que j'ai reversé toujours au bout
 „ de deux jours de digestion à froid, dans l'a-
 „ lembic de verre tubulé & bouché d'un
 „ bouchon de crystal, dont je me suis ser-
 „ vi pour tous mes essais, parce qu'on voit
 „ mieux ce qui se passe dans le chapiteau,
 „ qu'on ne le voit dans la voûte d'une cor-
 „ nue. J'observerai aussi que pendant la diges-
 „ tion de tous ces mélanges, il se dépose
 „ une poudre blanche; & c'est apparemment
 „ de cette poudre dont Kunckel a parlé dans
 „ son *Laboratorium Chymicum*, & par le mo-
 „ yen de laquelle il a dit qu'il pouvoit faire
 „ voir que l'huile de Vitriol contenoit du
 „ Mercure coulant, en l'amalgamant avec de
 „ la chaux d'Or, ce qui ne m'a jamais réussi;
 „ car j'ai filtré un de mes mélanges après le
 „ dépôt formé de cette poudre blanche, &
 „ l'ayant lavé, je l'ai triturée dans un mortier
 „ de verre échauffé avec une portion de
 „ Chaux d'or des Affineurs; mais je n'ai pu
 „ parvenir à faire cet amalgame. Aussi cette
 „ poudre me paroît n'être qu'une simple ter-
 „ re;

„ re ; car en ayant mis depuis sur un char-
 „ bon allumé que j'ai soufflé avec un bu-
 „ meau, elle s'y est calcinée sans aucune vapeur,
 „ & est restée fixe comme une pure terre.
 „ J'ai distillé tous mes mélanges à feu de
 „ lampe, me servant des lampes que vous me
 „ connoissez, & par le moyen desquelles je
 „ suis le maître de la chaleur pendant 12 ou
 „ 15 heures. Les mélanges où il y avoit trois,
 „ quatre ou cinq parties d'esprit de Vin con-
 „ tre une d'huile de Vitriol, ont toujours don-
 „ né des stries perpendiculaires dans le chapi-
 „ teau. Ceux dont le poids des deux liqueurs
 „ approchoit davantage de l'égalité, don-
 „ noient moins de ces stries ; & lorsque le ré-
 „ cipient étoit exactement uni au bec du cha-
 „ piteau par le moyen de la membrane inté-
 „ rieure détachée du gros lobe des vessies de
 „ carpe, je n'y appercevois aucune strie, pas
 „ même la moindre marque d'humidité, par-
 „ ce que l'air extérieur n'avoit aucune com-
 „ munication avec les vapeurs subtiles qui
 „ s'élevoient. A l'occasion de cette netteté
 „ du chapiteau (que je regarde comme la
 „ marque certaine que l'Ether monte actuel-
 „ lement) je crois que M. Grosse, à qui la
 „ découverte de la composition de l'Ether
 „ est dûe, ne trouvera pas mauvais que je
 „ vous fasse observer que sans la piquûre
 „ d'épingle qu'il fait à ses vessies, je crois
 „ qu'il n'auroit pas vu les vapeurs ou tour-
 „ billons blancs dont il parle. Car depuis
 „ que de son consentement vous m'avez
 „ communiqué son procédé, j'ai fait une
 „ rectification d'Ether avec les précautions
 „ qu'il

„ il prescrit. Je me suis servi d'une cornue
 „ de crystal de Londres, dont le col a été usé
 „ avec l'embouchure de son récipient par le
 „ moyen de l'Emeril, de sorte qu'elle ferme
 „ très exactement. A un feu de lampe ex-
 „ trêmement doux, j'ai vu distiller l'Ether
 „ assez vite, mais sans vapeurs blanches; j'ai
 „ desserré le récipient, en le tournant un peu
 „ sur le col de la cornue, en sorte que l'air
 „ extérieur pût s'y introduire; aussi-tôt les
 „ vapeurs blanches ont paru: j'ai reserré le
 „ récipient, ces vapeurs ont disparu. Enfin
 „ j'ai répété cela cinq fois de demi-heure en
 „ demi-heure, & j'ai toujours fait paroître
 „ & disparoître alternativement les vapeurs
 „ en question. J'offre à M. Grosse de lui
 „ prêter ce vaisseau pour vérifier mes expé-
 „ riences. Si elles lui réussissent, comme je
 „ n'en doute pas, vous saurez bien rendre
 „ raison de ce phénomène qui me paroît assez
 „ singulier. Je crois que j'aurois eu l'Ether
 „ dès le mois de Novembre 1731, si j'avois
 „ eu les yeux de M. Grosse pour l'apperce-
 „ voir. J'avois distillé une assez bonne quan-
 „ tité de cette première liqueur qui contient
 „ l'Ether; & croyant que je pouvois la rec-
 „ tifier sans feu, je la versai sur des cendres
 „ gravelées bien seches, que j'avois mises
 „ dans une bouteille cylindrique de verre
 „ blanc; je l'y laissai pendant huit jours en
 „ digestion, la liqueur spiritueuse y prit une
 „ belle couleur de jonquille, & il se fit une sé-
 „ paration du phlegme: je survidai la liqueur
 „ jaune dans une autre phiole, & je versai
 „ dessus une demi-once d'huile de Vitriol;
 „ il

„ il se fit une fermentation très vive, une
 „ partie de la liqueur se coagula en une ma-
 „ tiere saline formée en flocons qui se pré-
 „ cipiterent. La liqueur prit le goût acide
 „ d'une eau de Rabel, mais beaucoup plus
 „ aromatique. J'en mis dans une cuillere d'ar-
 „ gent; toute acide qu'elle étoit, elle y brûla
 „ sans laisser de résidu aqueux. Enfin je la
 „ distillai de nouveau, les gouttes se succé-
 „ derent presque sans intervalle entre elles.
 „ Ayant éteint le feu, quand les stries com-
 „ mencerent à se former, je trouvai dans le
 „ récipient une liqueur qui n'étoit plus acide,
 „ qui avoit la vraie odeur de l'Ether, com-
 „ me vous en avez jugé vous-même, mais
 „ qui n'étoit pas sèche comme le véritable
 „ Ether; faute d'avoir imaginé le véritable
 „ tour de main, il étoit resté dans la cucur-
 „ bité une liqueur rouge extrêmement acide.
 „ Quant aux flocons salins dont j'ai parlé
 „ ci-devant, les ayant dissous dans de l'eau
 „ chaude, je les laissai en repos pendant
 „ quatre heures, au bout desquelles j'apper-
 „ çus deux liqueurs très distinctes: celle qui
 „ surnageoit l'autre, étoit plus diaphane;
 „ elle étoit encore acide, elle brûla comme
 „ la premiere sans résidu. J'ai laissé crystal-
 „ liser la liqueur d'au-dessus, & un mois a-
 „ près je trouvai des cristaux figurés com-
 „ me le Tartre vitriolé, sur lesquels je n'ai
 „ rien à dire de plus.
 „ J'ai tenté la rectification de la même li-
 „ queur que je jugeois qui contenoit l'Ether,
 „ sur du colcothar; mais elle s'y décompo-
 „ se tellement, qu'on n'en retire qu'un vé-
 „ ritable esprit de vin.

Mém. 1734.

D

„ Par

„ Par le sel de Glauber calciné, j'ai appro-
 „ ché davantage de la véritable rectification.
 „ Par les fleurs de Zinck, encore davan-
 „ tage.
 „ Enfin ne pouvant obtenir une liqueur
 „ éthérée qui ne se mêlât point à l'eau, nous
 „ crûmes, comme vous savez, Monsieur,
 „ qu'il falloit y introduire la liqueur huileuse
 „ qui vient de la même source, & qu'on
 „ nomme l'*Oleum Vitrioli dulce Paracelsi*: ainsi
 „ ayant rassemblé de cette huile environ une
 „ demi-once, & rectifié trois onces de li-
 „ queur spiritueuse par les fleurs de Zinck, je
 „ mêlai les deux liqueurs ensemble, l'union
 „ parfaite en fut faite dans l'instant; je ver-
 „ sai dessus de l'eau commune, & je vis aussitôt
 „ une séparation de deux liqueurs: j'agitai
 „ le mélange, & les deux liqueurs se sé-
 „ parerent de nouveau. J'aurois juré que je
 „ tenois l'Ether, & d'autres l'auroient cru
 „ comme moi, d'autant plus que la liqueur
 „ fumeuse faisoit sur les dissolutions mé-
 „ talliques presque les même effets que l'E-
 „ ther. Au bout d'onze jours je fus détrompé,
 „ & obligé d'avouer que je n'avois plus
 „ l'Ether. En voici la raison: entre mes
 „ deux liqueurs il y avoit une pellicule ar-
 „ gentée extrêmement déliée: toute délicate
 „ qu'elle étoit d'abord, elle devenoit plus
 „ fine de jour en jour, & le dixième jour on
 „ ne l'appercevoit plus, elle s'étoit déposée
 „ au fond du flacon en forme d'un sédiment
 „ un peu feuilleté. La séparation des deux
 „ liquors se voyoit encore en les regardant
 „ avec attention, mais les ayant agitées,
 „ elles se mêlerent si parfaitement, que je
 „ n'ai

„ n'ai pu les séparer depuis. Il paroît par
 „ cette expérience, que cette huile douce ne
 „ doit pas entrer dans l'Ether. J'aurois quel-
 „ ques observations à vous communiquer sur
 „ l'extrême élasticité de cette huile, mais
 „ comme cette propriété regarde la Physique
 „ de l'Ether, & qu'il n'est question ici que
 „ de sa composition, je me réserve à vous
 „ en entretenir dans une autre occasion.
 „ J'ai l'honneur d'être, Monsieur, &c.



SUR LES FIGURES DES CORPS CELESTES.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I. J'AI donné dans le Discours sur la Figure des Astres, quelques propositions générales sur les figures que doivent prendre des amas de matière fluide qui circulent autour d'un axe. Je ne me proposois dans cet Ouvrage que de faire voir en général, qu'il pouvoit y avoir dans les Cieux, des Fixes ou des Planetes, fort aplatis, & autour de quelques-unes, des Anneaux fort minces; je tenois par-là d'expliquer quelques phénomènes qui n'avoient point encore été expliqués d'une manière satisfaisante.

II. Non seulement il doit y avoir dans les Cieux, des Fixes & des Planetes aplaties; mais tous les Corps célestes généralement doivent être aplatis, s'ils sont ou ont été fluides, s'ils sont formés d'une matière homogène, si leurs parties pesent vers un centre, ou les

unes vers les autres, & si enfin ils ont un mouvement de révolution autour d'un axe.

III. Quant à la Planete que nous habitons, personne n'ignore qu'on dispute encore aujourd'hui, si la Terre est un Sphéroïde applati ou allongé. Si elle s'est trouvée dans les circonstances dont nous venons de parler, elle devoit être aplatie; mais les mesures actuelles de differens arcs d'un Méridien, comparées aux differences de latitude, paroissent lui donner la figure d'un Sphéroïde allongé vers les poles. Je n'examine point ici cette maniere de déterminer la figure de la Terre par les mesures géographiques & astronomiques, qui est peut-être la plus sûre, & qui l'est certainement, si la difference de la Terre à une Sphere est assez grande pour surpasser tout ce qui peut résulter des erreurs qu'on peut commettre dans les observations.

Je reviens à examiner les figures que les loix de la Statique & de l'Hydrostatique doivent donner aux Corps célestes, & j'entrerais sur cette matiere dans un plus grand détail que je n'ai fait dans le Discours sur la Figure des Astres.

IV. Pour qu'une Planete formée d'une matiere fluide & pesante, conserve une figure permanente, pour que toutes ses parties soient les unes par rapport aux autres dans un état de repos, il faut que toutes les colonnes du fluide se soutiennent les unes les autres, & soient en équilibre. Il faut aussi que la ligne selon laquelle chaque partie de la Planete pèse, soit perpendiculaire au plan tangent de la Planete en ce point. Le premier de ces principes est clair de soi-même; le second se démontre aussi facilement; car si
les

les Corps pesoient obliquement sur ce plan tangent, un Corps flottant sur le fluide de la Planete, ou une partie du fluide même, seroit entraîné dans le sens de la direction de sa pesanteur, & le fluide ne seroit plus dans l'état de repos où on le suppose.

Ces deux principes doivent déterminer la figure de la Planete, qui doit être telle que l'un & l'autre y soient observés en même tems: il faut donc qu'ils s'accordent l'un avec l'autre; sans cet accord, l'un changeroit continuellement la figure que l'autre donneroit à la Planete, & ses parties seroient dans un flux & reflux continu.

V. M. Huygens, lorsqu'il déterminâ la figure de la Terre, se servit d'abord du second principe, de celui de la perpendicularité des directions des Corps à la surface; mais comme il eut besoin de la Méthode inverse des tangentes, peu connue dans ce tems-là, il prit, pour achever sa Solution, le premier principe, celui de l'équilibre des colonnes, dont M. Newton s'étoit déjà servi. En effet, considérant la pesanteur comme la considère M. Huygens & plusieurs autres Philosophes, c'est-à-dire, comme uniforme & se faisant vers un centre; il est indifférent de se servir de l'un ou de l'autre principe, & l'on trouvera toujours la même figure pour la Planete.

VI. Enfin dans toutes les Hypotheses de pesanteur qui ont été proposées dans le Discours sur la Figure des Astres, les deux principes reviennent encore au même, & se trouvent d'accord dans les figures que nous avons déterminées, non seulement pour les Planetes

& les Etoiles, mais encore pour les Anneaux.

VII. Cet accord des deux principes ne subsisteroit pas dans toutes les hypotheses qu'on pourroit faire. M. Bouguer lut il y a quelque tems, dans nos Assemblées, un Mémoire dans lequel il recherchoit ce qui arriveroit si l'on faisoit d'autres hypotheses sur la pesanteur. On peut faire une infinité de ces hypotheses dans lesquelles les deux principes seroient en contradiction, la figure d'une Planete qu'on trouveroit par l'un, toujours détruite par l'autre, & où les parties de la Planete seroient dans un desordre & dans un mouvement continu.

VIII. Mais par-là même on voit que pour déterminer la figure d'une Planete, si l'on fait que ses parties sont actuellement en repos, l'examen de l'accord des deux principes est inutile, l'un d'eux suffit, puisque le repos des parties est un fait qui assure de l'autre, quelle que soit la maniere dont la pesanteur agit.

IX. Cependant comme la recherche des cas où les deux principes s'accordent, & de ceux où ils ne s'accordent pas, est curieuse, je la ferai encore ici d'une maniere differente de celle de M. Bouguer.

Ce Mémoire contiendra quatre Parties.

Dans la premiere, j'examinerai ce qui arrive si l'on suppose que les parties du Sphéroïde pesent vers differens points de l'axe, & que leur pesanteur varie de colonne en colonne, & varie encore dans la même colonne suivant quelques loix données.

Dans la seconde, je m'attacherai en particulier aux hypotheses de pesanteur vers un centre.

centre. On m'a souvent objecté contre l'applatiffement des Planetes, que si la force centrifuge les avoit applaties, cette même force ayant aussi applati le Soleil, qui a comme elles une révolution sur son axe, nous devrions voir son Disque ovale, car nous sommes presque dans le plan de l'Equateur de sa révolution (ce plan ne faisant avec l'Ecliptique qu'un angle d'environ 7 degrés); cependant le Disque du Soleil nous paroît circulaire. Comme cette objection m'a été faite par des personnes que je respecte beaucoup, j'examinerai dans cette seconde Partie jusqu'où doit aller l'applatiffement du Soleil, & s'il est assez grand pour pouvoir être sensible aux observateurs.

Dans la troisième Partie, j'examinerai les figures que peuvent avoir en général les Corps célestes; j'examinerai quelques découvertes qu'on a faites dans le Ciel, & l'on verra combien elles sont conformes à ma théorie, & combien elles paroissent la confirmer.

Enfin pour ne rien omettre de ce que j'ai à dire sur cette matiere, j'examinerai dans la quatrième Partie, la figure de la Terre & des autres Astres, résultante de la pesanteur universelle des parties de la matiere les unes vers les autres, & je tâcherai d'éclaircir ce que M. Newton a dit sur cela, qui n'est ni un des moins beaux endroits de son Livre, ni un des plus faciles à entendre.

P R E M I E R E P A R T I E,

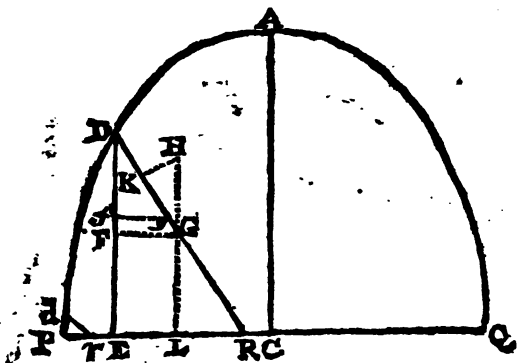
Dans laquelle on examine ce qui arrive, si l'on suppose que les parties d'un Sphéroïde formé d'une

matiere fluide pesent vers differens points de l'Axe, & que leur pesanteur varie de colonne en colonne, & varie encore dans la même colonne suivant quelques loix données.

X. Soit le Sphéroïde formé par la révolution de la courbe PAQ autour de l'axe PQ .

La pesanteur vers R dans toute la colonne DR dépendante de la distance PR au pole, & cette dépendance donnée par une fonction de PR .

Et par rapport aux différentes parties d'une même colonne DR , soit la pesanteur appelée p , de sorte que la pesanteur en général soit représentée par $[PR] p$.



Soit le rapport du sinus de l'angle DRP au rayon $:: b:1$; soit la force centrifuge donnée en A , & $=f$, on aura la force centrifuge en G , en disant $f.f' :: CA.LG =$ (à cause de $LG.RG :: b.1$) bPG ; d'où l'on tire la

la force centrifuge en G ou $f' = \frac{fb.RG}{CA}$. Mais cette force agissant suivant GH , ne diminue la force suivant GR que de ce qu'elle agit dans la direction opposée GD ; pour trouver donc la force suivant GD , on a $GH.GK$, ou $1.b :: \frac{fb.RG}{CA} . f'' = \frac{fbb.RG}{CA}$; c'est la force qui tire le petit cylindre Gg ou dRG suivant GD .

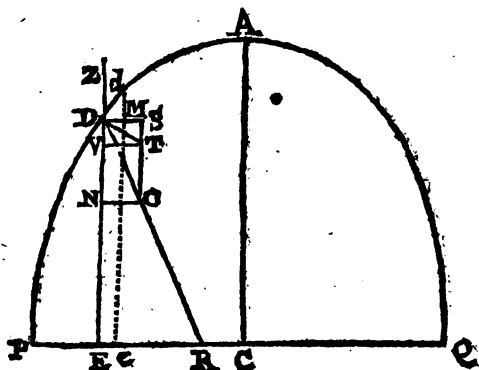
On aura donc pour le poids vers R de la colonne DR $[PR] \int p . dRG - \int \frac{fbb.RG.dRG}{CA}$ (la fonction $[PR]$ précédant le signe \int , parce qu'elle doit demeurer constante pendant l'intégration); & si l'on fait ce poids égal à celui de la colonne PR , on aura $[PR] \int p . dRG - \int \frac{fbb.RG.dRG}{CA} = \int p . dPR$, ou (faisant $CA=a$, $PR=z$, $DR=r$, & observant que b doit demeurer constant pendant l'intégration) $[z] \int p dr - \frac{fbbrr}{2a} = \int p dz$. C'est l'Equation que donne le principe de l'équilibre des colonnes. Il ne faut plus que connoître l'inclinaison des colonnes DR par rapport à leur distance du pole, ce qui doit être donné par la relation entre z & b , & connoître encore la valeur de p par quelque Equation entre p & z , b , r , pour chasser z & p de cette Equation, & l'on aura la courbe qui est le Méridien du Sphéroïde donnée par une Equation entre r & b . *C. Q. F. T.*

XI. Cherchons maintenant le Sphéroïde par l'autre principe, par la perpendicularité de la ligne des Tendances à la surface.

Soient encore les mêmes lignes nommées

D 5

de



de la même manière ; soit la pesanteur en D vers $R=[z]p$, & représentée par DV , & la force centrifuge en D , représentée par :

$$DZ = \frac{fbr}{4}$$

Je décompose la force DO en deux autres DS & DN , dont l'une tire dans le sens de l'axe, & l'autre lui est perpendiculaire, & j'ai $DR \cdot RE \propto DO \cdot DS$, ou $1 \cdot \sqrt{1-bb}$.
 $\therefore [z]p \cdot DS = [z]p \sqrt{1-bb}$; j'ai de même $DN = [z]pb$.

Retranchant de la force DN la force centrifuge DZ qui lui est opposée, la force suivant DE se réduit à $DV = [x]pb - \frac{fbr}{a}$.

Quant à la force DS , elle demeure dans son entier $= [z] p \sqrt{1-bb}$.

C'est:

C'est donc maintenant comme si chaque particule du Sphéroïde étoit poussée par les deux forces DV & DS , & qu'elle tendît à tomber par la diagonale DT de ces forces.

Or puisque cette tendance DT doit être perpendiculaire à la courbe PD au point D , les $\triangle DST$, DMd , doivent être semblables, & on doit avoir $DV . DS :: dM . MD$, ou

$$[z]pb - \frac{fbr}{a}, [z]p\sqrt{1-bb} :: d(PE).d(DE),$$

$$\text{ou} :: d(z-r\sqrt{1-bb}) . d(br), \text{ ou} :: dz - dr\sqrt{1-bb} + \frac{brdb}{\sqrt{1-bb}} . bdr + rdb, \text{ ou}$$

$$:: dz\sqrt{1-bb} - dr + bhdr + brdb . (bdr + rdb) \times \sqrt{1-bb}; \text{ \& faisant la multiplication, on a } [z]pbhdr + [z]pbrdb - \frac{fbhdr}{a}$$

$$- \frac{fbrrdb}{a} = [z]pdz\sqrt{1-bb} - [z]pdr + [z]pbhdr + [z]pbrdb; \text{ ou } [z]pdr - [z]pdz\sqrt{1-bb} = \frac{fbhdr}{a} + \frac{fbrrdb}{a}. \text{ C'est}$$

l'Equation que donne le principe de la perpendicularité des Tendances.

XII. En comparant cette Equation avec celle que nous avons trouvée Art. précédent, on voit d'abord qu'elles sont différentes; cependant pour bien juger de leur différence, il faut avoir égard à ce qu'elles ne sont pas actuellement dans le même état. Cette dernière est une Equation différentielle, & l'autre est censée intégrée. Il faut donc différen-

ferentier la premiere $[z] \, sp \, dr = \frac{fbbr}{2a}$

$= sp \, dz$, & l'on a $d[z] \, sp \, dr + [z] \, p \, dr$

$- p \, dz = \frac{fbbr \, dr}{a} + \frac{fbrr \, db}{a}$. Comparant

alors les Equations qui viennent de l'un & de l'autre principe, on voit qu'elles ont plusieurs termes communs, & qu'afin que l'une & l'autre soient la même, il faut que $d[z] \, sp \, dr$

$- p \, dz = - [z] \, p \, dz \sqrt{1-bb}$. Cette dernière Equation prescrit toutes les relations qui doivent être entre z , r , b & p , pour que les deux principes s'accordent à donner la même forme aux Sphéroïdes.

XIII. Si l'on veut que les pesanteurs se fassent vers differens points de l'axe, & soient par-tout uniformes tant dans la même colonne que de colonne en colonne, $[z]$ & p deviennent des quantités constantes $d[z] = 0$, & l'Equation qui exprime les relations entre

z , r , b & p , devient $a \, dz = b \, dz \sqrt{1-bb}$,

d'où l'on tire $b = \frac{1}{b} \sqrt{bb-aa}$; c'est-à-dire,

l'angle DRP constant, ce qui exclut le Sphéroïde, & fait voir que la pesanteur étant uniforme dans la même colonne, & de colonne en colonne vers differens points de l'axe, les deux principes ne sauroient s'accorder.

XIV. Si l'on veut que toutes les parties du Sphéroïde pesent vers le même point; on a z constant, $dz = 0$, & $d[z] = 0$; & l'Equation qui exprime la relation entre z , r , b & p , a tous ses termes détruits; d'où l'on voit qu'alors les deux principes s'accordent à donner

ner

ner la même forme aux Sphéroïdes, quelle que soit la loi selon laquelle la pesanteur varie dans chaque colonne.

XV. Si l'on veut que la pesanteur se fasse vers differens points de l'axe, & soit proportionnelle à une puissance m de la distance à ces points; & qu'on chérche comment elle doit varier de colonne en colonne pour que les deux principes s'accordent; soit conçue une colonne $^* dr$ infiniment proche de l'axe, il n'y aura que les parties de l'axe comprises entre P & r qui auront de la pesanteur; cette pesanteur sera mesurée par la puissance m de leur distance au point r , & elle ne s'exercera point sur le reste de la colonne rC , comme la pesanteur sur DR ne s'exerce point sur son prolongement par-delà R ; ainsi le terme $p dz$ qui exprimoit le poids de chaque partie de la colonne qui répond à l'axe, sera nul dans l'Equation qui exprime les relations nécessaires pour l'accord des deux principes, & cette Equation sera $d[z] \int p dr$

$$= -[z] p dz \sqrt{1-bb}, \text{ ou (mettant pour } p \text{ sa valeur } r^m) \frac{1}{m+1} d[z] r^{m+1} = -[z] r^m dz \sqrt{1-bb}; \text{ d'où l'on tire } r = \sqrt{m+1} \times \frac{[z] dz \sqrt{1-bb}}{d[z]}.$$

Si maintenant on met cette valeur de r dans l'une ou l'autre des Equations trouvées pour le Sphéroïde, Art. 10 & 11, on aura une Equation qui ne contiendra que $[z] d[z]$, b , db & dz . Si maintenant

on

** Figure de la page 81.*

on a la direction des Tendances des colonnes, c'est-à-dire, la relation entre b & z , on chassera dz de cette Equation, & on la réduira à une Equation entre $[z]$, $d[z]$, b & db , qui déterminera la valeur de $[z]$, c'est-à-dire, la loi de la variation de la pesanteur de colonne en colonne.

Mais si l'on veut que la pesanteur ne varie point de colonne en colonne, & qu'on cherche selon quelle puissance m de la distance des parties aux points centraux, la pesanteur doit varier dans chaque colonne; on a $[z]$ constant, $d[z]=0$, & l'Equation $d[z]/p dr = -[z]p dz \sqrt{1-bb}$, ou $d[z] = -\frac{m}{m+1}$

$[z] \frac{dz \sqrt{1-bb}}{r} = 0$ donne $m = -1$; d'où l'on voit qu'alors pour que les deux principes s'accordent, il faut que la pesanteur dans chaque colonne soit en raison simple inverse de la distance à son point central.

XVI. On pourroit parcourir une infinité d'autres hypotheses, qui deviennent si faciles à examiner par la méthode que j'ai suivie, que j'aime mieux passer à d'autres choses. Je ferai seulement une remarque sur l'hypothese que nous avons suivie d'une pesanteur tendante à differens points de l'axe, variant de colonne en colonne, par rapport aux distances PR d'un point donné aux points centraux, & variant encore dans la même colonne, par rapport aux distances GR des parties de chaque colonne à son point central. Nous avons supposé tout le poids de la colonne qui répond à l'axe, réuni en P , de sorte que les parties comprises dans le reste de

de l'axe depuis r ne pesent plus ; c'est ce qui a le plus d'analogie avec la supposition qu'on fait des pesanteurs des colonnes vers les points R , mesurées par les puissances des distances à ces points. Ce n'est cependant qu'une fiction géométrique, qui est hors de toute apparence d'avoir lieu dans la Nature.

SECONDE PARTIE,

Dans laquelle on examine différens Systèmes de pesanteur, & où l'on détermine les figures des Corps célestes qui résultent de ces Systèmes.

XVII. Après avoir examiné quelles sont les conditions nécessaires pour que les deux principes, celui de l'équilibre des colonnes, & celui de la perpendicularité des Tendances, s'accordent dans la formation d'un Sphéroïde, je vais dans cette seconde Partie, considérer la pesanteur selon les systèmes les plus généralement suivis. La plupart des Philosophes la considèrent comme une force toujours dirigée vers un centre, soit qu'on la suppose uniforme, & par-tout la même à quelque distance que ce soit, comme a fait M. Haygens; soit qu'on la suppose variable, & suivant la proportion de quelque puissance de la distance au centre.

Les autres, avec M. Newton, la considèrent comme une force répandue dans la matière, dont nous avons donné les Loix dans un Mémoire qu'on trouve dans le Recueil de 1732.

XVIII. Au reste, M. Newton n'est point l'Au-

l'Auteur de cette maniere de considérer la pesanteur; mais il est le premier qui ait déduit l'Attraction des Phénomènes, & qui en ait calculé les effets.

Sans parler des opinions des anciens Philosophes sur l'Attraction, sans parler de Kepler, précurseur de M. Newton, qui a trouvé les deux Loix de la Nature qui devoient servir de fondement au système du Monde, deux hommes illustres du siècle passé paroissent ne s'être pas écartés de l'idée d'une Attraction tout-à-fait la même que celle de M. Newton. Voici comme ils parlent des différens systèmes sur la Pesanteur.

** La commune opinion est que la pesanteur est une qualité qui réside dans le corps même qui tombe.*

D'autres sont d'avis que la descente des corps procède de l'Attraction d'un autre corps qui attire celui qui descend, comme la Terre.

Il y a une troisième opinion qui n'est pas hors de vraisemblance; Que c'est une Attraction mutuelle entre les corps causée par un desir naturel que les corps ont de s'unir ensemble, comme il est évident au Fer & à l'Aimant, lesquels sont tels que si l'Aimant est arrêté, le Fer ne l'étant pas, l'ira trouver; & si le Fer est arrêté, l'Aimant ira vers lui; & si tous deux sont libres, ils s'approcheront réciproquement l'un de l'autre, en sorte toutefois que le plus fort des deux fera le moins de chemin, &c.

Ceux que le mot d'Attraction blesse, & qui
re-

* Fermat, Var. oper. Mathem. pag. 124.

Lettre de MM. de Pascal, & de Roberval, à M. de Fermat.

reprochent à M. Newton d'avoir ramené les qualités occultes, & d'avoir replongé la Philosophie dans les ténèbres, verront que le terme dont on se sert ici, de *desir naturel*, par lequel cependant on n'entend que *Tendance*, est plus fort & plus dur que tout ce que M. Newton a jamais dit sur cette matiere.

On ne s'en tient pas là dans l'endroit que nous venons de citer, on y examine la maniere dont les corps doivent tomber dans l'intérieur d'une Sphere en vertu de cette pesanteur; on fait voir qu'ils seroient tirés par des forces & autant moindres qu'ils approcheroient plus du centre, parce que les parties de la Sphere supérieures au corps, l'attirent dans le sens opposé, & détruisent une partie de l'Attraction des autres; & c'est précisément ce qui résulte de la théorie de M. Newton. Cependant lorsqu'on traitoit cette opinion sur la pesanteur de vraisemblable, on ne savoit point encore combien elle se trouvoit conforme à tous les autres phénomènes de la Nature.

On dira peut-être que lorsqu'on parloit ainsi, les Systèmes de MM. Descartes & Huygens, sur la pesanteur, n'avoient pas paru; mais lorsqu'on rejette l'Attraction, ce n'est pas parce qu'on a sans elle des explications satisfaisantes des phénomènes, c'est qu'on trouve absurde d'attribuer cette force à la matiere. J'ai dit sur cela ce que je pensois, dans le Discours sur la Figure des Astres.

XIX. De tout tems les Philosophes ont cherché la cause de la pesanteur; si nous la connoissions, nous saurions si les corps terrestres

restres tendent vers un point unique, ou vers plusieurs points differens ; ou si la pesanteur n'est produite que par une l'endence des parties de la matiere les unes vers les autres. Je crois qu'après tant de siècles écoulés, & après les efforts de tant de grands hommes, si l'on ne doit pas desespérer de trouver la cause de la pesanteur, il est toujours plus raisonnable de s'appliquer à en connoître les effets ; car connoissant bien quels sont ses effets dans une occasion, on peut déterminer quels effets elle aura dans une autre ; on peut même, par le moyen des expériences, découvrir selon quelles loix elle agit, & c'est-là, ce me semble, tout ce qu'il y a à desirer en Physique ; c'est du moins, à ce que je crois, tout ce qu'il y a à espérer.

XX. De ce que la Terre est à-peu-près sphérique, & que par-tout les corps tombent par des lignes perpendiculaires à sa surface, on voit que la force qui les fait tomber, la force que nous appellons *pesanteur*, est par-tout dirigée vers le centre, ou à-peu-près vers le centre.

Par la maniere dont tombent les corps vers la Terre, par le tems qu'ils emploient, les espaces qu'ils parcourent, & les accélérations qu'ils éprouvent, on voit que la force qui les sollicite à tomber, est toujours la même pendant tout le tems de leur chute (du moins à toutes les distances où il nous est permis de faire des expériences).

Et si l'on suppose qu'à quelque distance que ce soit du centre de la Terre, les choses se passent de la même maniere que là où nous
som-

hommes en état de faire des expériences, on pourroit conclurre que la pesanteur des corps vers la Terre seroit par-tout uniforme; & si elle étoit uniforme vers la Terre, on pourroit croire qu'elle le seroit aussi vers les autres Planetes, ou vers les autres amas de matiere qui circulent autour d'un axe comme notre Terre.

Cette hypothese d'une pesanteur uniforme est celle qu'a suivie M. Huygens, & celle qu'on conclut par ce qui arrive aux petites distances où nous pouvons faire nos expériences.

XXI. Mais on peut pousser la vue plus loin & chercher ce que paroît être la pesanteur, par ce qui arrive à des distances plus grandes.

Le mouvement de la Lune autour de la Terre, comparé à la chute des corps vers la Terre, nous fait voir que si la Lune est retenue dans son orbite par la même force de la pesanteur qui fait tomber les corps, cette force depuis la Terre jusqu'à la Lune décroît dans le même rapport que le quarré de la distance à la Terre augmente, c'est-à-dire, que la pesanteur vers la Terre est en raison inverse du quarré de la distance.

Nous ne pouvons point expérimenter comment les corps tomberoient vers la surface des autres Planetes, mais nous pouvons déterminer la loi de leur pesanteur par le mouvement des Satellites de celles qui en ont; & ces mouvemens comparés entre eux, nous font voir une même loi de pesanteur vers

vers leur Planete principale, que celle que nous avons trouvée vers la Terre.

Enfin les mouvemens de toutes les Planetes autour du Soleil donnent encore la même loi de pesanteur vers le Soleil.

Si donc on ne regarde point la pesanteur comme produite par la Tendence mutuelle des parties de la matiere, & qu'on la regarde comme se faisant vers les centres autour desquels elle s'exerce indépendamment de la matiere des corps centraux, & suivant au dedans de ces corps la même loi qu'on lui voit observer au dehors, on pourroit conclurre qu'elle se fait par-tout en raison inverse du quarré de la distance au centre. ●

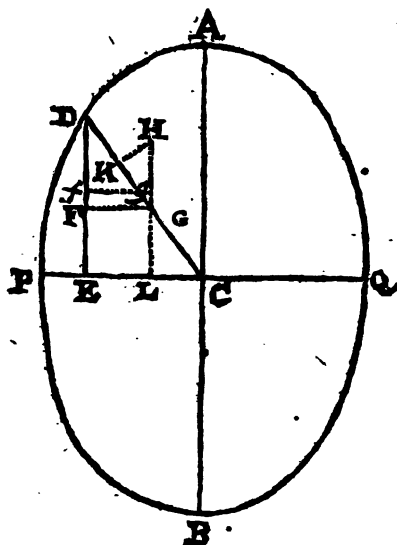
XXII. Ces deux hypotheses doivent passer pour les plus vraisemblables, lorsqu'on n'admet point l'attraction mutuelle des parties de la matiere.

Si l'on prend la premiere, qu'on ne détermine point la pesanteur par ce qui arrive dans le mouvement des corps célestes, qu'on n'en juge que par ce que nous voyons arriver dans la chute des corps vers la Terre, & qu'on la prenne pour uniforme, il n'est pas difficile de déterminer la figure des Planetes & des Soleils, ou plutôt il n'est pas difficile de justifier les figures qu'on voit qu'ils ont.

Quoiqu'ils doivent être tous aplatis, cet aplatissement dépend du rapport qui est entre la pesanteur & la force centrifuge de leurs parties; & ce rapport (même dans les Planetes dont on connoit le tems de la révolution sur l'axe, excepté la Terre) demeure à notre choix. Nous pouvons supposer la
quan-

quantité de la pesanteur telle qu'il nous plaît, car on ne peut pas exiger qu'on la croye sur les autres Planetes, la même que sur notre Terre. Nous la pouvons supposer si grande par rapport à la force centrifuge, que les Planetes & le Soleil differeroient aussi peu qu'on voudroit de la Sphere. Nous sommes alors les maitres de déterminer ce rapport dans chaque Astre par la figure actuelle que nous voyons qu'il a. Si la difference des deux diametres perpendiculaires du disque du Soleil est insensible dans les observations, nous pouvons déterminer facilement quelle doit être la grandeur de la pesanteur par rapport à la force centrifuge des parties du Soleil dans son équateur, pour que cette difference soit insensible. Si Jupiter nous paroît sensiblement aplati, & que son axe soit au diametre de son équateur, comme 14 à 15, nous sommes en état de déterminer quelle est la pesanteur dans cette Planete par rapport à sa force centrifuge, afin qu'elle ait une telle figure. Enfin il n'y a que pour la Terre que nous ne puissions pas disposer de ce rapport, car nous savons par des expériences certaines que la pesanteur y est environ 289 fois plus grande que la force centrifuge.

XXIII. Nous avons trouvé dans le Discours sur la Figure des Astres, p. 53, Que nommant le rayon de l'équateur $CA=a$, le rayon variable $CD=r$, le sinus de l'angle $DCP=b$ pour le rayon $=1$, la pesanteur en $A=p$, & la force centrifuge au même point $=f$, & supposant que la pesanteur vers le centre C étoit proportionnelle à une puissance n de la distance; nous avons trouvé, dis-je, pour l'équa-



quation qui exprime la nature du Méridien des Sphéroïdes $2pr^{n+1} - (n+1)fbba^{n-1}$
 $rr = (2p - nf - f)a^{n+1}$

La même Equation se peut déduire aussi facilement des Equations que nous avons trouvées dans la 1^{re}. Partie de ce Mémoire, Art. 10. & 11. Ces Equations étoient $[z] \int p dr$

$$= \frac{fbbr}{2a} = \int p dz; \text{ \& } [z] p dr - [z] p dz \sqrt{1 - bb} \\ = \frac{fbbr}{2a} + \frac{fbrrdb}{a}.$$

Dans ces Equations $[z]$ représente ici la quantité constante p ; $p dr$ représente $\frac{r^n dr}{\int p dz}$

$\int p dz$ le poids constant de la colonne CP qui est $\frac{2p-nf-f}{2 \cdot (n+1)} a$; & $[z] p dz \sqrt{1-bb}$ est zero, à cause de z constant.

Si l'on substitue ces valeurs dans ces deux Equations, on aura (après avoir intégré la seconde) la même Equation $2pr^{n+1} - (n+1) f b b a^{n-1} r r = (2p-nf-f) a^{n+1}$.

De cette Equation, on tire aisément le rapport de l'axe au diamètre de l'équateur; car faisant $b=0$, le rayon r devient alors CP , & l'on a $2pr^{n+1} = (2p-nf-f) a^{n+1}$,

ou $CA.CP :: (2p)^{\frac{1}{n+1}} . (2p-nf-f)^{\frac{1}{n+1}}$.

XXIV. Dans l'hypothese particuliere dont il s'agit ici d'une pesanteur uniforme, on a $CA.CP :: 2p . (2p-f)$. D'où l'on voit que si notre Sphéroïde représente le Soleil, on peut augmenter la pesanteur p par rapport à la force centrifuge jusqu'à ce que la difference entre CA & CP soit insensible, eu égard aux moyens dont les Astronomes se servent pour la mesurer.

S'il est question de Jupiter, & qu'on ait observé que son axe est au diamètre de son équateur, comme 14 à 15, on a $15.14 :: 2p . 2p-f$, ou $30p - 15f = 28p$, ou $2p = 15f$, & l'on concluroit que sur cette Planete la pesanteur seroit sept fois & demie plus grande que la force centrifuge.

Quant à la Terre, il ne dépend pas de nous de supposer le rapport de la pesanteur à la force centrifuge, tel que nous le voulons. On sait, par des expériences, que la pesanteur est 289 fois

fois plus grande que la force centrifuge, d'où il suit que $CA.CP::578.577$, comme M. Huygens l'a trouvé.

XXV. Si l'on prend maintenant l'autre hypothese sur la pesanteur; si on lui attribue le mouvement des Corps célestes, ou plutôt la détention de ces Corps dans leurs orbites, & qu'on juge de ce qu'elle est par ces effets; les phénomènes nous font voir qu'autour du Soleil, & autour de chaque Planete qui a des Satellites, elle est en raison inverse du carré de la distance au centre de la révolution.

Ces mouvemens ne nous donnent pas seulement la loi que suit la pesanteur selon les diverses distances des centres, ils nous mettent en état de comparer les unes avec les autres, les pesanteurs vers différentes Planetes.

Nous connoissons les distances & les tems des révolutions des Planetes; nous connoissons les arcs que chacune parcourt dans un tems donné; nous connoissons les fleches de ces arcs: Or si c'est la pesanteur qui retient les Planetes dans leurs orbites, ces fleches sont les quantités dont elle les fait tomber vers le centre; & dans de petits arcs décrits en même tems par différentes Planetes autour du Soleil, ou par des Satellites autour de leur Planete principale, les pesanteurs vers le Soleil, ou vers les Planetes principales, sont proportionnelles aux fleches des arcs décrits. On a donc par-là le rapport de la pesanteur que chaque Planete éprouve dans le lieu où elle est vers le centre autour duquel elle se meut; on a, par exemple, le rapport
de

de la pesanteur de Vénus ou de la Terre vers le centre du Soleil, à la pesanteur de la Lune, ou d'un Satellite de Jupiter, ou de Saturne vers le centre de sa révolution : Et comme on sait que les pesanteurs croissent comme les quarrés des distances diminuent, on a le rapport de la pesanteur que Vénus éprouve là où elle est, vers le centre du Soleil, à la pesanteur qu'elle éprouveroit sur la superficie; on a le rapport de la pesanteur qu'un Satellite éprouve là où il est, vers le centre de sa Planete, à la pesanteur qu'il éprouveroit sur la superficie.

XXVI. Tout ce que nous venons de dire de la pesanteur peut s'appliquer à la force centrifuge d'un corps placé sur l'équateur de quelque Astre qui a une révolution autour de son axe. Les forces centrifuges dans differens Astres sont proportionnelles aux fleches des petits arcs décrits dans le même tems par un point de leur équateur.

Or on fait par les Théorèmes de M. Huygens, que la force centripete ou centrifuge d'un corps qui décrit un cercle est en raison directe du rayon, & en raison inverse du quarré du tems périodique. Si l'on appelle donc la distance d'une Planete au centre du Soleil, ou d'un Satellite au centre de sa Planete $= D$, le tems de sa révolution périodique $= T$, le rayon de l'Astre autour duquel elle fait sa révolution $= R$, la pesanteur qu'elle éprouve vers le centre de la révolution

dans le lieu où elle est, sera comme $\frac{D}{T^2}$;

& cette pesanteur augmentant en s'approchant

Mém. 1734.

E

chant

chant du centre de la révolution comme le quarré de la distance diminue, on a la pesanteur que la Planete éprouve dans le lieu où elle est, à la pesanteur qu'elle éprouveroit sur la superficie de l'Astre qui est au centre de sa révolution, comme RR à DD ; d'où l'on a pour la pesanteur que la Planete ou tout autre corps éprouveroit sur la superficie de l'Astre central, P comme $\frac{D^3}{RR TT}$. Et l'on a par-

là les differens poids de corps égaux, placés sur le Soleil, ou sur différentes Planetes.

XXVII. Maintenant la force centrifuge qu'un corps éprouve, placé dans l'équateur d'un Astre, étant en raison directe du rayon de l'Astre, & en raison inverse du quarré du tems périodique de la révolution de l'Astre autour de son axe: si l'on nomme le tems de la révolution autour de l'axe $= G$, on a F comme $\frac{R}{GG}$. D'où l'on tire ce Théorème

général pour le rapport de la pesanteur dans chaque Astre à la force centrifuge sur l'équateur, $P:F::D^3 GG:R^3 TT$.

Si l'on prend pour la distance moyenne de Vénus au Soleil $D = 15906$ demi-diametres de la Terre; pour le tems de la révolution de Vénus autour de lui $T = 224^j 7^h$; pour le demi-diametre du Soleil $R = 100$ demi-diametres de la Terre, & pour le tems de la révolution du Soleil autour de son axe $G = 25^j$, on trouvera $P:F$ ou $D^3 GG:R^3 TT::5016:1$, c'est-à-dire, la pesanteur sur la surface du Soleil

leil plus de 50000 fois plus grande que la force centrifuge sur son équateur.

Si l'on prend pour la distance du 4^{me}. Satellite à Jupiter, $D=23$ demi-diamètres de Jupiter, telle que M. Cassini l'a trouvée; pour le tems de la révolution de ce Satellite autour de lui $T=10^j 16^h \frac{1}{17}$; pour le demi-diamètre de Jupiter $R=1$; & pour le tems de la révolution de Jupiter autour de son axe $G=9^h 56'$, on trouvera $P:f::7,41:1$; c'est à-dire, la pesanteur seulement environ $7\frac{1}{2}$ fois plus grande que la force centrifuge sur l'équateur de Jupiter.

Si l'on prend pour la moyenne distance de la Lune à la Terre $D=60$ demi-diamètres de la Terre; pour le tems de la révolution de la Lune autour d'elle $T=27^j 7^h 43'$; pour le demi-diamètre de la Terre $R=1$; & pour le tems de la révolution de la Terre autour de son axe $G=23^h 56' 4''$, on trouvera la pesanteur environ 288 fois plus grande que la force centrifuge sur l'équateur.

Ce rapport ne diffère presque pas de celui que M. Huygens a trouvé de 289:1, & qu'il a déterminé par des principes différens, s'étant servi du tems de la chute des corps, ou, ce qui revient au même, de la longueur du pendule à secondes; sur quoi cependant il est facile de commettre quelque erreur.

XXVIII. Pour déterminer maintenant la figure du Soleil, de Jupiter, & de la Terre, il faut reprendre notre Equation $2p^n + 1 - (n+1)fbba^{n-1}rr = (2p-nf-f)a^{n+1}$, ou simplement la proportion du diamètre de
E 2
l'équa-

l'équateur à l'axe $CA:CP :: (2p)^{\frac{1}{n+1}} : (2p$

$-nf-f)^{\frac{1}{n+1}}$ qui dans l'hypothèse présente de $n=-2$, est $CA:CP :: 2p + f:2p$, ou $CA-CP:CP :: f:2p$, ou $CA-CP:CP :: R'TT:2D'GG$.

Si donc on prend pour chaque Astre les rapports que nous venons de trouver de la pesanteur à la force centrifuge, on trouvera pour le Soleil $CA-CP:CP :: 1:104032$; d'où l'on voit que le diamètre de l'équateur du Soleil ne doit pas surpasser l'axe de $\frac{1}{104032}$ partie, différence bien éloignée d'être perceptible par aucune observation.

Pour Jupiter on a $CA-CP:CP :: 1:14,96$, ce qui donne la différence du rayon de l'équateur de Jupiter à son demi-axe, si approchante de celle que M. Cassini le père a observée* de 1:15, & qui a été confirmée par M. de la Hire, que cet accord doit paroître singulier dans des choses qui dépendent d'un si grand nombre d'éléments, car l'axe de Jupiter étant presque perpendiculaire au plan de l'Ecliptique, les grandeurs apparentes des deux diamètres de son disque doivent être vues de la Terre dans le même rapport que son axe est au diamètre de son équateur.

M. Newton considérant Jupiter comme formé d'une matière uniforme, trouve que la différence du diamètre de son équateur & de son axe devoit être à son axe comme 1:9 $\frac{1}{2}$;

* *Hist. de l'Acad. Royale des Sciences au 1691.*

& comme ce rapport s'éloigne assez de celui que M. Cassini a observé, & même de celui qui résulte des observations de M. Pound, dont les termes moyens feroient le diamètre de l'équateur de Jupiter à son axe comme $13\frac{1}{4} : 12\frac{1}{4}$, (ce qui approche bien plus de notre rapport que de celui de M. Newton) M. Newton a recours à une densité inégale dans Jupiter plus grande vers le plan de l'équateur que vers les poles; d'où s'ensuivroit une figure moins aplatie que celle que lui avoit d'abord donné sa théorie, & plus approchante de la figure observée.

Enfin pour la Terre on a $CA - CP : CP$:: $1 : 576$; d'où résulte que la Terre seroit moins aplatie que ne la fait M. Newton, mais un peu plus que ne la fait M. Huygens.

XXX. Quant aux autres Planetes, Mercure, Vénus, Mars & Saturne, & toutes les Planetes secondaires, nous ne pouvons pas déterminer leur figure par cette théorie, n'ayant pas le rapport de la force centrifuge des parties sur leur équateur à la pesanteur.

Nous ne connoissons point le tems de la révolution de Mercure autour de son axe, & cette Planete n'ayant point de Satellites, nous ne connoissons point non plus la pesanteur des corps vers elle.

Nous avons bien le tems de la révolution de Vénus & de Mars autour de leur axe, ce qui, leurs diametres étant connus, nous donneroit le rapport de la force centrifuge sur ces Planetes à la force centrifuge sur la Terre; mais comme elles manquent aussi de Satellites, nous ne saurions avoir le rapport de

la pesanteur qu'y ont les corps, avec la pesanteur qu'ils ont sur la Terre.

C'est le contraire pour Saturne. Nous connoissons la pesanteur des corps sur cette Planete par le mouvement de ses Satellites; mais comme nous ne savons point le tems de la révolution autour de son axe, nous ne saurions déterminer la force centrifuge sur son équateur.

Si nous avions par quelque observation le rapport du diametre de son équateur à son axe, nous pourrions déterminer la force centrifuge sur son équateur, & par-là on découvreroit le tems de sa révolution.

XXXI. Dans le Discours sur la figure des Astres, j'ai déterminé la figure que doivent prendre les Anneaux qui se peuvent former autour des Planetes, en vertu d'une pesanteur vers le centre, en raison de quelque puissance au centre, & d'une autre pesanteur encore des parties vers des centres pris dans l'Anneau. Supposant, comme dans ce Livre, que ADP & $Q A$ soit la section de l'Anneau faite par un plan perpendiculaire à la révolution qui passe par le centre γ . Nommant la pesanteur des parties en A vers le centre de la Planete, π , la pesanteur en A vers un autre point C pris dans l'Anneau p , la force centrifuge en A , f ; AC , a ; $C\gamma$, b ; CG , r ; le sinus de l'angle DCP , b , pour le rayon 1. Nous avons trouvé pour l'Equation de la cour-

$$\text{be } ADP \text{ \& } Q A, \frac{\pi(b^2 + 2bb'r + rr^2) \frac{m+1}{2}}{m+1(a+b)^{m+2}}$$

+

$$+ \frac{pr^{n+1}}{(n+1)a^2}$$

$$- \frac{fbbr}{a+b}$$

$$- \frac{fbbr}{2(a+b)}$$

$$= \frac{\pi(a+b)}{n+1}$$

$$+ \frac{pa}{n+1}$$

$$- \frac{fab}{a+b}$$

$$- \frac{fas}{2(a+b)}$$

ou, dans le
cas présent,
que $p=0$,
& $m=-2$,

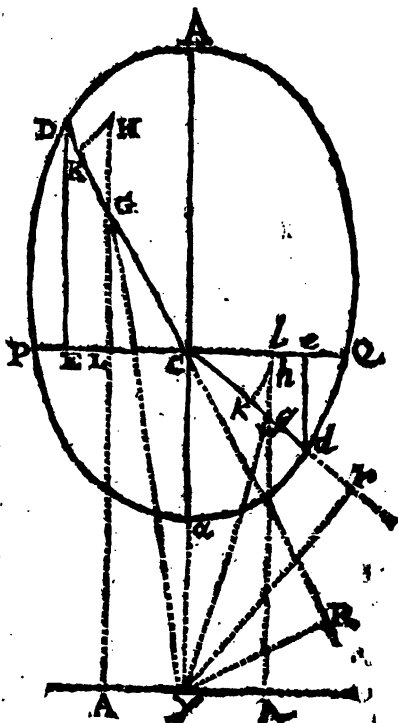
$$\frac{\pi(a+b)^2}{p(bb+2bbr+rr)}$$

$$+ \frac{fbbr}{a+b}$$

$$+ \frac{fbbr}{2(a+b)}$$

$$= \frac{\pi(a+b)}{1}$$

$$+ \frac{fab}{a+b} + \frac{fas}{2(a+b)}$$



Cette Equation détermine la figure des Anneaux en général dans notre hypothese. On a par observation la longueur Aa de la coupe de l'Anneau de Saturne, & la distance ay du bord le plus proche au centre. Si l'on

E 4.

avoit

avoit l'épaisseur de l'Anneau par quelque observation suffisante, en cherchant dans la courbe ADP ad Q A sa plus grande largeur, & la faisant égale à l'épaisseur de l'Anneau, on détermineroit le rapport entre π & f , c'est-à-dire, entre la pesanteur & la force centrifuge, & l'on découvroit par-là le tems de la révolution de l'Anneau autour de Saturne. Au reste, l'épaisseur de l'Anneau n'est pas tout-à fait inconnue. Hevelius la fait de 600 milles d'Allemagne; du moins peut-on se flater de la connoître un jour plus exactement, en l'observant avec de grandes Lunettes.

Cette révolution de l'Anneau aussi-bien que celle du corps de Saturne, sont des choses si éloignées de notre portée, qu'il semble qu'on ne les pourra découvrir que par des moyens aussi extraordinaires que ceux-ci.

TROISIEME PARTIE,

Où l'on examine quelques découvertes qu'on a faites dans le Ciel, qui paroissent confirmer cette théorie; Et où l'on tente d'expliquer quelques phénomènes.

XXXII. La loi de la pesanteur, suivant la proportion renversée du quarré de la distance au centre, paroît généralement observée dans tout notre système solaire; & si elle a lieu au dedans des corps célestes, comme nous croyons qu'elle l'a au dehors, & comme on peut le croire très raisonnablement, lorsqu'on ne la regarde pas comme dépendante de l'Attraction des parties de la matiere, j'ai déterminé

miné les figures des Astres de notre système solaire, dans lesquels nous avons pu connoître le rapport de la force centrifuge à la pesanteur.

Suivant cette loi, tous les Astres sont aplatis, quoique la Terre & sur-tout le Soleil le soient très peu, le diamètre de l'Equateur de la Terre ne surpassant son axe que d'environ $\frac{1}{178}$ ^e. partie; & le diamètre de l'Equateur du Soleil ne surpassant son axe que de $\frac{1}{354612}$ ^e. partie. Cet aplatissement peut diminuer à l'infini selon la petitesse de la force centrifuge, & les Astres toujours approcher de plus en plus de la figure sphérique. Mais il ne peut pas augmenter sans bornes; le rapport de $CA : CP :: 2p + f : 2p$ nous fait voir qu'il fera le plus grand qu'il soit possible, lorsque le diamètre de l'Equateur sera à l'axe comme 3 à 2; car la force centrifuge ne sauroit être plus grande que la pesanteur, autrement l'Astre seroit détruit.

Dans notre système solaire, il y a donc un terme à la diversité de figure des Astres, & nous observons que tous ceux qui nous sont connus sont encore fort éloignés d'approcher de ce terme.

XXXIII. Mais dans les autres systèmes, autour des Etoiles fixes, ou des autres Soleils, la même loi de pesanteur s'observe-t-elle? nous n'avons rien qui puisse nous en assurer. Dès qu'on ne regarde pas la pesanteur comme dépendante d'une propriété universelle de la matière, & que sa cause nous est inconnue, nous ne savons plus quelle loi

elle peut observer dans d'autres régions de l'Univers.

Une infinité de ces loix donneroient aux Astres des figures beaucoup plus variées que celles que donne la pesanteur en raison inverse du quarré de la distance ; une infinité permettroit des Applatissemens sans bornes.

XXXIV. Qu'il y ait des corps célestes d'une autre figure que sphérique, cette idée auroit déplu aux anciens Philosophes dans les tems où l'on manquoit de théorie & d'observations ; la perfection de la figure sphérique, & celle qui doit être dans l'Univers, étoient dans ces tems-là de trop fortes preuves pour qu'on eût osé croire que tous les Astres ne fussent pas des Globes.

Mais dans ces derniers tems, non seulement on a découvert que quelques Planetes de notre système solaire n'étoient pas des Globes parfaits ; on a porté la vue jusque dans le Ciel des Etoiles fixes, & par le moyen des grandes Lunettes, on a trouvé dans ces régions éloignées des phénomènes qui semblent annoncer une aussi grande variété dans ce genre, qu'on en voit dans tout le reste de la Nature.

XXXV. J'avois expliqué dans le Discours sur la figure des Astres, comment il se pouvoit former dans les Cieux, des Astres fort aplatis. Des amas de matière fluide qui ont un mouvement de révolution autour d'un centre, doivent, selon une infinité de loix de pesanteur, former de ces Astres aplatis en forme de Meules, qu'on rangera dans la classe des Soleils ou des Planetes, selon que la

la matiere qui les forme sera lumineuse par elle-même, ou opaque, & capable de réfléchir la lumiere; soit que la matiere de ces Meules soit par-tout de même nature, soit que pesant vers quelque Astre d'une nature differente, elle l'inonde de toutes parts, & forme autour un Sphéroïde applati qui renferme l'Astre.

Qu'il y ait dans les Cieux des Amas de matiere lumineuse, ou capables de réfléchir la lumiere, qui forment des Sphéroïdes fort applatis; outre qu'on en voit la possibilité en général, il semble que quelques découvertes qu'on a faites dans le Ciel nous apprennent qu'il y en a en effet de tels.

XXXVI. On trouve dans les Transactions Philosophiques de la Société Royale de Londres, N°. 428, un Mémoire curieux que M. Derham, Chanoine de Windsor, donna l'année passée: comme il contient des observations nouvelles & singulieres, & qui doivent être fort exactes par l'habileté de celui qui a observé, & par l'espece & l'excellence du Telescope dont il s'est servi, & qu'il est écrit en Anglois, je crois qu'on sera bien aise que je le rapporte ici; cela me dispensera de parler des observations à-peu-près semblables, dont la premiere fut faite par M. Huygens dans la constellation d'Orion, & de quelques autres faites par M. Halley, qui sont citées dans ce Mémoire.

XXXVII. „ Ayant, l'Automne dernier,
 „ fait quelques observations sures sur ces
 „ apparences célestes qu'on appelle *Etoiles*
 „ *nébuleuses*, avec mon Telescope catoptri-

„ que de 8 pieds , je crois à propos d'en
 „ rendre compte à cette illustre Société,
 „ afin d'exciter les autres à les observer da-
 „ vantage, parce que je les crois beaucoup
 „ plus dignes de la recherche des Curieux
 „ qu'on ne l'a imaginé jusqu'ici , & parce
 „ que je crains de ne pouvoir poursuivre
 „ beaucoup plus loin mes observations, mon
 „ miroir commençant à perdre son excellen-
 „ ce & son grand effet, & commençant à se
 „ ternir.

„ Mais si quelqu'un veut bien voir ces Né-
 „ buleuses, il faut absolument qu'il se serve
 „ d'excellens verres, autrement il perdra sa
 „ peine, comme je l'ai appris par mon expé-
 „ rience.

„ On a donné à ces apparences célestes le
 „ nom d'*Etoiles nébuleuses*; mais elles ne sont
 „ ni des Etoiles, ni des corps qui répandent
 „ la lumière & qui la réfléchissent, comme
 „ sont le Soleil, la Lune & les Etoiles; &
 „ elles ne sont pas non plus des amas d'Etoi-
 „ les, comme la *Voye lactée*: mais ce sont des
 „ Aires blanchâtres, semblables à des amas
 „ de vapeurs nébuleuses, d'où elles tirent
 „ leur nom.

„ Il y en a plusieurs dispersées dans diver-
 „ ses parties du Ciel. Leur catalogue (que
 „ j'ai transcrit du Prodrôme d'Astronomie
 „ d'Hevelius) peut être utile à ceux qui ont
 „ dessein de faire cette recherche.

„ Les lieux des Nébuleuses.

LIEUX DES NEBULEUSES.	Leur ascension droite pour l'an 1660.	Leur déclinaison pour l'an 1660.
Dans la ceinture d'Andromede.	6 ^d 4' 45'	39 ^d 27' 57" N
Dans le front du Capricorne.	300 2 53	20 1 53 S.
Une autre précédant l'œil du Capricorne.	301 59 55	19 11 30 S.
Une autre qui le suit.	302 35 9	19 36 0 S.
Une au-dessus de celles-là, qui joint l'œil du Capri- corne.	302 25 31	18 48 58 S.
Celle qui précède au-dessus de la queue du Cygne, & la dernière de son pied.	304 54 8	47 54 20 N.
Une qui est après une Étoi- le au-dessus de la queue du Cygne, hors de la Constellation.	312 10 5	53 5 20 N.
Au dehors du pied gauche d'Hercule.	264 52 46	48 9 10 N
Dans la jambe gauche d'Hercule.	265 38 37	38 5 50 N
Sur le sommet de la tête d'Hercule.	252 24 3	13 18 37 N
A l'oreille de Pegase.	332 38 45	3 3 12 N
Au bord occidental du bou- clier de Sobieski.	272 32 34	14 23 35 S.
Sur le fleau de la Balance.	219 26 15	9 16 27 S.
Au-dessus du dos de la gran- de Ourse.	183 32 41	60 20 33 N
Sur la troisième jointure de la queue du Scorpion.	12 43 00 + long.	19 1 0 S. lat
Entre la queue du Scorpion, & l'arc du Sagittaire.	24 32 00 + long.	11 25 0 S. lat

„ Outre celles-là, le Docteur Halley * a fait
 „ mention d'une dans l'épée d'Orion; d'une
 „ autre dans le Sagittaire; d'une troisième
 „ dans le Centaure (qu'on n'a jamais vue en
 „ Angleterre); d'une quatrième qui précède
 „ le pied droit d'Antinoüs; d'une cinquième
 „ dans Hercule, & de celle de la ceinture
 „ d'Andromède.

„ J'en ai observé cinq de ces fix avec mon
 „ excellent Telescope catoptrique de 8 pieds,
 „ & elles m'ont toutes paru des phénomènes
 „ fort semblables, excepté celle qui précé-
 „ de le pied droit d'Antinoüs, qui n'est pas
 „ une Nébuleuse, mais un amas d'Etoiles,
 „ & quelque chose de semblable à ce qui est
 „ dans la *Voye lactée*.

„ Entre les quatre autres, je ne trouve
 „ point de différence essentielle, si ce n'est
 „ que les unes sont plus rondes, les autres
 „ d'une forme plus ovale, sans qu'il y ait de-
 „ dans aucune Etoile fixe qui produise leur
 „ lumière. Seulement dans celle d'Orion il se
 „ trouve quelques Etoiles qu'on ne voit qu'a-
 „ vec le Telescope, mais qui ne sont point
 „ capables de causer la lumière de cette Né-
 „ buleuse. Ces Etoiles cependant m'ont servi
 „ à appercevoir d'abord que la distance de la
 „ Nébuleuse étoit plus grande que celle des
 „ Etoiles fixes, & à faire la même recher-
 „ che sur les autres. J'ai pu visiblement &
 „ pleinement discerner que chacune d'elles
 „ est à une distance immense au-delà des E-
 „ toiles fixes qui paroissent auprès, soit de

„ cel-

„ celles qu'on apperçoit à la simple vue, soit
 „ de celles qu'on ne voit qu'avec le Teleſco-
 „ pe. Elles paroiffent même être auffi loin
 „ par-delà les Etoiles fixes, qu'aucune de
 „ ces Etoiles eſt éloignée de la Terre.

„ Et maintenant, par ce que je viens de
 „ rapporter de bonnes & fréquentes obser-
 „ vations des Nébuleuſes, je conclus certai-
 „ nement qu'elles ne ſont point des corps
 „ lumineux qui nous envoient leur lumière,
 „ comme le Soliel & la Lune; qu'elles ne
 „ ſont point auffi la lumière combinée de
 „ quelques amas d'Etoiles, comme la Voye
 „ Lactée; mais je les regarde comme *de vaſtes*
 „ *Aires, ou régions de lumière, infailliblement*
 „ *par-delà les Etoiles fixes, & qui ne renferment*
 „ *point d'Etoiles.*

„ Je dis *des régions*, entendant par-là des
 „ eſpaces d'une étendue aſſez vaſte, pour
 „ nous paroître de quelque grandeur, à une
 „ auffi grande diſtance qu'ils ſont de nous.

„ Et puisſque ces eſpaces ſont vuides d'E-
 „ toiles, & que dans Orion les Etoiles ont
 „ une très petite proportion à ſa Nébuleuſe,
 „ & que viſiblement elles ne la peuvent cau-
 „ ſer, je laiſſe à la grande ſagacité & péné-
 „ tration de cette illuſtre Société, à juger ſi
 „ ces Nébuleuſes ſont des eſpaces particu-
 „ liers de lumière, ou plutôt ſ'ils ne peu-
 „ vent pas fort probablement être des
 „ vuides ou des ouvertures à une région im-
 „ menſe de lumière par-delà les Etoiles fi-
 „ xes; parce que je trouve que dans tous
 „ les tems il y a eu pluſieurs Savans dans
 „ cette opinion (je puis ajouter les Théo-
 „ logiens

logiens aux Philosophes) qui jusqu'ici se
 font accordés à penser qu'il y a une région
 par de-là les étoiles fixes. Ceux qui ont
 imaginé des Crystalkins ou des Orbes soli-
 des, ont cru qu'il y a un *Ciel empyrée* au-
 delà d'eux, & le *premier mobile*: & ceux
 qui n'admettoient point ces Orbes, mais
 qui pensoient que les corps célestes flot-
 toient dans l'Air, imaginoient que la ré-
 gion des Etoiles n'étoit point l'extrémité
 de l'Univers, mais qu'il y avoit une région
 au delà d'elle, qu'ils ont appelée la *troisième*
Région & le *troisième Ciel*.

Pour finir, il faut remarquer que dans les
 Nébuleuses d'Hevelius, quelques-unes sem-
 blent être plus grandes & plus remarqua-
 bles que les autres: mais si elles le sont
 réellement ou non, je confesse que je n'ai
 pas eu la commodité de l'observer, excep-
 té celle de la ceinture d'Andromede qui est
 aussi considérable qu'aucune que j'aye vue.
 Dans ses Cartes, les constellations les plus
 remarquables sont les trois vers l'œil du
 Capricorne, celle dans le pied d'Hercule,
 celle dans le troisième nœud de la queue
 du Scorpion, & celle entre la queue du
 Scorpion & l'arc du Sagittaire. Mais si
 quelqu'un desire de bien voir ces Nébuleu-
 ses, ou quelques-unes des autres, il faut
 absolument qu'il fasse usage d'excellens
 Verres, autrement il perdrait sa peine,
 comme je l'ai moi-même éprouvé, & com-
 me je l'ai déjà dit.

XXXVIII. Je suis fort éloigné de révoquer
 en doute les observations de M. Derham, je
 les

les regarde comme les plus sûres : mais mes idées sont fort différentes des siennes sur la nature des phénomènes qu'il a observés.

Toutes ses observations font voir que si quelques Nébuleuses ne sont que des Amas d'Etoiles semblables à celles de la Voye lactée, dont la lumière confondue cause ces apparences, les autres Nébuleuses paroissent de grands espaces lumineux, dont les uns sont ronds, les autres ovales. Des cinq Nébuleuses que M. Derham a observées, quatre étoient des phénomènes de cette dernière espèce.

XXXIX. J'ai expliqué comment il pouvoit y avoir dans les Cieux des Masses de matière, soit lumineuse, soit réfléchissant la lumière, dont les formes fussent des Sphéroïdes de toute espèce, les uns approchant de la sphéricité, les autres fort aplatis. De tels Astres doivent causer des apparences semblables à celles qu'a observées M. Derham. Ceux qui approchent de la sphéricité seront vus comme des espaces circulaires, quelque angle que fasse l'axe de leur révolution avec le plan de l'Ecliptique ; les autres, dont la figure est aplatie, doivent paroître des espaces circulaires ou ovales, selon la manière dont le plan de leur équateur se présente à l'Ecliptique. Ils peuvent même nous présenter des figures plus irrégulières, si plusieurs de ces Masses, diversement inclinées & placées à différentes distances, ont quelques-unes de leurs parties dans une ligne droite qui passe par la Terre.

XL. Quant à la matière dont sont formées ces

ces Masses, il n'est guere permis de prononcer si elle est aussi lumineuse que celle des Etoiles, & si elles ne brillent moins que parce qu'elles sont plus éloignées.

Si ces Masses sont formées d'une matiere aussi lumineuse que les Etoiles, il faut que leur grosseur soit énorme par rapport à celle des Etoiles, pour que, malgré leur éloignement beaucoup plus grand que celui des Etoiles, que fait voir la diminution de leur lumiere, on les voye au Télescope avec grandeur & figure.

Et si on les suppose d'une grosseur égale à celle des Etoiles fixes, il faut que la matiere qui les forme soit moins lumineuse que celle des Etoiles, & qu'elles soient infiniment plus proches de nous que les Etoiles, pour que nous les puissions voir au Telescope avec une grandeur sensible. On prétend cependant qu'elles n'ont aucune parallaxe, & c'est un fait qui mérite d'être observé avec soin.

XLI. Mais les Etoiles dont parle M. Derham, qu'on observe dans l'espace lumineux d'Orion, & qu'on observeroit peut-être dans plusieurs autres de ces espaces, ces Etoiles sont-elles au-delà ou en-deçà des corps dont nous parlons?

C'est ce que l'Optique nous apprend que nous ne saurions déterminer; & quoique M. Derham prétende qu'il a pu discerner que ces espaces lumineux étoient à une distance immense par-delà ces Fixes, il est sûr que passé un certain éloignement, qui n'est pas considérable, il n'est pas possible de décider sur la distance de deux objets qui n'ont ni l'un
ni

ni l'autre de parallaxe, à moins qu'on n'en juge par les diminutions de lumière ou de couleur. Mais lorsque les degrés de lumière des deux corps sont inconnus, il n'y a plus aucun moyen de juger lequel de deux objets qu'on voit est le plus éloigné. Si la matière des Mâsses est diaphane ou de la même nature que sont les Queues des Comètes, on pourra voir au travers des Etoiles, quoiqu'elles soient plus éloignées qu'elles.

Malgré toute la considération que j'ai pour M. Derham, & l'autorité des Philosophes & des Théologiens qu'il cite, je ne saurois m'empêcher de croire qu'il est plus vraisemblable que ces espaces lumineux qu'il a découverts sont les Disques de quelques corps célestes, tels que ceux dont j'ai parlé, que de penser que ce soit réellement des trous ou des fenêtres par où l'on voit l'Empyrée.

XLII. Nous avons vu dans la seconde Partie, que la différence entre l'axe de notre Soleil & le diamètre de son équateur étoit si peu considérable, qu'elle étoit fort éloignée de pouvoir nous être sensible. Mais nous avons vu aussi dans la seconde Partie & dans celle-ci, que d'autres Soleils pourroient être fort aplatis. Toutes ces figures s'accordent aussi bien avec les loix de la Statique, que celle d'un Sphéroïde plus approchant de la Sphere. Il n'y a que la sphéricité parfaite qui ne s'y accorde pas.

XLIII. On ne connoit jusqu'ici la figure des Etoiles fixes par aucune observation; nous ne les voyons que comme des points lumineux dont l'éloignement immense nous

em.

empêche de discerner les parties. On peut raisonnablement penser que dans leur multitude il se trouve des figures de toute espèce. Qu'il me soit permis de répéter ici une conjecture que j'ai donnée dans le Discours sur la figure des Astres, parce qu'elle appartient à cette théorie, qu'elle en est une suite nécessaire, que dans l'Ouvrage que je viens de citer, elle n'a peut-être pas été assez approfondie, & que je ne pensois pas alors qu'elle dût être si-tôt utile.

XLIV. Cette conjecture sert à expliquer comment quelques Etoiles ont paru s'allumer dans les Cieux, y durer pendant quelque tems, puis cesser d'être apperçues, & comment d'anciennes qu'on appercevoit ont cessé de luire. Tout le monde fait la disparition d'une des Pléiades. On observa du tems de Tycho une nouvelle Etoile qui vint paroître dans la Cassiopée, qui l'emportoit en lumière sur toutes les Etoiles du Ciel, & qui après avoir duré plus d'un an, disparut. On en avoit vu une dans la même constellation en 945 sous l'empire d'Othon. Il est fait mention d'une qui parut encore vers la même région du Ciel en 1264; & ces trois pourroient assez vraisemblablement n'être que la même.

On observe dans quelques constellations, des Etoiles dont la lumière paroît croître & diminuer alternativement; il s'en trouve une dans le col de la Baleine qui semble avoir des périodes réglées d'augmentation & de diminution, & qui depuis plusieurs années occupe les observateurs. Le Ciel & les tems sont remplis de ces phénomènes.

XLV. Je

XLV. Je dis maintenant, que si parmi les Etoiles il s'en trouve d'une figure fort applatie ; elles nous paroîtront comme feroient des Etoiles sphériques dont le diametre seroit le même que celui de leur équateur, lorsqu'elles nous présenteront leur face ; mais si elles viennent à changer de situation par rapport à nous, si elles nous présentent leur tranchant, nous verrons leur lumiere diminuer plus ou moins selon la différente maniere dont elles se présenteront, & nous les verrons tout-à-fait s'éteindre, si leur applatissement & leur distance sont assez considérables.

De même, des Etoiles que leur situation nous avoit empêché d'appercevoir, paroîtront ; lorsqu'elles prendront une situation nouvelle ; & ces alternatives ne dépendront que du changement de leur situation par rapport à nous.

XLVI. Il ne faut plus qu'expliquer comment il peut arriver du changement dans la situation de ces Etoiles applaties.

Tous les Philosophes d'aujourd'hui regardent chaque Etoile fixe comme un Soleil à peu-près semblable au nôtre, qui a vraisemblablement ses Planetes & ses Cometes, c'est-à-dire, qui a autour de lui des corps qui circulent avec différentes excentricités. Quelqu'une de ces Planetes qui circulent autour d'un Soleil applati, peut avoir une telle excentricité, & se trouver si près de son Soleil dans son périhélie, qu'elle dérangera sa situation, soit par la pesanteur que chaque Planete porte pour ainsi dire avec elle, selon le système de

de M. Newton, qui fait que dès qu'elle passe auprès de son Soleil, la pesanteur de son Soleil vers elle, & la pesanteur d'elle vers lui, ont un effet sensible; soit par la pression qu'une telle Planete causeroit alors au fluide qui se trouveroit resserré entre elle & son Soleil, selon le système des Tourbillons.

XLVII. De quelque cause que vienne la pesanteur, on peut assurément supposer qu'il y autour de chaque Planete une force qui feroit tomber les corps vers elle, comme celle que nous éprouvons sur notre Terre. Une pareille force suffit pour changer la situation d'un Soleil, lorsqu'une Planete passe fort proche de lui, & cette situation changera selon la maniere dont le plan de l'orbite de la Planete coupera le plan de l'équateur de son Soleil.

XLVIII. Le passage des Planetes dans leur périhélie auprès des Soleils plats, doit non seulement leur faire présenter des faces différentes de celles qu'ils présentoient; il peut encore changer absolument la situation de leur centre, & les déplacer entierement. Mais on voit assez que quand le centre de ces Soleils seroit avancé ou reculé de la distance d'un ou de plusieurs de leurs diametres, ce changement ne pourroit pas nous être sensible dans des Etoiles dont le diametre ne nous l'est pas. Ainsi quand on auroit observé avec exactitude que le lieu de ces Etoiles sujettes au changement a toujours été le même dans le Ciel, il n'y auroit rien en cela qui fût contraire à notre théorie. On a prétendu cependant

dant avoir remarqué quelque changement de situation dans quelques-unes.

Les Etoiles dont les alternatives , d'augmentation & de diminution de lumiere, sont plus fréquentes, comme l'Etoile du col de la Baleine, seront environnées de Planetes dont les révolutions seront plus courtes.

. L'Etoile de Cassiopée, & celles dont on n'a point observé d'alternatives, ne seront dérangées que par des Planetes dont les révolutions durent plusieurs siècles.

Enfin dans des choses aussi inconnues que nous le sont les Planetes qui circulent autour de ces Soleils, leurs nombres, leurs excentricités, les tems de leurs révolutions, les combinaisons des effets de plusieurs Planetes, on voit qu'il n'y aura que trop de quoi satisfaire à tous les phénomènes d'apparition & de disparition, d'augmentation & de diminution de lumiere.

QUATRIEME PARTIE,

Où l'on essaye de déterminer les figures des Astres dans le système d'une pesanteur dépendante de l'Attraction mutuelle des parties de la matière les unes vers les autres; Et où l'on explique ce qu'a dit M. Newton sur la figure de la Terre.

XLIX. Après avoir déterminé dans les Sections précédentes les figures des Astres en général, & en particulier la figure de la Terre, de Jupiter & du Soleil; en considérant la pesanteur à la maniere de M. Huygens, c'est.

c'est-à-dire, comme uniforme & vers un centre; & après avoir déterminé les mêmes choses dans l'hypothèse des autres Philosophes plus modernes qui la considèrent comme se faisant vers un centre en raison inverse du quarré de la distance au centre, sans la faire dépendre de l'Attraction des parties de la matière:

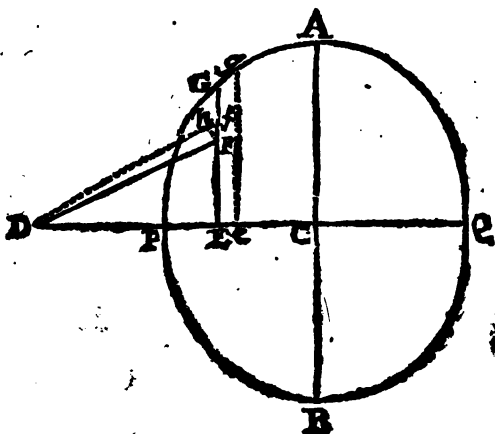
Afin de rendre cet Ouvrage plus complet, je vais, dans cette quatrième Partie, examiner les figures que doivent avoir les Astres dans le système de M. Newton, c'est-à-dire, si leurs figures dépendent de la Tendance mutuelle de leurs parties les unes vers les autres, & si la pesanteur que nous éprouvons n'est que l'effet de cette Tendance.

Je vais commencer par expliquer ce que M. Newton a donné sur la figure de la Terre. Il s'est contenté de trouver le rapport entre son Axe & le Diamètre de son Equateur, sans déterminer sa figure entière, qu'il a regardée comme si elle étoit formée par la révolution d'une Ellipse autour de son petit Axe; & la Terre en effet ne doit pas différer sensiblement de cette figure.

Dès qu'on regarde les parties de la matière comme s'attirant les unes les autres, la figure d'un Sphéroïde dépend bien de l'Attraction de ses parties, mais cette Attraction dépend elle-même de la figure qu'a le Sphéroïde; & c'est ce qui rend difficile la détermination du rapport de l'Axe au Diamètre de l'Equateur.

L. Soit l'Ellipsoïde $APBQ$ formé par la révolution de l'Ellipse autour de son petit axe PQ .

Soit



Soit un Atome ou un très petit corps placé en D sur l'axe prolongé, & qu'il faille trouver l'Attraction que l'Ellipsoïde applati exerce sur lui, en supposant que l'attraction répandue dans les parties de la matière, se fasse en raison renversée du quarré de leur distance.

Ayant tiré d'un point G l'ordonnée GE & l'ordonnée infiniment proche ge , & conçu l'Ellipsoïde composé des tranches ou des petits cylindres que terminent ces deux ordonnées pendant la révolution de l'Ellipse autour de l'axe PQ , je cherche l'Attraction que chacun de ces cylindres exerce sur le corpuscule qui est en D .

Ayant tiré la ligne DF dans une situation quelconque, & la ligne Df infiniment proche, le corpuscule est attiré par le petit an-

Mém. 1734.

F

neau

L'Equation de l'Ellipse sera $yy = \frac{bb}{aa} (2ax - xx)$;
 & mettant cette valeur de yy dans l'attraction
 du plan, on a $1 - \frac{(e+x)}{\sqrt{e^2+x^2 + \frac{bb}{aa}(2ax-xx)}}$

pour l'attraction du plan dans l'Ellipsoïde.

Et multipliant la quantité précédente par Ee
 ou dx , on a $dx = \frac{(e+x)dx}{\sqrt{e^2+x^2 + \frac{bb}{aa}(2ax-xx)}}$.

Si le corpuscule est placé en P , c'est-à-dire,
 au pôle, la distance e est zero, & l'expression
 précédente devient $dx = \frac{axdx}{\sqrt{2abbx - (bb-aa)xx}}$,

dont l'intégrale donnera l'attraction totale que
 le corpuscule souffre de l'Ellipsoïde vers C ,
 ou la pesanteur.

Pour intégrer cette quantité, je lui donne

cette forme, $dx = \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} \times \frac{xdx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x-xx)}}$

ou $dx = \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} \times \frac{\frac{abb}{bb-aa} dx - xdx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x-xx)}}$

$= \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} \times \frac{\frac{abb}{bb-aa} dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x-xx)}}$, dont l'inté-

grale est $x + \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} \sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x-xx)}$

neau formé par la révolution de Ff ; & cette attraction est en raison directe de la superficie attirante, & en raison renversée du carré de la distance, c'est-à-dire, comme $\frac{Ff \times EF}{DF^2}$.

Mais cette attraction se fait suivant DF , & on veut l'avoir suivant DC ; il faut donc multiplier la quantité précédente par $\frac{DE}{DF}$, & l'on aura $\frac{Ff \times EF \times DE}{DF^3}$.

Les Δ semblables DEF , Fbf , donnent $Ff : fb :: DF : EF$, ou $Ff = \frac{DF \times fb}{EF}$; & substituant cette valeur de Ff dans l'attraction du petit anneau, on a $\frac{DE \times fb}{DF^2}$, ou (à cause que fb est la différentielle de DF) $\frac{DE \times d(DF)}{DF^2}$.

On aura l'attraction du plan circulaire formé par la révolution de l'ordonnée GE , en prenant l'attraction de la multitude des anneaux Ff , c'est-à-dire, en intégrant $\frac{DE \times d(DF)}{DF^2}$; en faisant DE constante, ce sera $1 - \frac{DG}{DF}$.

Faisant donc $DP = e$, $PE = x$, $EG = y$, l'attraction du plan circulaire formé par la révolution de GE fera $1 - \frac{(e+x)}{\sqrt{(e+x)^2 + yy}}$.

Si maintenant on appelle le demi-axe de l'Ellipse PC , a , & l'autre demi-axe AC , b ,
l'Equa-

L'Equation de l'Ellipse sera $yy = \frac{bb}{aa} (2ax - xx)$;

& mettant cette valeur de yy dans l'attraction

du plan, on a $1 - \frac{(e+x)}{\sqrt{e^2+x^2 + \frac{bb}{aa}(2ax-xx)}}$

pour l'attraction du plan dans l'Ellipsoïde.

Et multipliant la quantité précédente par Ee
ou dx , on a $dx - \frac{(e+x)dx}{\sqrt{e^2+x^2 + \frac{bb}{aa}(2ax-xx)}}$.

Si le corpuscule est placé en P , c'est-à-dire, au pôle, la distance e est zero, & l'expression précédente devient $dx - \frac{axdx}{\sqrt{2abbx - (bb-aa)xx}}$,

dont l'intégrale donnera l'attraction totale que le corpuscule souffre de l'Ellipsoïde vers C , ou la pesanteur.

Pour intégrer cette quantité, je lui donne cette forme, $dx - \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} \times \frac{xdx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x-xx)}}$

ou $dx + \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} \times \frac{\frac{abb}{bb-aa} dx - xdx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x-xx)}}$

$= \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} \times \frac{\frac{abb}{bb-aa} dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x-xx)}}$, dont l'inté-

grale est $x + \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} \sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x-xx)}$

$$= \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} \int \frac{abb dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{bb-aa}x - xx)}}; \text{ ou (pre-}$$

nant A pour l'arc de cercle dont le rayon

$$= \frac{abb}{bb-aa}, \text{ \& le sinus verse} = x) \text{ on a pour}$$

l'intégrale $x + \frac{a}{bb-aa} \sqrt{2abbx - (bb-aa)xx}$

$$= \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} A.$$

Cette quantité étant zero, lorsque $x=0$, il n'y faut rien ajouter; & lorsque $x=2a$, elle devient $\frac{2abb}{bb-aa} - \frac{a}{\sqrt{(bb-aa)}} Q$, où par Q j'entends l'arc de cercle, dont le rayon étant $= \frac{abb}{bb-aa}$, le sinus verse est $= 2a$.

La pesanteur donc qu'éprouvera un corps placé au pôle sur l'Ellipsoïde aplati sera exprimée par cette quantité, & dépendra, comme on voit, des differens rapports qui peuvent être entre l'axe & le diamètre de l'équateur.

LI. Cherchons maintenant la pesanteur qu'un corps éprouvera placé à l'extrémité de l'axe de l'Ellipsoïde allongé.

On aura pour la différentielle de l'attraction la même expression qu'on vient de trouver

$$dx = \frac{ax dx}{\sqrt{2abbx + (aa-bb)xx}}, \text{ mais dans}$$

laquelle $a > b$.

Pour l'intégrer, je la mets sous cette forme,

$$dx = \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \times \frac{x dx}{\sqrt{(\frac{2abb}{aa-bb}x + xx)}}, \text{ ou}$$

$$dx =$$

$$\begin{aligned}
 dx - \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \times \frac{\left(\frac{abb}{aa-bb} dx + x dx\right)}{\sqrt{\left(\frac{2abb}{aa-bb} x + xx\right)}} \\
 + \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \times \frac{\frac{abb}{aa-bb} dx}{\sqrt{\left(\frac{2abb}{aa-bb} x + xx\right)}}, \text{ dont l'intégrale est } x - \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \sqrt{\left(\frac{2abb}{aa-bb} x + xx\right)} \\
 + \frac{abb}{aa-bb} \frac{1}{2} l\left(\frac{abb}{aa-bb} + x + \sqrt{\frac{2abb}{aa-bb} x + xx}\right)
 \end{aligned}$$

Comme cette quantité doit s'évanouir lorsque $x = 0$, on a pour l'intégrale corrigée

$$\begin{aligned}
 x - \frac{a}{\sqrt{(aa-bb)}} \sqrt{\left(\frac{2abb}{aa-bb} x + xx\right)} \\
 - \frac{abb}{aa-bb} \frac{1}{2} l\left(\frac{abb}{aa-bb}\right) + \frac{abb}{aa-bb} \frac{1}{2} l\left(\frac{abb}{aa-bb} \right. \\
 \left. + x + \sqrt{\frac{2abb}{aa-bb} x + xx}\right).
 \end{aligned}$$

Et lorsque $x = 2a$, elle devient

$$\frac{abb}{aa-bb} \frac{1}{2} l\left(\frac{2a^3-abb+2aa\sqrt{aa-bb}}{abb}\right) - \frac{2abb}{bb-aa}$$

On voit par les calculs précédens, que la pesanteur au pôle d'un Ellipsoïde aplati dépend de la quadrature du cercle, & qu'au pôle d'un Ellipsoïde allongé, elle dépend de la quadrature de l'hyperbole.

LII. Au pôle d'un Ellipsoïde qui n'est ni allongé ni aplati, c'est-à-dire, d'une Sphere,

comparer ces pesanteurs ; & c'est par des calculs semblables que M. Newton a trouvé,

Que si le petit axe de l'Ellipse $PAQB$ étoit au grand, c'est-à-dire, a à b , comme 100 à 101, la pesanteur en P sur l'Ellipsoïde applati, seroit à la pesanteur en P sur la Sphere dont le rayon seroit a ou CP , :: 126 : 125.

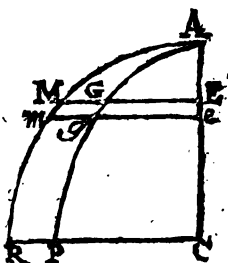
Et que la pesanteur en A sur l'Ellipsoïde allongé, seroit à la pesanteur en A sur la Sphere dont le rayon seroit b ou CA , :: 125 : 126.

LIV. L'Ellipsoïde applati formé par la révolution de l'Ellipse autour de l'axe PQ représentant la Terre, il faut maintenant chercher le rapport de la pesanteur au pôle P ou Q à la pesanteur en A sur l'équateur.

LV. La solidité de l'Ellipsoïde applati qui représente la Terre, est moyenne proportionnelle entre la Sphere circonscrite, dont le rayon est CA , & l'Ellipsoïde allongé formé par la révolution de l'Ellipse autour de l'axe AB .

Car concevant la Sphere circonscrite, & l'Ellipsoïde formés l'un & l'autre par la révolution du cercle AMR & de l'Ellipse AGP autour de l'axe AC , divisés dans leurs petits cylindres formés par la révolution des ordonnées ME , me , GE

& ge , ces cylindres dans la Sphere seront aux cylindres dans l'Ellipsoïde, comme ME^2 à GE^2 , parce que leur hauteur Ee étant la même, ils sont comme leur base ; & comme



dans l'Ellipse le rapport de ME^2 à GE^2 est un rapport constant, & celui de bb à aa , la somme de ces cylindres dans la Sphere, est à la somme dans l'Ellipsoïde allongé :: bb : aa , ou (*Spher.*) : (*Ellips. all.*) :: bb : aa .

Concevant maintenant la Sphere circonscrite & l'Ellipsoïde aplati formés l'un & l'autre par la révolution du cercle AMK & de l'Ellipse AGP autour de l'axe PC , divisés dans leurs petits tuyaux formés par la révolution des ordonnées ME , me , GE , ge , autour de l'axe PC , ces tuyaux dans la Sphere seront aux tuyaux dans l'Ellipsoïde aplati comme leur longueur ME & GE , parce que leur épaisseur Ee & leur rayon CE sont les mêmes ; & comme le rapport de ME à GE est constant, & celui de b à a , la somme des tuyaux dans la Sphere est à la somme dans l'Ellipsoïde aplati :: b : a , ou (*Spher.*) : (*Ell. app.*)

$:: b : a$, ou (*Spher.*) : (*Ell. app.*)² :: $bb : aa$.
Donc (*Spher.*) : (*Ell. all.*) :: (*Spher.*)² : (*Ell. app.*)² ; & (*Ell. app.*) = $\sqrt{(\text{Spher.}) \times (\text{Ell. all.})}$

LVI. Et comme les pesanteurs qu'un corps éprouve en A , de la Sphere, du Sphéroïde aplati & du Sphéroïde allongé peuvent passer pour proportionnelles aux quantités de matière de ces trois corps ; la pesanteur qu'un corps éprouve de la Terre placé en A sur l'Equateur terrestre, est moyenne proportionnelle entre la pesanteur qu'il éprouveroit de la Sphere & du Sphéroïde allongé.

LVII. Nommant donc cette pesanteur qu'un corps éprouveroit sur l'Equateur terrestre. = T .
La

La pesanteur en P sur le Sphéroïde applati. = P .

La pesanteur en P sur la Sphere dont le rayon est CP = s .

La pesanteur en A sur le Sphéroïde allongé. = π .

La pesanteur en A sur la Sphere dont le rayon est CA = S .

On a par (Art. 53.) $P : s :: 126 : 125$.
 $\pi : S :: 125 : 126$.

Ou mettant entre les deux termes de cette proportion un moyen proportionnel, on a
 $\pi : T :: T : S :: 125 : 125\frac{1}{2}$, ou :: $125\frac{1}{2} : 126$.

LVIII. De plus la pesanteur qu'un corps éprouve, placé sur la surface de deux Spheres différentes, est en raison directe du rayon de ces Spheres (Art. 52.); on a donc

$$s : S :: 100 : 101.$$

LIX. Et joignant ces trois proportions

$$P : s :: 126 : 125.$$

$$S : T :: 126 : 125\frac{1}{2}.$$

$$s : S :: 100 : 101.$$

On a $P : T :: 126 \times 126 \times 100 : 125 \times 125\frac{1}{2} \times 101$.

ou $P : T :: 1587600 : 1584437\frac{1}{2}$.

ou $P : T :: 501 : 500$.

C'est-à-dire, que la pesanteur au pôle de la Terre est à la pesanteur sous l'Equateur, comme 501 à 500.

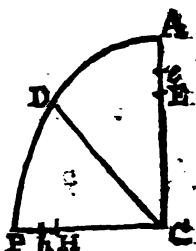
LX. M. Newton a démontré (Liv. I. Prop. XCI. Coroll. 3.) Que dans un Ellipsoïde, l'Attraction qu'un corps placé sur un diamètre éprouve, est en raison directe de sa distance au centre. Cela posé,

Concevant le demi-diamètre de l'équateur AC & le demi-axe PC divisés dans un

F 5

mè-

même nombre de parties Ee ,
 Hb , qui feront entre elles
 comme le demi-diametre de
 l'équateur & le demi-axe;
 puisque la pesanteur au pôle
 est 501, & sur l'équateur 500,
 la pesanteur P en H fera
 $P = \frac{501 \ CH}{CP}$. De même la pe-



santeur π en E fera $\pi = \frac{500 \ CE}{CA}$.

Voilà les forces résultantes de l'attraction, qui tirent les parties Hb , Ee , vers le centre.

LXI. Mais la Terre tournant autour de l'axe PC , les parties qui sont dans AC pendant qu'elles sont tirées vers C par la force π , sont repoussées vers A par la force centrifuge que le mouvement de révolution leur donne; & cette force en chaque point E est proportionnelle aussi à sa distance au centre CE .

Si donc cette force en A est f , on a ce qu'elle est en $E = \frac{f \times CE}{CA}$.

Concevant donc PC & CA comme deux colonnes du fluide qui forme la Planete, on aura le poids vers C du petit cylindre Hb ; en le multipliant par sa force accélératrice, ce sera $\frac{501 \times CH \times Hb}{CP}$, ou $\frac{501 \times CH d(CH)}{CP}$; & l'on aura le poids vers C du petit cylindre Ee , en le multipliant par sa force accélératrice $\frac{500 \ CE - f \times CE}{CA}$, ce sera $(\frac{500 - f}{CA}) CE d(CE)$.

LXII.

LXII. La somme des poids des cylindres Hb sera en intégrant $\frac{501 CH^2}{2 CP}$, & le poids de la colonne entiere PC sera $\frac{501 CP}{2}$.

La somme des poids des cylindres Ee sera $\frac{(500-f) CE^2}{2 CA}$, & le poids de la colonne entiere AC sera $\frac{(500-f) CA}{2}$.

Puisque le fluide de la Planete est dans un état permanent, il faut que ces deux colonnes se soutiennent; c'est-à-dire, il faut que $\frac{501 \times CP}{2} = \frac{(500-f) CA}{2}$; ou (à cause de $CP : CA :: 100 : 101$) il faut que $501 \times 100 = (500-f) \times 101$; d'où l'on tire $f = \frac{4}{101} = 4$.

Donc dans une Planete qui auroit le diametre de l'équateur à l'axe, comme 101 à 100, & où la force centrifuge de chaque partie seroit à son poids comme 4 à 505, les colonnes seroient en équilibre.

Or dans cette Planete, la force centrifuge qui est $\frac{4}{101}$ du poids, rend chaque partie de la colonne CA plus longue que les parties de la colonne CP de $\frac{1}{101}$, & fait élever le fluide dans l'équateur de $\frac{1}{101}$ partie du demi-axe PC .

LXIII. Il faut donc dire, en comparant la Terre à cette Planete; si la force centrifuge dans la Planete, où elle est la $\frac{4}{101}$ partie de la pesanteur, fait élever chaque cylindre dans l'équateur de $\frac{1}{101}$, la force centrifuge sur la Terre qu'on fait être dans la colonne CA

la $\frac{1}{11}$ ^e. partie de la pesanteur, fera élever chaque cylindre de $\frac{1}{11}$; d'où l'on voit que le diamètre de l'équateur sera à l'axe comme 230 à 229. Le demi-diamètre moyen de la Terre, selon M. Picard, étant de 19615800 pieds, la Terre sera plus élevée à l'équateur qu'aux poles de 85472 pieds, le demi-diamètre de son équateur sera de 19658600 pieds, & son demi-axe de 19573000 pieds.

LXIV. Comparant maintenant les autres Astres avec la Terre; appellant la pesanteur & la force centrifuge sur la Terre, P & F , & sur les Astres π & ϕ ; on a pour trouver la différence du demi-diamètre de leur équateur à leur demi-axe $\frac{F}{P} : \frac{\phi}{\pi} :: \frac{1}{11} : \text{cette}$

$$\text{différence} = \frac{P \times \phi}{229 \pi \times F}.$$

La pesanteur sur la superficie de différentes Planetes étant en raison composée de leur densité & de leur rayon; & les forces centrifuges étant en raison composée de la directe du rayon, & inverse doublée du tems périodique de la révolution autour de l'axe: si l'on nomme sur la Terre la densité $= D$, le rayon $= R$, le tems périodique $= T$; & sur les autres Planetes δ , ρ , ϑ , on aura la différence du demi-diamètre de l'équateur au de-

$$\text{mi-axe } \frac{P \times \phi}{229 \pi \times F} = D \times R \times \frac{\rho}{\vartheta \vartheta} : 229 \delta \times \rho \\ \times \frac{R}{T T} = \frac{D \times T \times T}{229 \times \delta \times \vartheta \vartheta}; \text{ d'où l'on voit,}$$

LXV. Que si l'Astre est plus grand ou plus petit que la Terre, & que sa densité & le tems

tems de sa révolution soient les mêmes, la figure de l'Astre est la même que celle de la Terre.

Mais si le tems de la révolution n'est pas le même, la difference du diametre de l'équateur à l'axe changera en raison inverse du quarré des tems.

Enfin, si la densité augmente ou diminue, la difference du diametre de l'équateur à l'axe augmentera ou diminuera en raison inverse de l'augmentation ou de la diminution de la densité.

LXVI. On peut par-là facilement comparer les figures de la Terre, de Jupiter, & du Soleil. Car le tems de la révolution de la Terre autour de son axe étant de $23^h 56' 4''$, & celui de Jupiter de $9^h 56'$, on a $TT : 99$ à-peu-près :: $29 : 5$, & la densité de la Terre étant (selon ce qu'a trouvé M. Newton, Prop. VIII. Liv. III.) à la densité de Jupiter, ou $D : d :: 400 : 94\frac{1}{2}$, on a la difference entre le diametre de l'équateur de Jupiter & son axe,

à son axe, :: $\frac{29}{5} \times \frac{400}{94\frac{1}{2}} \times \frac{1}{229} : 1$; ou à très-peu-près :: $1 : 9\frac{1}{2}$.

Comme cette difference est beaucoup plus grande que celle qui résulte des observations de M. Cassini, & que celle qui résulte des observations de M. Pound, M. Newton conjecture que Jupiter est plus dense vers le plan de son équateur que vers les poles. Cet excès de densité feroit que la colonne qui est dans le plan de l'équateur, pour être en équilibre avec celle qui répond au pole, doit être plus courte que cette Théorie ne la détermine,

& par conséquent le diamètre de l'équateur différerait moins de l'axe, & son rapport à l'axe approcheroit plus du rapport observé.

LXVII. Pour trouver la différence dont le diamètre de l'équateur du Soleil surpasse l'axe; le tems de la révolution du Soleil autour de l'axe étant de $25\frac{1}{2}$ jours, on a $TT : 99 :: 1 : 650\frac{1}{2}$, & la densité de la Terre étant à la densité du Soleil (Prop. VIII. Liv. III.) ou $D : d :: 4 : 1$, on aura la différence entre le diamètre de l'équateur du Soleil & son axe, :: $\frac{1}{650\frac{1}{2}} \times 4 \times \frac{1}{225} : 1$; ou :: 1

: 37226, différence beaucoup plus grande que celle qui résulte de l'hypothèse de la pesanteur vers le centre en raison renversée du carré de la distance, mais cependant imperceptible à toute observation.

LXVIII. Je reviens à la figure de la Terre. Il suit de l'équilibre qui est entre les colonnes, que prenant des parties semblables de ces colonnes en * A & en P , ces parties pèsent également. Pour cela, il faut que la force qui anime celle qui est en A vers C , que j'appelle la *pesanteur réduite*, soit à la pesanteur de celle qui est en P , comme la partie de la colonne qui est en P , est à la partie de la colonne qui est en A , ou comme CP à CA ; & c'est la même chose pour les colonnes obliques CD .

LXIX. D'où l'on voit que les différens poids d'un même corps, dans différentes régions de la Terre, sont en raison inverse des lon-

* Voyez la Figure pag. 130.

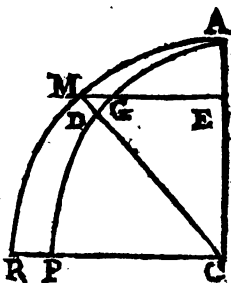
longueurs des colonnes , ou des distances au centre de la Terre.

Si donc on avoit avec assez d'exactitude le rapport des differens poids d'une même quantité de matiere aux differentes latitudes, (ce qu'on peut avoir par les longueurs des Pendules isochrones , ou par le retardement des Pendules de même longueur vers l'Equateur) on détermineroit les longueurs de toutes les colonnes pour quelque angle qu'elles fassent avec l'axe, c'est-à-dire, la figure entière de la Terre; & c'est la seule maniere dont M. Grégori la détermine.

Et si la figure de la Terre est donnée, on peut par elle déterminer les differens poids d'un même corps à différentes latitudes, ou, ce qui revient au même, les différentes longueurs du Pendule isochrone.

En effet, considérant la Terre comme un Ellipsoïde, il est facile de démontrer le Théorème de M. Newton, *Que l'augmentation des poids, en allant de l'équateur au pôle, approche fort du rapport du quarré du sinus de la latitude.*

LXX. Car soit ADP le quart de l'Ellipse qui représente le Méridien de la Terre, & AMR un quart de cercle décrit du rayon CA , demi-diametre de l'Equateur terrestre. On a par la propriété de l'Ellipse $RP : MG :: CR : EM$, ou $MG = \frac{RP \times EM}{CR}$. Mais



à cause que les triangles DMG , EMC , sont semblables, lorsque l'Ellipse approche fort du cercle (comme fait l'Ellipse qui sert de Méridien à la Terre) on a $MG:MD::MC$

: ME , ou $MG = \frac{MD \times MC}{ME}$. On a donc

$$\frac{RP \times ME}{CR} = \frac{MD \times MC}{ME}, \text{ ou } MD = \frac{RP \times ME^2}{CR^2};$$

c'est-à-dire, MD à RP comme le quarré du sinus de l'angle ACM au quarré du sinus total, ou (comme RP est constant) MD comme le quarré du sinus de l'angle ACM , ou du sinus de la latitude.

Mais il est visible que le poids d'un corps sous l'équateur étant représenté par CD , le poids du même corps placé en D est représenté par CA ; l'augmentation du poids, en allant de l'équateur vers le pôle, est donc représentée par MD , cette augmentation est donc proportionnelle au quarré du sinus de la latitude.

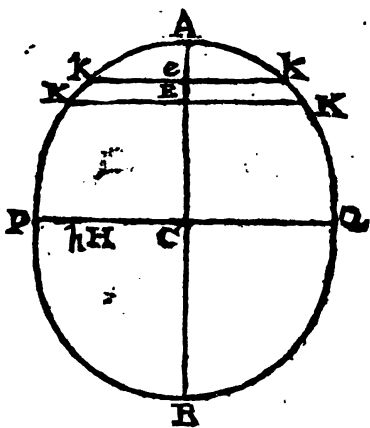
C'est après ce Théorème que M. Newton a calculé sa Table des différentes longueurs des Pendules répondantes aux différentes latitudes.

LXXI. Cette détermination de la figure de la Terre n'est qu'une approximation; aussi M. Newton ne la donne-t-il pas pour une détermination exacte. Les erreurs sont d'autant moindres, que la figure des Astres approche plus de l'Ellipsoïde, & que l'Ellipsoïde approche plus de la Sphere.

LXXII. Si l'on vouloit une solution plus exacte de ce Problème; ou que la méthode précédente, qui suppose que le Sphéroïde

ter-

terrestre approche beaucoup de la Sphere, ne pût pas servir, comme il arriveroit si la Terre étoit fort aplatie; voici comme on pourroit résoudre le Problème. Il faudroit, après avoir trouvé l'attraction qu'éprouve un corpuscule en *P* au pôle du Sphéroïde formé par la révolution d'une Ellipse autour de l'axe *PQ* dans laquelle les deux axes *a* & *b* seroient indéterminés, il faudroit chercher l'attraction qu'un corpuscule éprouveroit en *A* placé dans l'équateur de ce Sphéroïde.



Pour cela, il faudroit dans le Sphéroïde *PAQB*, formé par la révolution de l'Ellipse *PAQ* autour de l'axe *PQ*, chercher l'Attraction qu'un corpuscule éprouve de chaque Ellipse qui est la section du Sphéroïde par un plan

plan KK , parallele à l'axe; & multipliant cette Attraction par Ee , différentielle de AB , on auroit l'Attraction d'un petit cylindre à base elliptique, terminé par les deux plans kk, KK ; & si l'on pouvoit vaincre les longueurs & les difficultés de ce calcul, on auroit, en intégrant, l'Attraction qu'éprouveroit le corpuscule placé en A sur l'équateur du Sphéroïde.

Ayant donc la pesanteur en P par une fonction $[ab]$ des axes de l'Ellipse, & la pesanteur en A par une autre fonction (ab) ; ayant de plus la force centrifuge en $A=f$, on auroit (puisque dans l'Ellipsoïde, la pesanteur sur chaque colonne est en raison directe de la distance au centre; & que la force centrifuge dans la colonne AC suit la même proportion), on auroit la pesanteur

en $H = [ab] \frac{CH}{CP}$; & la force qui tire Ee

vers C , $= \frac{(ab) \times CE - f \times CE}{CA}$; & pour les poids

vers C des petits cylindres $[ab] \frac{CH \times d(CH)}{CP}$,

& $((ab) - f) \times \frac{CE \times d(CE)}{CA}$. Et puisque les

deux colonnes CP & CA sont en équilibre,

$\frac{[ab]}{CP} \int CH \times d(CH) = \left(\frac{(ab) - f}{CA} \right) \int CE$

$\times d(CE)$, ou $[ab] \times CP = ((ab) - f) \times CA$.

Mettant dans cette Equation, a pour CP ,

& b pour CA , on aura $a[ab] = b((ab) - f)$;

& f étant donnée, cette Equation déterminera la relation entre a & b , c'est-à-dire, le rapport entre l'axe & le diamètre de l'équateur:

E. S. S. A. L.



ESSAI D'ANALYSE

DES PLANTES.

Par M. BOULDUK. *

QUOIQ'UN habile Chimiste de cette Académie se soit occupé pendant plusieurs années à l'Analyse des Plantes, & ait essayé par-là de découvrir, si par la recherche de la différente proportion de leurs principes on pourroit juger de leurs différentes propriétés; après en avoir analysé un très grand nombre avec toute l'exactitude & la précision possible, on ne s'est assuré, comme le dit feu M. Homberg, dans un Mémoire donné à l'Académie, d'autre chose, sinon que cette voye que l'on avoit cru la seule de sûre pour y parvenir, y étoit entièrement inutile, & qu'il falloit l'abandonner, puisque le produit des Plantes les plus salutaires ne différoit pas, ou de peu de chose, du produit de celles qui étoient les plus venimeuses, le feu que l'on étoit obligé d'employer pour ces Analyses changeant entièrement & dénaturant leurs principes, en sorte qu'ils n'étoient plus qu'en partie des créatures du feu, & non pas les principes que la Nature avoit employés à leur composition.

Le peu de réussite de ces Analyses m'a fait
 imagi-

* 30 Janvier 1734.

imaginer, qu'en examinant non seulement les Plantes dans leur entier, ou leur marc, mais aussi les suc ou les décoctions de ces mêmes Plantes, on pourroit peut-être rencontrer dans l'examen de leurs sels essentiels ce que l'Analyse connue & usitée avoit refusé. Dans cette idée, j'ai commencé par examiner une seule Plante fort employée dans la Médecine, qui est la *Bourache*.

J'ai donc pris une bonne quantité de décoction de Bourache, que j'ai séparée en trois parties égales. J'ai fait évaporer la première jusqu'à pellicule, ou en consistance de syrop; elle étoit d'une couleur fort noire, étant chargée de beaucoup de parties huileuses, en sorte que l'ayant laissé en repos dans le tems chaud, elle se couvrit en peu de jours d'une peau assez épaisse, laquelle étoit recouverte de moisissure. Ayant enlevé cette peau, je trouvai au-dessous une assez bonne quantité de crystaux en aiguilles fines & déliées, confondus avec un grand nombre d'autres petits crystaux salins, assez irréguliers pour ne pouvoir en déterminer la figure, le tout nageant dans une portion de liquide gras ou syrupeux. Je détachai quelques-uns de ces crystaux languets & en aiguilles, & les ayant mis sur une pelle rouge, ils s'y enflammèrent comme auroit fait le Salpêtre mêlé avec quelque corps gras ou sulphureux; & en effet ce Salpêtre avoit encore un enduit de la partie grasse de cette décoction. Cette observation avoit déjà été annoncée par M. Lémery, qui a cité là-dessus M. de Reffons. Voilà donc l'Acide nitreux démontré dans
cette

cette Plante, & de plus le *Nitre* y est dans tout son entier, puisque quand j'ai versé de l'huile de Tartre sur ce nouveau Nitre dissous, elle n'en a rien précipité, comme elle l'auroit fait si l'acide nitreux avoit eu pour base une simple matiere terreuse.

J'ai pris la deuxieme portion de ma décoction que j'ai passée sur de la Chaux vive, afin de la dégraisser; ensuite de quoi je l'ai fait évaporer à lente chaleur, & jusqu'à une légère pellicule; & l'ayant laissée en repos pendant plusieurs jours, j'y ai trouvé des cristaux en aiguilles, plus distincts, mieux formés & moins roux que ceux de la premiere portion, ils étoient vraiment nitreux; & au dessous de ces cristaux languets j'ai trouvé une bonne quantité de cristaux cubiques, que je n'eus point de peine à reconnoître pour des cristaux de *Sel marin*.

J'ai pris de ces cristaux en aiguilles, que j'ai mis sur le charbon allumé, & qui y ont fusé comme ceux de la premiere portion de ma décoction: & pour ceux qui étoient de figure cubique, outre qu'ils décrépi-toient au feu sans s'y enflammer, c'est qu'en ayant fait fondre dans de l'eau, & ayant versé cette dissolution sur celle d'argent faite par l'esprit de Nitre, il s'y faisoit sur le champ un caillé blanc, lequel amassé, lavé & exposé au feu, se changeoit en argent corné, transparent, & se coupant au couteau.

Voilà donc l'Acide nitreux & l'Acide du Sel commun, ou plutôt le *Salpêtre* & le *Sel marin* bien avérés dans la même Plante.

J'ai enfin pris la troisieme portion de ma dé-

décoction de Bourache que j'ai passée sur des cendres de bois neuf, & l'ayant fait évaporer de même que les deux premières, & l'ayant laissée en repos quelques jours, j'y ai trouvé plus de Nitre que dans les deux précédentes portions, plus blanc ou moins roussâtre. Il y a toute apparence, que cette plus grande quantité de Nitre qui se trouve dans cette troisième portion, vient de ce qu'une partie d'acide nitreux n'ayant été unie, ou qu'avec une portion de simple terre, ou qu'avec la matière grasse qui est abondante dans cette Plante, rencontrant dans la lessive le sel alkali fixe des cendres, s'y joint, & se corporifie avec lui, ce qui augmente le produit du Salpêtre.

J'ai dit, que j'avois enlevé de dessus la première portion de la décoction de la Plante évaporée, & qui n'avoit point été passée ni sur les cendres ni sur la chaux, une peau grasse & couverte de moisissure, laquelle desséchée au feu & mise en charbon, s'y enflammoit de même que si j'eusse mis dans un creuset au feu du Nitre mêlé de la poudre de charbon ordinaire, parce que cette peau grasse en retenoit encore, n'ayant pas permis au Nitre de s'en débarrasser entièrement.

Après ces premières expériences faites sur la décoction de la Bourache, j'ai voulu voir ce que le Marc ou la Plante entière brûlée me donneroit de plus en sel. J'en ai donc séché à l'ombre, je l'ai ensuite fait brûler dans un pot de grès à petit feu, & le vaisseau couvert elle s'y est convertie en charbon, que j'ai après calciné à feu ouvert pour le réduire

re

re en cendres, & pour en faire une lessive, avec laquelle j'ai voulu faire quelques expériences avant que de l'évaporer pour en retirer les sels qu'elle pourroit contenir; & persuadé que le sel alkali n'y manqueroit pas, les cendres des Plantes en fournissant ordinairement, j'ai mêlé la lessive avec du syrop violat, qu'elle n'a que très légèrement & même à peine verdi; de plus cette couleur verte n'a point tenu, & le syrop a repris sa première couleur en très peu de tems: ce qui m'a fait juger, ou que le sel alkali s'y trouvoit en très petite quantité, ou qu'il y étoit confondu & embarassé avec d'autres sels qui s'opposoient à son effet sur le syrop violat; & l'événement m'en a éclairci: car en faisant évaporer cette lessive jusqu'à pellicule, & la laissant ensuite en repos dans un lieu frais, je n'ai point tardé d'y appercevoir des cristaux de *Tartre Vi-riolé* très distincts, très bien figurés, & de toutes les propriétés qui caractérisent ce sel; j'ai retiré la liqueur qui surnageoit, & l'ayant de nouveau laissé un peu évaporer, j'y ai trouvé une autre portion du même sel, dont les cristaux étoient moins gros que les premiers, mais dans leur petitesse bien connoissables pour être le même sel à tous égards.

J'ai ensuite continué d'évaporer la lessive jusqu'à environ la diminution de la moitié, & l'ayant laissée en repos, j'y ai trouvé au bout de quelque tems des cristaux cubiques, lesquels, bien examinés, sont un vrai Sel marin qui s'étoit conservé malgré la forte calcination; le reste de la lessive a alors changé le syrop violat dans un beau verd d'émeraude

raude qui a duré, & ne s'est point perdu, comme j'ai dit que cela étoit arrivé à cette même lessive avant qu'elle eût été concentrée & privée des deux sels moyens dont je viens de parler.

Je crois donc pouvoir dire avec certitude, que la Bourache peut fournir quatre sels différens ; savoir, le Salpêtre, le Sel marin, le Tartre vitriolé, & enfin un Sel alkali fixe ; & ce qui, à mon sens, est une chose particulière, c'est de voir que les trois Acides minéraux se trouvent en même tems dans une même Plante.

Je ne pense pas que le Tartre vitriolé soit formellement dans cette Plante : on ne peut pourtant pas douter que l'acide vitriolique n'y existe ; mais comme il étoit envelopé avant la calcination de la matière grasse qui y est abondante, il n'étoit pas aisé de le connoître : cette matière grasse au contraire ayant été dissipée par le feu, & l'acide vitriolique devenu libre, rencontrant le sel alkali que la Plante fournit, ou le Nitre fixé qui reste après la déflagration, il s'y unit, dont il résulte le Tartre vitriolé, de la même façon que du mélange d'un sel alkali & du soufre commun, il se forme un Tartre vitriolé après que l'on a chassé par la calcination la partie inflammable du soufre.

Il ne sera pas hors de propos de dire ici, à l'occasion du Tartre vitriolé, qu'il y a déjà longtems qu'en travaillant avec M. Grosse sur la Potasse, que l'on a communément regardée comme un sel alkali, nous y trouvâmes une bonne quantité de vrai Tartre vitriolé,

triolé, & depuis nous avons vu que ce fait avoit déjà été annoncé par Cardilucius; cependant cela nous a rendus attentifs à ne pas négliger l'examen des Cendres de différentes Plantes, & je puis assurer qu'en faisant les sels alkalis fixes, & quelquefois seulement à ce dessein, nous avons retiré, des cendres de différentes Plantes ameres & aromatiques, un vrai Tartre vitriolé: ce qui peut du moins confirmer, que l'acide vitriolique, quoique le plus fixe des acides minéraux, ne laisse pas de s'élever, & , selon toute apparence, de se trouver dans un plus grand nombre de Plantes qu'on ne l'a pensé jusqu'ici. Je conjecture de plus qu'il se trouve peu de sels fixes tirés des Plantes, qui soient purement alkalis, & cela après en avoir fait & examiné un grand nombre: il n'y a que le sel de Tartre qui me paroisse être le plus parfait alkali, n'y ayant pu reconnoître jusqu'ici aucun mélange d'autres sels.

J'ajouterai encore, qu'il n'y a point d'apparence, que d'autres Plantes qui paroissent avoir du nitreux en général, comme sont la Poirée, le Chardon-benit, le Cerfeuil, le Concombre sauvage, la Pariétaire, & d'autres, ne pussent également fournir les quatre Sels dont j'ai parlé, si on les traitoit suivant les mêmes procédés que j'ai exposés.

Après l'examen de la Bourache, reconnue dans la Médecine pour une Plante salutaire, mon dessein seroit d'en examiner, suivant les mêmes procédés, une ou plusieurs de celles qui sont regardées comme venimeuses; & si de ce travail on peut tirer quelques lu-

Mém. 1734.

G

mieres

mieres, quand ce ne seroit que pour la Physique, je le continuerai.

~~~~~

## DE L'INCLINAISON DU PLAN DE L'ECLIPTIQUE

ET DE L'ORBITE DES PLANETES

*Par rapport à l'Equateur de la Révolution du  
Soleil autour de son Axe.*

Par M. CASSINI. \*

**J**USQU'À présent les Astronomes ont déterminé l'inclinaison de l'Orbite des Planetes, la situation & le mouvement de leurs Nœuds par rapport à l'Ecliptique, que le Soleil, dans les Systèmes de Ptolémée & de Tycho, décrit autour de la Terre par son mouvement propre de l'Occident vers l'Orient, & que la Terre au contraire, dans le système de Copernic, décrit dans le même sens autour du Soleil par sa révolution annuelle; parce que dans l'une ou l'autre de ces hypothèses, le Soleil & la Terre étant tous les deux sur le plan de l'Ecliptique, il est nécessaire d'y rapporter le lieu des Planetes qui sont tantôt au-dessus ou au-dessous de ce plan.

On a pour cet effet choisi principalement  
les

Les tems où les Planetes se rencontroient près du plan de l'Ecliptique sans aucune latitude sensible; car calculant pour-lors leur vrai lieu, vu du Soleil, on a eu le vrai lieu du Nœud de ces Planetes à l'égard du Soleil, lequel dans les systêmes de Tycho & de Copernic est au foyer des Planetes principales qui sont les seules que nous considérons dans ce Mémoire, la Lune n'étant, suivant l'opinion de la plupart des Astronomes & Philosophes, qu'une Planete du second ordre qui fait sa révolution autour de la Terre, & doit être assujettie à d'autres loix dans ses mouvemens.

Le vrai lieu du Nœud des Planetes sur l'Ecliptique à l'égard du Soleil étant connu, on a cherché le tems où ces Planetes, vues du Soleil, devoient être à la distance de 90° de ces Nœuds; & observant pour-lors leurs latitudes vues de la Terre, on les a réduites à leurs latitudes vues du Soleil, qui mesurent alors l'inclinaison de leurs Orbites à l'égard du plan de l'Ecliptique.

Enfin, comme on s'est apperçu, par la comparaison des Observations anciennes avec les modernes, que les Nœuds des Planetes & les termes de leurs plus grandes latitudes ne répondoient pas toujours aux mêmes degrés de l'Ecliptique, on a comparé la situation de ces Nœuds observée en divers tems les plus éloignés les uns des autres qu'il a été possible, & on en a déduit la quantité de leurs mouvemens, dont les Astronomes ne sont pas bien d'accord ensemble, tant à cause de la lenteur de ce mouvement, qu'à cause du dé-

faut d'exactitude dans les observations anciennes que l'on employe pour les déterminer.

L'on suppose pour cette recherche, en premier lieu, que les orbites des Planetes conservent toujours la même inclinaison à l'égard du plan de l'Ecliptique qu'elles coupent en des points diamétralement opposés. En second lieu, que ces points d'interfection ou Nœuds s'avancent suivant la suite des Signes uniformément, c'est-à-dire, dans la proportion des tems qui se sont écoulés entre les observations.

Ces deux suppositions doivent être admises dans le système de Tycho, parce que dans cette hypothese les Planetes principales faisant leur révolution autour du Soleil, pendant que cet astre tourne autour de la Terre sur le plan de l'Ecliptique, ce plan auquel se rapporte le mouvement de tous les corps célestes, doit être considéré comme fixe & immobile.

Il ne paroît pas qu'il en soit de même dans le système de Copernic. Le Soleil y est placé au centre du Monde, & c'est autour de cet astre que toutes les Planetes du premier ordre, y compris la Terre, font leurs révolutions suivant une règle constante observée par Kepler entre leurs distances & la quantité de leurs mouvemens; de sorte que dans cette hypothese, l'Ecliptique n'est que l'Orbite de la Terre qui se trouve inclinée diversément aux Orbites des autres Planetes, sans qu'on voye plus de raison pour faire mouvoir les Orbites des autres Planetes  
autour

autour de la Terre, que l'Orbite de la Terre autour de celle d'une autre Planete ou d'un plan queleonque pris à volonté.

Il doit cependant résulter de ces divers mouvemens des apparences bien differentes ; car si au-lieu de supposer que les Orbites des Planetes se meuvent autour du plan de l'Ecliptique avec des degrés égaux de vitesse & une inclinaison constante, comme on l'a fait jusqu'à présent ; on leur attribue un mouvement uniforme autour d'un autre plan à l'égard duquel elles conservent une même inclinaison, on appercevra des inégalités dans le mouvement de leurs Nœuds sur l'Ecliptique, de même que des variations dans les inclinaisons de leurs Orbites.

Comme, par les raisons que nous venons d'exposer, il n'y a rien qui doive faire préférer l'Orbite d'une Planete à celle d'une autre pour y rapporter leurs mouvemens, il paroît qu'il est plus convenable de les considérer toutes, sans en excepter l'Orbite de la Terre, par rapport à l'Equateur de la révolution du Soleil autour de son axe, que l'on peut avec beaucoup de vraisemblance regarder comme le principe de la direction du mouvement des Planetes.

Nous nous conformons en cela au sentiment de Kepler, qui, quoique la révolution du Soleil autour de son axe ne fût pas encore connue, ne laissa pas de juger que cet astre tournoit autour d'un axe qui lui étoit particulier, & qu'à distance égale des deux poles du Soleil il y avoit une Ecliptique fixe à l'égard de laquelle les Orbites des Planetes, y

compris celle de la Terre, étoient inclinées, & avoient chacune un mouvement particulier.

La révolution du Soleil autour de son axe, les Nœuds de son équateur avec l'Ecliptique & son inclinaison, que Kepler avoit déduits de diverses conjectures, & qu'il n'avoit déterminés qu'imparfaitement, étant présentement connus depuis la découverte des Taches dans le Soleil, nous sommes plus en état que lui d'examiner ce qui doit résulter du mouvement de l'Orbite de la Terre autour de l'Ecliptique.\*

Par l'observation assidue des Taches du Soleil, on a remarqué qu'elles paroissent décrire sur le disque du Soleil, tantôt des lignes droites, tantôt des lignes courbes ou Ellipses plus ou moins étroites, & qu'après avoir fait une révolution autour du Soleil dans l'espace de 27 jours  $\frac{1}{2}$  ou environ, elles retournent aux mêmes endroits où l'on avoit commencé à les appercevoir. On a aussi reconnu par la variété des apparences qu'elles forment sur le disque du Soleil où elles paroissent larges vers le milieu de ce disque, & étroites vers les bords, qu'elles étoient adhérentes à sa surface, & qu'ainsi le mouvement qu'on y appercevoit, devoit s'attribuer à celui du Soleil autour de son axe. Pour déterminer la position de cet axe, on a observé les tems où ces Taches paroissent décrire des lignes droites, ce qui arrive lorsque le Soleil est au 10°. degré des Gemeaux & du Sagittaire, avec la différence que lorsqu'il étoit dans la première de ces situations, ces  
lignes.

Figures s'élevoient vers le Septentrion à l'égard de l'Ecliptique, & que dans la seconde elles s'abbaïssôient vers le Midi, avec une inclinaison de part & d'autre de  $7^{\text{d}} \frac{1}{2}$ , d'où l'on a conclu que le Nœud Boréal de l'équateur du Soleil répondoit au  $10^{\text{e}}$ . degré des Gemeaux, & le Nœud austral au  $10^{\text{e}}$ . degré du Sagittaire, & que cet équateur étoit incliné à l'Ecliptique de  $7^{\text{d}} \frac{1}{2}$ . Enfin l'on a remarqué que lorsque le Soleil étoit au  $10^{\text{e}}$ . degré des Poissons & de la Vierge, les Ellipses que décrivôient les Taches étoient dans leur plus grande largeur, de maniere cependant que dans la premiere de ces positions, la convexité de cette Ellipse regardoit le Septentrion, & que dans la seconde elle étoit tournée vers le Midi, d'où l'on a reconnu que le pole boréal du Soleil répondoit au  $10^{\text{e}}$ . degré des Poissons, & le pole austral au  $10^{\text{e}}$ . degré de la Vierge.

Suivant ces Elémens, on déterminera le lieu des Nœuds de l'Orbite de chaque Planete à l'égard de l'équateur de la révolution du Soleil & son inclinaison, en cette maniere.

\* Soit  $ABD$  l'Ecliptique,  $DAC$  l'équateur du Soleil qui lui est incliné de  $7^{\text{d}} \frac{1}{2}$ , & la coupe en  $A$  au  $10^{\text{e}}$ . degré des Gemeaux;  $B$  le lieu du Nœud boréal d'une Planete sur l'Ecliptique, telle, par exemple, que Saturne qui est en  $66^{\text{d}} 22^{\text{d}} 56' 0''$ , plus avancé de  $42^{\text{d}} 56'$  que le lieu du Nœud de l'équateur du Soleil.

On fera l'angle  $ABC$  de  $20^{\text{d}} 30' 35''$  égal à l'inclinaison de l'Orbite de la Planete à l'égard

\* Fig. 1.

gard de l'Ecliptique, & on prolongera  $BC$  jusqu'à ce qu'il rencontre l'équateur du Soleil en  $C$ ; l'arc  $BC$  représentera l'Orbite de Saturne, & le point  $C$  le lieu de son Nœud à l'égard de l'équateur du Soleil  $DAC$ , qui est austral ou descendant, à cause que la Planete passe de la partie septentrionale de l'équateur du Soleil à sa partie méridionale; l'angle  $ACB$  mesurera aussi l'inclinaison de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'équateur que l'on trouvera de même que le lieu de son Nœud. Car dans le triangle sphérique  $BAC$ , l'arc  $BC$ , distance du Nœud de la Planete au Nœud de l'équateur du Soleil, étant connu de  $42^{\text{d}} 56'$ , l'angle  $ABC$  inclinaison de l'Orbite de la Planete à l'égard de l'Ecliptique de  $2^{\text{d}} 30' 35''$ , & l'angle  $BAD$  inclinaison de l'équateur du Soleil à l'égard de l'Ecliptique de  $7^{\text{d}} 30'$ , ou son supplément  $BAC$  de  $172^{\text{d}} 30'$ , on trouvera l'angle  $BCA$  qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Saturne à l'équateur du Soleil de  $5^{\text{d}} 54' 57''$ , & l'arc  $AC$  distance du Nœud de cette Planete au Nœud de l'équateur du Soleil de  $16^{\text{d}} 50' 30''$ , qui étant retranchés du  $10^{\text{e}}$ . des Gemeaux, donnent le lieu du Nœud de l'Orbite de Saturne à l'égard de l'équateur du Soleil en  $\Upsilon$   $23^{\text{d}} 9' 30''$ .

Pour une plus grande exactitude, on réduira l'arc  $AC$  qui est de  $16^{\text{d}} 50' 30''$  à l'Ecliptique, pour avoir l'arc  $AE$  de  $16^{\text{d}} 43' 13''$ , qui étant retranché du  $10^{\text{e}}$ . degré des Gemeaux, donne le lieu du Nœud de l'Orbite de cette Planete sur l'équateur du Soleil, réduit à l'Ecliptique, en  $\Upsilon$   $23^{\text{d}} 16' 43''$ .

On



On trouvera de la même manière les Nœuds des autres Planetes & l'inclinaison de leurs Orbites à l'égard de l'équateur du Soleil, tels qu'on les a marqués dans la Table suivante, où l'on voit que l'inclinaison de Jupiter à l'égard de l'Ecliptique, qui est de  $1^{\text{d}} 19' 39''$ , la plus petite de celles qu'on observe dans les Planetes, se trouve à l'égard de l'équateur du Soleil de  $6^{\text{d}} 22'$ , la plus grande de celles que l'on a calculées; & que tout au contraire l'inclinaison de Mercure à l'égard de l'Ecliptique qui est de  $6^{\text{d}} 55'$  plus grande que dans les autres Planetes, se trouve à l'égard de l'équateur du Soleil de  $3^{\text{d}} 10' 6''$  plus petite que toutes les autres, en sorte néanmoins que de la plus grande à la plus petite inclinaison des Planetes à l'égard de l'équateur du Soleil, il y a une différence beaucoup moindre que par rapport à l'Ecliptique.

Pour ce qui est du Nœud des Planetes sur l'équateur de la révolution du Soleil, ils se trouvent rangés en sens contraire à l'égard de l'Ecliptique, ceux qui étoient plus à l'Orient étant vers l'Occident, & ceux qui étoient vers l'Occident se trouvant à l'Orient. Il faut seulement remarquer que le lieu du Nœud des Orbites des Planetes, y compris celle de la Terre, à l'égard de l'équateur du Soleil, est Austral, au lieu qu'il est Boréal par rapport à l'Ecliptique.

|           | INCLINAISON<br>des<br>Orbites des Planetes. |                                             | LIEU DU NOEUD<br>des<br>Orbites des Planetes.<br>en 1700. |                                            | MOUVEMENT<br>des Noeuds des Planetes. |                                    |                                             |  |
|-----------|---------------------------------------------|---------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|--------------------------------------------|---------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------------|--|
|           | A l'égard<br>de<br>l'Ecliptique.            | A l'égard<br>de<br>l'Equateur<br>du Soleil. | Sur<br>l'Ecliptique<br>Boreal.                            | Sur<br>l'Equateur<br>du Soleil<br>Austral. | Sur<br>l'Ecliptique.                  | A l'égard<br>des Etoiles<br>fixes. | A l'égard<br>de<br>l'Equateur<br>du Soleil. |  |
| SATURNE.. | 2 <sup>d</sup> 30' 25"                      | 5 55 0'                                     | 66 22 <sup>d</sup> 56'                                    | 23 <sup>d</sup> 17'                        | 59" dir.                              | 8" dir.                            | 6" retr.                                    |  |
| JUPITER.. | 1 19 39                                     | 6 22 0                                      | 66 8 0                                                    | 4 24                                       | 24 dir.                               | 27 retr.                           | 8 dir.                                      |  |
| MARS....  | 1 50 54                                     | 5 50 0                                      | 7 17 45                                                   | 16 50                                      | 36 dir.                               | 15 retr.                           | 4 dir.                                      |  |
| LA TERRE. | 3 0 0                                       | 7 30 0                                      | II 10 0                                                   | II 10 0                                    | 51 dir.                               | 0 retr.                            | 0                                           |  |
| VENUS...  | 3 27 5                                      | 4 6 0                                       | II 14 19                                                  | 6 25                                       | 34 dir.                               | 17 retr.                           | 12 dir.                                     |  |
| MERCURE.  | 6 55 0                                      | 3 10 6                                      | 7 15 9                                                    | 6 16 7                                     | 47 dir.                               | 10 retr.                           | 4 dir.                                      |  |

A l'égard du mouvement annuel des Noeuds des Planetes sur l'Ecliptique, nous trouvons celui de Saturne de 0' 59", de Jupiter de 24", de Mars de 36", de Venus de 34", & de Mercure de 41". Mais il faut considérer que suivant le système de Copernic, les Etoiles que l'on nomme fixes, à cause qu'elles gardent

toujours entre elles la même situation, sont réellement immobiles & invariables dans le Ciel, & que le mouvement que l'on y apperçoit par la succession des tems n'est qu'apparent, produit par celui de l'axe de la Terre autour des pòles de l'Ecliptique de l'Orient vers l'Occident. Il en est de même de tout autre point fixe dans le Ciel; ainsi si l'on suppose les Nœuds des Planetes immobiles, on doit y appercevoir un mouvement apparent semblable à celui des Etoiles fixes & d'une égale quantité; & s'ils sont mobiles, leur mouvement apparent doit être plus grand ou plus petit que celui des Etoiles fixes. Leur mouvement vrai est donc mesuré par la différence entre leur mouvement apparent & celui qu'on attribue aux Etoiles fixes. Il est direct, lorsqu'il excède  $51''$ ; & rétrograde, lorsqu'il est moindre.

Dans cette hypothese, le mouvement vrai des Nœuds de Saturne, qui, suivant les observations des Caldéens comparées aux nôtres, est de  $59''$  suivant la suite des Signes, n'est seulement que de  $8''$  du même sens; & il est nul ou insensible suivant les observations de Ptolémée, qui ne donnent que de  $51$  minutes.

A l'égard du mouvement des Nœuds de l'Orbite de Jupiter, que l'on a trouvé de  $24''$ , il est réellement rétrograde de  $27''$ . On observe une semblable rétrogradation dans les Nœuds des autres Planetes, dont le mouvement apparent est moindre de  $51''$ , & dont le vrai mouvement est par conséquent rétro-

G G

grade

grade, dans Vénus de  $17''$ , & dans Mercure de  $10''$ .

L'inclinaison des Orbites des Planetes à l'égard de l'équateur du Soleil, la situation de leurs Nœuds sur cet équateur, & leur mouvement par rapport à l'Ecliptique étant ainsi connus, il conviendrait présentement de déterminer la quantité du mouvement de ces Nœuds à l'égard de l'équateur du Soleil. Mais cette recherche demande que l'on soit assuré si les Nœuds de l'Orbite de la Terre sont fixes sur l'équateur du Soleil, & de la quantité de leur mouvement, s'ils sont mobiles; ce que l'on n'a pas pu encore reconnoître, à cause que la révolution du Soleil autour de son axe ne se peut déterminer que par le moyen de ses Taches, & que leur découverte n'étant que de puis l'invention des Lunettes, on n'a pas eu jusqu'à présent d'intervalle assez grand pour pouvoir discerner s'il y a quelque mouvement dans les Nœuds de l'Ecliptique à l'égard de l'équateur du Soleil.

Au défaut de cette connoissance, nous avons supposé que les Nœuds de l'Ecliptique ou de l'Orbite de la Terre à l'égard de l'équateur du Soleil sont immobiles, c'est-à-dire, suivant qu'on l'a remarqué ci-dessus, que son mouvement apparent est de 51 secondes, égal à celui des Etoiles fixes, & moyen entre ceux que divers Astronomes ont attribués à ceux des autres Planetes; & supposant le mouvement de leurs Nœuds à l'égard de l'Ecliptique, tel qu'il est marqué ci-dessus, on a calculé le mouvement de leurs Nœuds à l'égard de l'équateur du Soleil dans l'intervalle de

de 1200 années avant ces tems-ci, c'est-à-dire, vers l'an 500, où l'on a diverses observations de conjonctions de Planetes avec les Etoiles fixes, qui ont servi à déterminer leurs Nœuds.

Suivant cette supposition, on a trouvé que le mouvement des Nœuds de Saturne, qui étoit de 8" direct sur l'Ecliptique, se trouvoit rétrograde sur l'équateur du Soleil de 6"; que tous les autres au contraire qui étoient rétrogrades sur l'Ecliptique, se trouvent directs sur l'équateur du Soleil, savoir celui de Jupiter de 8", celui de Mars de 4", celui de Vénus de 12", & celui de Mercure de 4".

En comparant les divers mouvemens des Nœuds des Orbites des Planetes tant sur l'Ecliptique que sur l'équateur du Soleil, de la manière que nous venons de les déterminer, il paroît qu'ils sont plus uniformes sur l'équateur du Soleil, puisque du plus grand au plus petit il n'y a qu'une difference de 18", au-lieu que sur l'Ecliptique elle est de 35"; ce qui rend l'hypothese du mouvement des Planetes sur l'équateur du Soleil plus vraisemblable que sur l'Ecliptique.

Si au-lieu du mouvement des Nœuds que nous avons trouvé par nos observations, on avoit employé ceux qui sont dans les Tables de divers Astronomes, comme par exemple de M. de la Hire, où le mouvement vrai du Nœud de Saturne à l'égard des Etoiles fixes est de 21" direct, celui de Jupiter de 37" rétrograde, celui de Mars de 14" rétrograde, celui de Vénus de 5" rétrograde, & celui de Mercure de 34" direct, on auroit trouvé leurs

mouvemens vrais à l'égard de l'équateur du Soleil assez differens de ceux que l'on avoit déterminés ci-dessus: ce qui fait voir combien il est difficile de fixer la quantité dont les Nœuds des Orbites des Planetes se meuvent à l'égard de l'équateur du Soleil.

On remarquera ici que le mouvement des Nœuds de l'Orbite de Mercure que nous avons déterminé de  $10''$  rétrograde, se trouve, suivant les Tables de M. de la Hire, de  $34''$  direct; & qu'ainsi, si l'on supposoit le Nœud de cette Planete immobile, le mouvement apparent qui en résulte se trouveroit entre ces différentes déterminations: ce qui pourroit donner lieu de conjecturer que le mouvement que l'on a apperçu jusqu'à présent dans les Nœuds des Orbites des Planetes n'est qu'apparent, produit de même que les Etoiles fixes par le mouvement de l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique; & que les differences qu'on y a observées doivent être attribuées au défaut d'exactitude des observations que l'on a employées pour déterminer leurs situations.

Si cependant on juge, comme il y a bien de la vraisemblance, qu'il y ait quelque réalité dans ce mouvement, & que l'Orbite de la Terre n'en soit pas exempte, il suit que les Etoiles fixes doivent paroître changer de latitude dans la succession de tems. Car soit  $ABDC^*$  le plan de l'équateur de la révolution du Soleil autour de son axe, dont le pole boréal est en  $S$ ;  $ANCL$ , le plan de l'Eclip,

l'Ecliptique qui lui est incliné de  $7^{\text{d}}\frac{1}{2}$ , de manière qu'il conserve toujours à son égard la même inclinaison avec un mouvement direct ou rétrograde, de telle quantité qu'on le jugera à propos; *E* le pôle boréal de l'Ecliptique projeté sur le plan de l'équateur du Soleil, placé à la distance de  $7^{\text{d}}\frac{1}{2}$  du point *S*. Le pôle boréal de la révolution du Soleil répondant, comme on l'a marqué ci-dessus, au  $10^{\text{e}}$ . degré des Poissons à l'égard du pôle *E* de l'Ecliptique, le pôle boréal de l'Ecliptique répondra au  $10^{\text{e}}$ . degré de la Vierge, & par la même raison, le Nœud boréal de l'Ecliptique sera au  $10^{\text{e}}$ . degré du Sagittaire, opposé au Nœud boréal de l'équateur du Soleil qui coupe l'Ecliptique au  $10^{\text{e}}$ . degré des Gémeaux.

Si l'on suppose présentement que ce Nœud ait rétrogradé d'un Signe par un mouvement qui lui est propre, le pôle boréal de l'Ecliptique qui est toujours éloigné de 3 Signes de son Nœud aura aussi rétrogradé d'un Signe, & répondra au point *F*, éloigné du point *E* de l'arc *EF*, de 30 degrés. Si donc l'on suppose une Etoile fixe placée d'abord en *E* au pôle de l'Ecliptique; lorsque ce pôle sera parvenu de *E* en *F*, elle en sera éloignée de l'arc *EF* qui mesure sur un grand cercle le complément de sa latitude qui ira en augmentant jusqu'à ce que ce pôle, après avoir fait une demi-révolution, soit arrivé en *G* où il sera éloigné de l'Etoile fixe de 15 degrés d'un grand cercle, qui sont mesurés par le double de la distance *SE* du pôle de l'Ecliptique au pôle de l'équateur du Soleil, de la même manière que dans le système de Copernic, une Etoile placée dans le

pôle.

pole du Monde, paroît s'en éloigner, par la succession des tems, d'une quantité qui monte à 47 degrés, & est mesurée par le double de la distance du pole de l'Equinoctial au pole de l'Ecliptique.

On verroit les mêmes apparences dans une Etoile placée dans l'un des Nœuds de l'Ecliptique avec l'équateur du Soleil, comme en *A*, qui, lorsque le plan de l'Ecliptique auroit été transporté de *L A N* en *K B K*, à la distance d'un Signe, paroîtroit s'être éloignée d'une quantité *AI* proportionnée à l'inclinaison de l'Orbite de la Terre, que l'on trouvera être de 1<sup>d</sup> 52' 30" dans l'espace d'environ 2100 ans.

C'est conformément à cette hypothèse, que Kepler\* explique les variations que Tycho avoit observées dans les latitudes des Etoiles fixes, où il avoit remarqué que celles qui étoient placées vers le point du Solstice d'Été, étoient de son tems plus près du pole de l'Ecliptique que du tems de Timocharis & de Ptolémée; que les Méridionales qui répondoient au même point de l'Ecliptique s'en approchoient; que le contraire arrivoit vers le point du Solstice d'Hiver, & qu'on ne trouvoit aucune différence sensible dans la latitude des Etoiles qui répondoient au point du Bélier & de la Balance. Il donne aussi la raison des variations qu'il jugeoit avoir trouvées dans l'obliquité de l'Ecliptique, en supposant outre cela que l'axe de la révolution de la Terre a une inclinaison constante

\* *Liv. 7. p. 212.*



à l'égard de celui de la révolution du Soleil ; c'est-à-dire, que le cercle sur lequel le pôle du Monde se meut à l'égard des Étoiles fixes, a pour centre le pôle de la révolution du Soleil. En second lieu, que le pôle de l'Ecliptique ou de l'Orbite de la Terre se meut avec plus de vitesse contre la suite des Signes, que les pôles de l'Equinoctial terrestre.

Comme on ne connoissoit point encore la quantité de l'inclinaison de l'axe de l'Ecliptique à l'égard de l'équateur du Soleil, ni le lieu de ses Nœuds, Kepler \* détermina cette inclinaison de  $1^{\text{d}} 47' 40''$ , ce qu'il ne donne que comme des conjectures qu'il a déduites de diverses raisons de convenance ; & ayant fixé une époque au tems de la création du Monde où cette obliquité étoit de  $24^{\text{d}} 17' 40''$ , moyenne entre la plus grande & la plus petite, auquel tems les pôles de la Terre étoient, selon lui, à égale distance du pôle de l'équateur du Soleil & du pôle de l'Ecliptique ; il trouve que cette obliquité a dû diminuer, ce qu'elle continuera de faire jusqu'à ce qu'elle soit réduite à  $22^{\text{d}} 30'$ , après quoi elle augmentera jusqu'à ce qu'elle soit parvenue à la quantité de  $26^{\text{d}} 5' 20''$ .

A l'égard des Nœuds de l'Orbite de la Terre, il trouve † que celui qui étoit ascendant répondoit vers le Signe du Capricorne, & le Nœud descendant vers le Signe de l'Ecrevissé ; que le terme boréal est vers le Bélier, l'austral vers la Balance, ce qui ne s'éloigne pas beaucoup de celui que l'on trouve présentement.

\* *Liv. 7. p. 917.*

† *p. 915.*

sentement par l'observation des Taches.

Pour nous qui connoissons plus précisément que Kepler la quantité de l'inclinaison de l'Ecliptique à l'égard de l'équateur du Soleil & le lieu de ses Nœuds, nous avons cru devoir examiner si ce qui résulte du mouvement de l'Orbite de la Terre autour de l'équateur de la révolution du Soleil, s'accorde aux observations des Etoiles fixes.

On considérera pour cet effet, que l'Orbite de la Terre étant emportée contre la suite des Signes de l'Orient vers l'Occident, autour des poles de l'équateur du Soleil, le pole *E* de l'Ecliptique, aussi-bien que le pole *P* de l'Equinoctial de la Terre, conservant entre eux la même situation, doivent se mouvoir dans le même sens autour des poles de l'équateur du Soleil, sans cependant avoir aucun mouvement apparent, parce qu'étant immobiles l'un à l'égard de l'autre, ils répondent toujours aux mêmes points du Zodiaque. A l'égard des Etoiles fixes, elles doivent toutes, sans en excepter celles qui sont aux poles de l'Ecliptique, paroître avoir un mouvement en sens contraire, & d'une égale quantité, suivant la suite des Signes.

Ainsi, si l'on suppose le mouvement de l'Orbite de la Terre autour de l'équateur du Soleil, égal précisément à celui que l'on attribue aux Etoiles fixes, mais en sens contraire; il n'est nullement nécessaire d'attribuer d'autre mouvement à l'axe de la Terre autour des poles de l'Ecliptique, pour représenter leur mouvement en longitude dans l'espace de 25000 ans; mais on appercevra, comme  
on

on l'a remarqué ci-dessus, un mouvement dans leur latitude, différent en différentes Etoiles, suivant la situation où elles se trouvent à l'égard des poles de l'Ecliptique, & qui, dans les mêmes Etoiles, sera tantôt plus prompt, tantôt plus lent, suivant qu'elles s'éloignent plus ou moins de l'interfection de l'Ecliptique avec l'équateur du Soleil.

Une Etoile, par exemple placée en *E* au pole de l'Ecliptique, à la distance de  $23^{\text{d}} 30'$  du pole *P* terrestre, & de  $7^{\text{d}} 30'$  du pole *S* de l'équateur du Soleil; lorsque le pole *E* de l'Ecliptique se sera avancé d'un degré de *E* en *O*, contre la suite des Signes, dans l'espace de 70 ans, paroîtra s'en être éloignée de l'arc *EO* qui mesure le complément de sa latitude, qui est d'un degré sur le petit cercle *EF**G*, & que l'on trouvera de  $7^{\text{h}} 30'$  d'un grand cercle qui mesurera le complément de sa latitude, qui sera par conséquent de  $89^{\text{d}} 52^{\text{h}} 30''$ . Il en est de même de toute autre Etoile placée sur la ligne *EF**C*, dont la longitude répond au  $10^{\text{e}}$  degré des Gemeaux & du Sagittaire, à quelque distance qu'elle se trouve de l'Ecliptique. Car le pole *E* de l'Ecliptique, par son mouvement d'Orient en Occident, s'approchant de celles qui sont au  $10^{\text{e}}$  degré des Gemeaux, & s'éloignant de celles qui se trouvent au  $10^{\text{e}}$  degré du Sagittaire, suivant la même direction; on doit y appercevoir un mouvement en latitude sensiblement égal à celui du mouvement des poles de l'Ecliptique, qui, comme on l'a dit, est de  $7^{\text{h}} 30'$  en 70 ans.

On ne doit point appercevoir les mêmes  
 varia-

variations dans les Etoiles placées dans les Signes de la Vierge ou des Poissons, comme en  $H$  & en  $M$ , pourvu qu'elles soient éloignées de plusieurs degrés du pole de l'Ecliptique. Car ce pole étant, par exemple, parvenu de  $E$  en  $F$ , la distance  $FH$  ou  $FM$  des Etoiles fixes à ce pole, qui mesure le complément de leur latitude, ne differe pas sensiblement de la distance  $EH$  ou  $EM$  de ces Etoiles au pole de l'Ecliptique lorsqu'il étoit en  $E$ . Dans les autres situations des Etoiles, entre le lieu des Nœuds de l'Ecliptique & des poles, on doit appercevoir des variations dans leur latitude, plus ou moins grandes, suivant que ces Etoiles s'éloignent plus ou moins de ces poles.

Ces variations des Etoiles en latitude ne sont pas les seules qui doivent résulter du mouvement des poles de l'Ecliptique autour de ceux de l'équateur du Soleil; il doit y en avoir aussi dans leur mouvement en longitude, à quoi il ne paroît pas que Kepler ait fait attention. Une Etoile, par exemple, placée au point  $F$ , fort près du pole de l'Ecliptique, & qui se trouve dans la ligne  $EC$  qui répond au 10°. degré des Gemeaux, lorsque ce pole se sera avancé de  $E$  vers  $F$ , paroîtra toujours répondre au même point du Zodiaque, & par conséquent n'aura point eu de mouvement sensible en longitude, pendant que ce pole aura parcouru un ou plusieurs degrés. On appercevroit des variations plus sensibles dans une Etoile placée près du pole de l'Ecliptique entre ce pole & celui de l'équateur du Soleil, comme en  $T$ ; car pendant que  
cette

cette Etoile paroîtroit se mouvoir de l'Occident vers l'Orient, autour des-poles de l'équateur du Soleil de *T* vers *R*, les poles de l'Ecliptique se mouvant en sens contraire de *E* vers *F*, elle paroîtroit avoir un mouvement contraire autour des poles de l'Ecliptique de l'Orient vers l'Occident, dont la vitesse seroit d'autant plus grande que cette Etoile seroit plus près du pole de l'Ecliptique que de l'équateur du Soleil. Dans les autres Etoiles, on appercevroit une variation dans leur mouvement en longitude, suivant les différentes situations où elles se trouveroient à l'égard des poles de l'équateur du Soleil & de ceux de l'Ecliptique; de même que l'on en remarque dans les ascensions droites des Etoiles dont le mouvement surpasse, ou est moindre que celui de leur longitude, & se trouve quelquefois en sens contraire dans les Etoiles situées entre les poles de l'Ecliptique & ceux de l'équateur terrestre.

Voilà ce qui résulte du mouvement des Nœuds de l'Orbite de la Terre égal en sens contraire au mouvement apparent des Etoiles fixes.

Si l'on suppose avec Kepler, que le pole de l'Orbite de la Terre se meut avec plus de vitesse que les poles de la Terre dans un rapport qui est comme 4 à 3, ce qu'il employe pour expliquer la variation de l'obliquité de l'Ecliptique qui résulte des observations anciennes comparées aux modernes, on trouvera à-peu-près les mêmes variations qui, dans certaines Etoiles fixes, peuvent se monter à 2<sup>d</sup> 50' en latitude, pendant que d'autres  
au-

auroient toujours conservé la même; ce que l'on ne peut point concilier avec les observations.

On ne doit donc point admettre cette hypothèse, à moins de supposer que l'Orbite de la Terre ne se meut pas autour de l'équateur de la révolution du Soleil, mais autour d'un autre plan invariable quelconque, moins incliné à l'Ecliptique, à l'égard duquel les Orbites des autres Planetes feroient aussi leurs révolutions; ce qui pourroit avoir quelque vraisemblance, puisque nous voyons que les Nœuds de la Lune ne se meuvent pas autour du plan de l'équateur que la Terre décrit par sa révolution journalière, mais autour du plan de l'Ecliptique qui en décline de plus de 23 degrés.

Cependant comme la Lune n'est qu'une Planete du second ordre, dont les mouvemens ne doivent point être tirés à conséquence pour ceux des Planetes qui font leurs révolutions immédiatement autour du Soleil; nous avons cherché s'il n'y avoit pas d'autre moyen d'expliquer les variations que l'on a pu appercevoir, tant dans la latitude des Etoiles fixes que dans l'obliquité de l'Ecliptique.

Nous supposerons pour cet effet, de même que dans le système de Copernic, que l'axe de la Terre se meut autour des Poles de l'Ecliptique de l'Orient vers l'Occident, mais avec une vitesse un peu moins grande que celle que l'on apperçoit dans le mouvement des Etoiles fixes, de sorte que, par exemple, au-lieu d'un degré en 70 ans, cet axe employe 80 ans à le parcourir. Nous attri-

attribuons en même tems un mouvement dans le même sens, c'est à-dire rétrograde, aux Nœuds de l'Orbite de la Terre autour de l'équateur solaire, mais beaucoup plus lent, qui soit, par exemple, d'un degré en 600 ans, ou de 6" par année.

Par ce mouvement, l'axe de l'Ecliptique sera emporté autour des poles de la révolution du Soleil avec une vitesse égale qui sera aussi de 6" par année sur le petit cercle que cet axe décrit, dont le rayon est de 7<sup>d</sup>. 30'; réduisant ce mouvement à un grand cercle, on aura 45" pour la mesure du mouvement des poles de l'Ecliptique dans le cours d'une année, dont le pole boréal s'approcheroit des Etoiles fixes qui répondent au 10<sup>e</sup>. degré des Gemeaux, c'est-à-dire, du lieu du Nœud austral de l'Orbite de la Terre, pendant qu'il s'éloigneroit de la même quantité des Etoiles qui répondent au Nœud boréal qui est au 10<sup>e</sup>. degré des Poissons; ce qui paroît s'accorder à la remarque de Tycho, que les Etoiles boréales qui répondent au Signe de l'Ecrevisse avoient augmenté de latitude depuis Ptolémée, au-lieu que celles qui répondent au Signe du Capricorne en avoient une moindre, pendant que les Etoiles qui sont vers le commencement du Bélier ou de la Balance ont conservé à-peu-près la même latitude qu'on y avoit observée.

A l'égard de la variation de l'obliquité de l'Ecliptique, il seroit nécessaire pour l'expliquer, au cas que celle qui a été déterminée par Hipparque & Ptolémée fût exacte, de supposer que le pole de l'axe de la Terre n'a point

point participé au mouvement du pôle de l'Ecliptique autour du pôle de l'équateur du Soleil, & qu'ainfi il s'en est trouvé plus proche par la fuite des tems.

Nous n'entreprendrons point ici de faire voir le rapport de cette hypothese avec les observations des Etoiles fixes faites en differens tems, nous nous contenterons de remarquer qu'il y en a beaucoup qui s'y accordent; mais comme il y en a aussi d'autres, quoiqu'en beaucoup moindre quantité, qui s'en éloignent, on ne peut pas encore s'affûrer si ces differences sont réelles, ou si l'on doit les attribuer au défaut d'exactitude des observations anciennes. Il nous suffira d'avoir remarqué ici les lieux où ces differences doivent être les plus sensibles, afin que les Astronomes soient attentifs à les observer; le mouvement des Etoiles fixes à l'égard desquelles on détermine les lieux des Planetes, & l'obliquité de l'Ecliptique à laquelle il est nécessaire de réduire les distances observées, en ascension droite & en déclinaison, devant être considérés comme les principaux fondemens de l'Astronomie, dont il est nécessaire de reconnoître la situation, de même que la quantité de leur mouvement,



→ I  
A  
I

Fig. 2.

Can.  
tre la nece.  
Mém. 174

différens pays : mais il ne dit rien sur les moyens dont on pourra se servir pour faire ces observations.

Le Capitaine Guillaume Dampier, Anglois, à la fin de son second tome du Voyage autour du Monde, a donné un Traité des Vents qui regnent dans toute la Zone torride ; il est très utile pour les grandes Navigations.

Tout ce qu'on trouve, soit dans Rohault, soit dans M. Mariotte, ne sont que des explications générales sur la nature & les causes physiques de l'origine & des variétés des Vents.

En dernier lieu nous avons eu une Dissertation sur les causes & les variations des Vents par le P. Sarrahat, Jésuite, qui a remporté le Prix à l'Académie de Bordeaux en 1730. Mais comme toutes ces réflexions ou Dissertations ont eu pour objet principal la Théorie plutôt que la Pratique, qui n'en peut tirer qu'un léger avantage, j'ai cru n'en pouvoir mieux prouver la certitude, qu'en construisant cinq Machines différentes, dont chacune a des avantages particuliers dans l'usage, pour servir de preuve à ce que nous proposons.

La première, que nous nommons *Anémomètre à levier*, fera connoître la force relative du Vent. Nous parlerons dans sa description d'un Anémomètre décrit par M. Wolf, & de celui que proposa George Leutman.

La seconde, que nous appellons *Anémomètre à fusée*, fera connoître la force absolue du Vent,

Par la troisième Machine, qui est une es-  
pece

pece de Romaine, on pourra peser, pour ainsi dire, la force absolue du Vent, ou la force de son impulsion sur la surface d'un pied quarré.

La quatrième est faite pour l'usage de la Navigation, afin de connoître sur un Vaisseau la vitesse ou la force du Vent sur les Voiles.

Nous réservons pour nos Assemblées particulières la description & l'usage de ces quatre Machines, que le tems ne nous permet pas de donner, & qui nous ont procuré différens moyens pour nous confirmer & nous assurer de la précision de la cinquième Machine qui fait l'objet de ce Mémoire.

Cet Anémometre, que nous nommons *Anémometre à Pendule*, est composé de deux parties qui sont menées par la roue des heures de la Pendule *A* placée entre les deux, & qui va 30 heures. Ce qu'il y a de plus singulier à cet Anémometre, c'est qu'on n'a pas besoin de se tenir auprès pour observer, & qu'on trouve marqué sur le papier tous les changemens qui sont arrivés, soit de direction, soit de vitesse du Vent, l'heure de ces changemens, & la durée de chaque Vent. On verra, par exemple, à quelle heure un Vent a commencé à souffler, son nom ou sa direction, sa vitesse relative, combien il aura continué, & combien il se sera passé de tems sans qu'il y ait eu de Vent. Enfin nous avons tâché de rendre cet Anémometre plus parfait & plus utile que tous ceux qu'on a proposés jusqu'ici, & tel, qu'il nous instruisît de tout ce que nous pouvons avoir besoin & envie de savoir par rapport aux Vents. Il

H 2.

se

se placera dans une chambre ou un cabinet, où il fera ornement, sans qu'on soit obligé de le tenir à l'air.

### DESCRIPTION.

L'Anémometre fait son effet par trois moteurs differens. Le premier est une Pendule ordinaire à secondes & à poids, placée au milieu, dont la roue des heures engraine dans les deux roues (1) & (2), dont l'une est à droite, & l'autre à gauche, par le moyen desquelles les deux cylindres ou bobines (3) & (24) à qui elles correspondent, font également deux tours par heure.

Le second moteur, qui est placé à droite, est une longue tige (4) qui perce le long du mur jusqu'au dessus du toit, portant une girouette (5), dont la grandeur doit être telle, qu'une petite force de Vent puisse faire tourner la tige; & il est important de choisir des endroits où la direction du Vent sur la girouette ne sera pas interrompue par des hauteurs plus grandes que celle de la girouette.

Cette tige entre par son bout d'en-bas dans un cylindre marqué (6), dont les bases ont un pouce & demi de diametre, & la hauteur ou longueur est de 5 à 6 pouces. Ce cylindre porte de haut en-bas 32 chevilles pour servir à marquer les 32 airs ou rums de Vent. Comme cette piece est importante, voici le détail de sa construction.

Nous avons divisé les circonferences des bases du cylindre (6) en 32 parties égales, de façon que les divisions de chaque base se

ré-

répondent directement, & nous avons tiré d'un point à l'autre des lignes droites sur la surface du cylindre; cela fait, nous avons divisé toutes ces lignes ou la longueur du cylindre en 32 parties égales, par des cercles parallèles aux bases du cylindre.

Ayant choisi une de ces lignes droites pour 1<sup>re</sup>, on a marqué un point à son extrémité; l'interfection de la 2<sup>de</sup> ligne & du 1<sup>er</sup> cercle en descendant désigne le 2<sup>d</sup> point, celui de la 3<sup>me</sup> ligne & du 2<sup>d</sup> cercle, dénote le 3<sup>me</sup> point, & ainsi des autres jusqu'au 32<sup>me</sup> point pour les 32 airs de Vent.

La suite de tous ces points forme sur la surface du cylindre une spirale ou helice (7) semblable à un pas de vis: ils sont percés d'un trou pour y loger un des bouts des chevilles, & pour en empêcher le dérangement.

Chaque cheville est fixée par le milieu au bout d'un petit ressort de 9 à 10 lignes de long, & ces ressorts sont arrêtés par deux vis sur la surface du cylindre. L'une de ces vis tient le bout du ressort fixe; & l'autre, en la vissant plus ou moins dans le cylindre, sert à régler la distance convenable dont l'autre bout de chaque cheville, destiné à servir de crayon, doit être écarté du cylindre pour pouvoir glisser & marquer sur le papier sans le déchirer.

Il y a derrière le cylindre (6) trois autres cylindres marqués (3) (8) & (9), ou bobines placées en forme de triangle entre les deux platines de la Machine C.

Une longue bande de papier, large de 5 à 6 pouces, & longue de 18. à 20 pieds, est

d'abord envelopée autour de la bobine verticale marquée (3), cette bande passe sur le cylindre (8) pour être crayonnée par les pointes du cylindre (6) qui se présentent, & va ensuite se rouler autour de la bobine (9).

Le tems qu'il faut pour que toute la bande de papier se déroule d'une bobine sur l'autre est de 30 heures.

C'est le mouvement de la bobine (3) qui occasionne le développement du papier pour aller se rouler sur la bobine (9). Ce mouvement est réglé par le renvoi d'un axe qui a une roue fixe à chaque bout, dont l'une marquée (1) qui a 16 dents, engraine à la roue des heures de la Pendule *A*, & l'autre marquée (10) qui a 32 dents, engraine à une roue (11) de 16 dents, qui est fixe à la bobine (3); par ce moyen cette bobine (3) fait deux tours par heure aussi-bien que la bobine (9), au haut de laquelle est une autre roue (12) qui engraine dans une roue de champ (13) avec une corde & un poids, pour tenir toujours le papier tendu.

Quoique les tours de la bobine (3) se fassent en tems égaux, puisqu'elle est menée par la roue des heures de la Pendule, chaque tour fournit cependant une longueur inégale de papier, suivant qu'il y en a plus ou moins autour de cette bobine.

Pour remédier à cet inconvénient qui nous ôteroit la connoissance de l'heure qu'a commencé un tel Vent, de sa durée & de sa fin, nous avons placé sur la platine d'en-haut marquée *E*, un marteau qui est levé par un double limaçon attaché au bout de la bobine (3),  
&

& qui frappe un coup tous les quarts d'heure contre une pointe qui fait un trou au haut du papier; ainsi on aura les longueurs parcourues par le papier en tems égaux, ou à chaque quart d'heure, qu'on pourra diviser en demi-quarts, & même en minutes, sans erreur sensible.

*Usage de la Machine C.*

Il faut en premier lieu orienter l'Anémomètre, ou connoître le rumb de Vent, vis-à-vis duquel il sera tourné. Supposons ici qu'il sera placé vis-à-vis de l'Ouest, alors la girouette regardant du côté de l'Est, comme si elle étoit poussée par un Vent d'Ouest, l'Aiguille du cadran à Vent *B*, marquera l'Ouest, & la première pointe à ressort du cylindre (6) touchera le papier; ainsi cette 1<sup>re</sup>. pointe dans ce cas sera celle qui marquera toujours l'Ouest sur le papier; & en général la 1<sup>re</sup>. pointe marquera toujours le rumb de Vent vis-à-vis duquel la Machine sera tournée: si elle étoit tournée au Nord, la 1<sup>re</sup>. pointe marqueroit le Nord.

La 2<sup>de</sup>. pointe marquera le rumb suivant; en allant de l'Ouest au Sud, ainsi de suite les autres pointes marqueront les autres airs de Vent dans le même ordre de haut en-bas ou de bas en-haut.

Une ou deux pointes frottent toujours contre le papier: ces pointes ne le déchirent pas, étant arrondies & polies par le bout, & n'appuyant contre qu'autant qu'on veut don-

ner de bande aux ressorts sur lesquels elles sont attachées.

A mesure que le papier se divise, la pointe qui le touche marque un trait en ligne droite ; & pour que le trait soit bien visible, il faut que le papier ait été frotté avec de la poudre de corne de Cerf calcinée & bien porphyrisée ; par ce moyen chaque trait sera semblable à un trait de crayon qu'on pourra effacer aisément, pour faire servir le papier plusieurs fois.

Cette façon de préparer le papier est fort avantageuse, nous la tenons de M. Winslow, & l'on peut s'en servir commodément pour des tablettes de poche.

La Machine étant disposée, comme on vient de l'expliquer, & étant mise en expérience, on trouvera, pour ainsi dire, en écrit sur le papier tout ce qui sera arrivé, l'heure & la durée de chaque Vent qui aura régné, & généralement toutes les variétés qui seront arrivées aux Vents pendant 30 heures.

Car 1°. le tems étant marqué sur le papier, comme nous avons dit, de quart d'heure en quart d'heure, on connoitra le moment qu'une telle pointe a commencé à marquer sur le papier, ou le commencement d'un tel Vent.

2°. La longueur du trait fait par une pointe sur le papier, marquera la durée de ce Vent.

3°. Si deux pointes ont marqué le papier en même tems, c'est signe que le Vent aura été entre ces deux quarts de rumb, en sorte que par-là on aura les demi-quarts de rumb,  
ou



ou les Vents sur les 64 divisions de l'horizon.

4°. Si plusieurs pointes ont marqué, le Vent aura sauté plusieurs rumb.

5°. Si les Vents ont fait, comme l'on dit, le tour du Cadran, toutes les pointes auront marqué de suite, & on saura l'heure de tous ces changemens.

Pour trouver aisément le nom du Vent correspondant à chaque pointe, nous avons fait faire la règle (14), laquelle présente 32 dents à même distance l'une de l'autre que celles qui forment les traits des 32 pointes; les noms des Vents sont écrits vis-à-vis de chaque dent, en sorte qu'il n'y a qu'à présenter cette règle sur le papier de haut en bas, pour savoir tout d'un coup le nom du Vent marqué sur le papier: cette règle ressemble assez à un peigne.

Pour trouver aussi avec facilité la valeur des traits, & comme chaque trait qui marque la durée du Vent, commence & finit rarement aux points qui distinguent les quarts d'heure, & que les intervalles en sont inégaux, nous avons fait faire une règle proportionnelle, pour pouvoir diviser tout d'un coup en 15 minutes, les distances inégales des quarts d'heure: cette règle marquée (47) est faite en triangle isoscele, tronqué par une règle divisée en 15 minutes; de même que la règle qui forme sa base. Ces deux règles sont parallèles, elles ont pour longueur les plus grandes & les plus petites distances que forment sur le papier les points qui marquent les quarts d'heure, & nous avons tendu des foyes d'une division à l'autre. Il est évident

que ces foyes diviseront tous les intervalles moyens entre le plus grand & le plus petit ; ainsi avec cette règle, on connoitra à la minute près, le moment qu'un Vent quelconque a commencé & fini.

Il nous reste présentement à donner la description du troisieme moteur & de ses effets sur la Machine *D*, pour connoitre la force & la vitesse relative du Vent.

Ce moteur *F* qui tourne toujours du même sens, à tel Vent que ce soit, est un Moulin horizontal, appelé communément *Moulin à la Polonoise*, & qu'on place sur le toit.

L'axe de ce Moulin est assez long pour entrer dans le grenier, afin de tenir hors de pluie & de neige, un pignon qui est au bout de cet axe.

Cé pignon marqué (15) qui a 21 ailes, engraine dans la roue (16) de 84 dents, dont l'arbre porte une vis sans fin (17) qui mène la roue (18) de 100 dents ; ainsi le pignon porté par l'axe du Moulin fait 400 tours pour faire faire un tour à la roue de 100 : l'axe de cette même roue de 100 porte une Aiguille qui marque le nombre des tours du Moulin depuis 1 jusqu'à 400, sur un Cadran fixe marqué (19). Nous avons aussi appliqué un limaçon (20) contre la roue (18) pour soulever le levier (21) qui retombe à chaque 400 tours du Moulin, dont nous verrons l'usage ci-après sur la Machine *D* que nous allons décrire.

Cette Machine est placée à gauche de la Pendule ; elle est en partie semblable à la Machine *C*, dont nous venons de donner la  
des-

description; elle porte pareillement trois cylindres ou bobines.

Sur la première bobine à gauche, marquée (22) est roulée une bande de papier de 18 à 20 pieds de long, & large d'un pouce & demi: cette bande passe sur la bobine (23) & vient se rouler sur la bobine (24), allant, comme celle de la Machine C, de gauche à droite. Le tems que toute cette bande emploie pour passer d'une bobine sur l'autre, est de 30 heures; ce mouvement est réglé comme celui de la Machine C, par un renvoi d'un axe portant une roue à chaque bout, dont l'une qui a 16 dents, & marquée (2) engraine à la roue des heures de la Pendule, & l'autre (25) qui a 32 dents, mène la roue (26) de 16, & qui est fixe à la bobine 24, pour lui faire faire un tour par demi-heure.

L'axe de cette bobine est traversé en-bas par une longue goupille marquée (27), laquelle en tournant lève à chaque demi-tour, ou à tous les quarts de tours, un pointeau (28) par la queue qui est en plan incliné, lequel venant à tomber dès que la goupille quitte la queue du pointeau, marque un point au bas de la bande de papier tous les quarts d'heure: par ce moyen, le papier se trouve divisé en tems égaux, par des points de quart d'heure en quart d'heure, & à distance pareille que sur le papier de la Machine C.

Le levier (21) qui est placé vers le Moulin, & dont nous venons de parler, souleve par un cordon ou un fil de léton, un petit marteau (29); & comme ce levier retombe lorsque le limaçon (20) qui le souleve a fait

son tour, ce qui arrive, comme nous avons dit, à chaque 400 tours du Moulin, ce marteau en tombant, frappe sur un pointeau (30) qui marque un point au haut de la bande de papier; ainsi le nombre des tours du Moulin est marqué au haut du papier par des points de 400 en 400 tours, & au-dessous chaque quart d'heure étant aussi marqué par un point, il sera aisé de connoître par le plus ou le moins de points qu'il y aura au haut de la bande de papier, d'un quart d'heure à l'autre, combien de fois le Moulin aura fait 400 tours, & par la distance d'un point à l'autre, on saura,

1°. Si la force ou vitesse relative du Vent a été égale.

2°. Un plus grand nombre de points dans l'espace qui marque un quart d'heure, dénote que plus il y en aura, plus le Vent a eu de force.

3°. Comme il y a toujours une des pointes du cylindre (6) qui crayonne le papier de la Machine C, soit qu'il fasse Vent, ou qu'il n'en fasse point du tout; on regardera le trait comme nul pendant tous les quarts d'heure, ou pendant le tems qu'il n'y aura pas de points marqués au haut de la petite bande de papier de la Machine D.

Une force ou vitesse de Vent quelconque ne pouvant se déterminer que par un nombre d'expériences suivies & répétées, quoique nous en ayons déjà fait une quantité, nous nous proposons de les continuer pour nous en assurer davantage, & nous les donnerons avec la description des autres Anémomètres dont

dont nous avons fait mention au commencement de ce Mémoire.

Avant que de finir, je dois observer qu'il est à propos d'avoir deux Machines pareilles à celles marquées *C* & *D*, afin d'en avoir toujours deux prêtes & garnies de leurs papiers, pour les substituer aux deux autres que l'on ôtera au bout de 24 heures, quand on remontera la Pendule. Il faudra aussi avoir soin de marquer au commencement de chaque papier, l'heure qu'il est à la Pendule, pour trouver, en comparant les deux papiers, toutes les variétés ou tous les changemens de direction, de durée & de vitesse relative de Vents, dont on fera un Etat ou un Journal, comme les Papiers journaux des Pilotes.

On marquera, par exemple, sur une 1<sup>re</sup>. colonne les heures du jour, dans la 2<sup>de</sup>. colonne les noms des Vents qui auront régné, dans la 3<sup>me</sup> leur durée, dans la 4<sup>me</sup> le nombre des tours du Moulin, pour avoir les vitesses relatives, &c.

On pourra joindre à ces observations, celles du Barometre sur la pesanteur de l'air, & même celles sur la température de l'air, en chaud & en froid, en sec & en humide, par le Thermometre & l'Hygrometre.

Les Physiciens savent les relations qu'ont toutes ces choses entre elles, & combien, pour ainsi dire, elles sont dépendantes les unes des autres.

Des observations faites en differens pays, & sur-tout dans les Ports de Mer, seront très avantageuses: on sera en état de faire l'histoire

toire des Vents, de comparer les Vents de Terre aux Vents de Mer, ce qui pourra influer sur la Navigation; & peut-être pourra-t-il résulter de toutes ces observations, des lumieres & des idées plus certaines, pour connoître la cause & l'origine des Vents & des autres Météores.

***NOMS des Pieces qui composent l'Anémomètre à Pendule.***

- A, PENDULE** ordinaire à heure, minute & seconde.
- B, CADRAN** à Vent.
- C, MACHINE** à droite de la Pendule, pour connoître la direction & la durée du Vent.
- D, MACHINE** à gauche de la Pendule, pour connoître la force relative du Vent.
- E, PLATINE** supérieure de la Machine **C**.
- F, MOULIN** à Vent horizontal.
- 1 & 2, ROUES** de 16 dents chacune, menées à droite & à gauche par la roue des heures.
- 3, CYLINDRE** ou Bobine menée par la roue 1.
- 4, LONGUE TIGE** qui va le long du mur gagner le toit, & qui porte par le haut la girouette 5, & par le bas le cylindre 6.
- 5, GIROUETTE.**
- 6, CYLINDRE** qui porte les 32 chevilles,

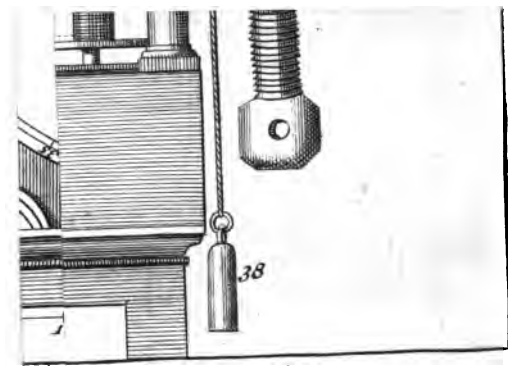
viles, pour marquer sur le papier les  
32 airs de Vent.

- 7, HELICE ou Spirale formée par les  
32 chevilles sur le cylindre 6.
- 8 & 9, CYLINDRES ou Bobines sur lesquelles  
passe & roule le papier de la Ma-  
chine C.
- 10, ROUE de 32 dents sur le même axe  
que la roue 1, qui engraine à la roue  
11 de 16 dents.
- 11, ROUE de 16 dents fixe à la bobine 3.
- 12, ROUE FIXE au-haut de la bobine 9.
- 13, ROUE DE CHAMP menée par la  
roue 12.
- 14, REGLE ou Peigne, pour connoître  
tout d'un coup le nom du Vent.
- 15, PIGNON de 21 ailes fixe à l'axe du  
Moulin.
- 16, ROUE de 84 dents menée par le pi-  
gnon 15.
- 17, VIS SANS FIN sur l'axe de la roue 16.
- 18, ROUE de 100 dents menée par la vis  
sans fin.
- 19, CADRAN fixe divisé en 400.
- 20, LIMAÇON sur la roue 18.
- 21, LEVIER soulevé par le limaçon 20.
- 22, PREMIERE BOBINE à gauche de  
la Machine D, sur laquelle est d'a-  
bord roulée la petite bande de papier.
- 23, BOBINE du milieu sur laquelle passe  
le papier.
- 24, BOBINE sur laquelle la petite ban-  
de de papier s'enveloppe.
- 25, ROUE de 32 dents, fixe sur le même

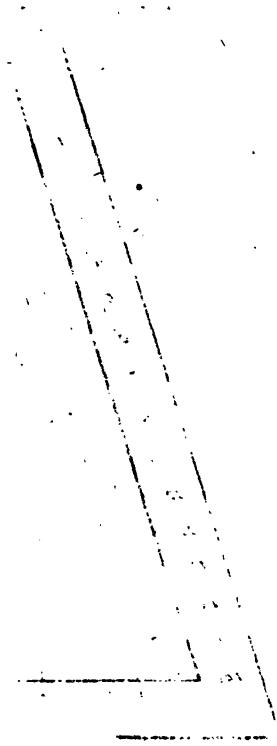
- me axe de la roue 2 , qui est menée par la roue des heures.
- 26, ROUE de 16 dents , fixe sur la bobine 24.
- 27, GOUPILLE qui fait lever le pointeau à queue 29.
- 28, POINTEAU à queue en plan incliné.
- 29, MARTEAU qui frappe à chaque 400 tours du Moulin.
- 30, POINTEAU qui sert à marquer au haut de la petite bande de papier , un point à chaque 400.
- 31, COULISSES avec des vis , pour faire avancer ou reculer les cylindres 8 & 24.
- 32, POINTEAU de la Machine C.
- 33, AIGUILLES portées par les cylindres 3 & 24 , lesquelles marquent les minutes sur les cadrans 34.
- 34, CADRANS divisés en minutes.
- 35, DOUBLE LIMAÇON porté par le cylindre 3 , pour faire battre le marteau 36 à chaque quart d'heure.
- 36, MARTEAU qui frappe son coup à chaque quart d'heure.
- 37, FUSEES sur lesquelles s'envelopent les cordes qui soutiennent les poids pour tenir les papiers tendus.
- 38, POIDS.
- 39, PLATINE supérieure de la Machine D.
- 40, PIGNON au haut de la bobine 22 , qui engraine dans la roue de champ 41 , fixe sur l'axe de la fusée 37.
- 41, ROUE DE CHAMP.

42, COR-





Handwritten text, possibly a signature or date, located in the upper left quadrant of the page.



- 42, CORDES qui tiennent le papier tendu, au moyen des poids.
- 43, REGLE proportionnelle pour connoître les minutes de la durée des Vents.
- 44, ROUES de 30 dents fixes au bas des bobines 3 & 24, pour tenir les papiers en état sur les Machines de rechange, par le moyen d'un verrou.



## DE LA FISTULE LACRYMALE.

Par M. PETIT. \*

**J**E divise ce Mémoire en trois Parties. Dans la première je traite succinctement de l'usage des Larmes ou de la liqueur lacrymale, & des parties qui la filtrent, qui la répandent, qui la rassemblent, & qui la conduisent dans le Nez. Dans la seconde Partie, je tâche de découvrir en quoi la structure de ces organes se trouve changée, lorsqu'il survient fistule; & dans la troisième, je propose la manière de guérir cette maladie, par le moyen d'une opération qui m'est particulière, & qui m'a toujours réussi.

### PREMIERE PARTIE.

Tout le monde fait que le principal usage de la liqueur lacrymale est de mouiller le globe de l'œil & les paupières, pour faciliter la

\* 20. Février 1734.

le mouvement de ces parties. La glande \* *E*, qui filtre cette liqueur, est placée entre la partie supérieure du globe de l'œil & la voûte de l'orbite. En conséquence de cette situation, chaque fois que l'œil se meut, cette glande est légèrement comprimée, les larmes en découlent par plusieurs petits conduits, & l'œil est mouillé. C'est ainsi que le mouvement de l'œil favorise l'écoulement des larmes, & que les larmes, en s'écoulant, facilitent le mouvement de l'œil.

Les conduits excréteurs de la glande lacrymale étant placés sous la paupière supérieure, les larmes qui en découlent, mouillent d'abord la partie supérieure, & ensuite, par leur pente naturelle, elles se répandent universellement sur tout le reste du globe; mais comme l'œil est sphérique, & que le cartilage des paupières est arrondi par le bord qui touche le globe de l'œil, l'angle qui résulte de cet attouchement forme une gouttière à chaque paupière, & ces gouttières † *F*, *F'*, conduisent les larmes vers le grand angle de l'œil. Les larmes peuvent même s'amasser en assez grande quantité dans ces gouttières, sans qu'il s'en répande, parce que le bord extérieur des paupières est enduit d'une humeur grasse, qu'on nomme Chassie; & l'on fait que dans un verre gras, on peut mettre de l'eau beaucoup au-dessus des bords, sans qu'il s'en répande.

Quand les paupières sont ouvertes, & qu'il coule beaucoup de larmes, il en descend par  
gout-

\* Fig. 2.

† Fig. 1.

gouttes de la paupière supérieure à l'inférieure, ce qui forme sur la surface de l'œil autant de ruisseaux; mais quoique ces différens ruisseaux de larmes soient assez près pour se toucher en s'épanouissant en nape, le milieu de chacun de ces ruisseaux en nape, étant plus épais que ses bords, la nape totale qui en résulte ne seroit point d'égale épaisseur par-tout, si la paupière à chaque instant ne s'abbaïsoit, & ne se relevoit subitement. Ces mouvemens presque imperceptibles étendent uniformément les larmes, & rendent la nape totale plus unie, de façon que les rayons visuels n'en souffrent point de réfraction inégale.

Pendant le sommeil, ou quand les paupières sont fermées, comme leur bord interne est arrondi, elles ne se touchent que par leur bord extérieur; alors la gouttière de la paupière supérieure & celle de l'inférieure se touchent, & n'en font qu'une, qui est plus grande, & qui, appuyée sur le globe de l'œil, fait avec ce globe un canal triangulaire, par lequel les larmes coulent de l'angle externe vers l'angle interne. C'est là que les larmes forment une espèce de lac, en remplissant l'espace qui se trouve entre l'angle interne des paupières & le globe de l'œil; car l'angle interne des paupières est éloigné du globe de l'œil, de plus de deux lignes. C'est cette distance qui fait la longueur du lac \* *GI*, où s'assemblent les larmes. Au bord interne de cet espace s'élève un monticule charnu *H*,  
par-

\* Fig. 1.

par-dessus lequel passent les paupieres, lorsqu'elles se ferment. Ce monticule charnu, ou cette caroncule, tient les paupieres soulevées, & empêche qu'en se fermant, elles ne s'approchent du globe, de sorte qu'en cet endroit il reste un espace entre les paupieres & le globe; & cet espace, que remplissent les larmes, fait la profondeur du lac, qui est mesurée par l'élévation de la caroncule. Dans ce lac sont, pour ainsi dire, plongées deux petites ouvertures *AA*, qui sont percées au sommet de deux petits monticules qu'on remarque au grand angle des paupieres, l'un au bord de la paupiere supérieure, & l'autre au bord de la paupiere inférieure. Ces ouvertures nommées Points Lacrymaux, sont les embouchures de deux petits canaux qui s'unissent, & ne forment plus qu'un canal *B*, lequel va s'ouvrir dans le sac lacrymal *C*. Ce sac devient plus étroit, & formant ce qu'on nomme le canal nasal *D*, se prolonge dans le nez, où il dépose les larmes que les points lacrymaux ont pompées dans le lac, où les gouttieres des paupieres les ont conduites.

Les points lacrymaux sont toujours ouverts, parce qu'ils sont cartilagineux; s'ils étoient membraneux, la moindre compression les affaîsseroit, & ils ne seroient pas toujours dans l'état où il convient qu'ils soient, pour recevoir continuellement les larmes, à mesure qu'elles s'assemblent au lac lacrymal. De plus, ces ouvertures sont naturellement tournées du côté de l'œil, & elles s'y tournent encore davantage, lorsque nous fermons l'œil;

de

de maniere qu'elles ne sont point bouchées par l'approche des paupieres.

Quand l'œil est fermé, le point lacrymal supérieur & l'inférieur se touchent, mais sans se boucher l'un l'autre, parce qu'ils ne se touchent que par la portion qui regarde le bord externe des paupieres. Chacun des points lacrymaux se trouve ainsi ouvert à l'extrémité de la gouttiere de la paupiere dans laquelle il est percé, & tous deux sont plongés dans la gouttiere commune, à l'endroit où elle s'élargit pour former le lac.

Après tout ce qui a été dit, on conçoit bien que, pendant que les yeux sont fermés, la gouttiere commune que forme l'approche des paupieres, le lac qui se trouve à son extrémité interne, & tout l'espace qu'il y a entre les paupieres & le globe de l'œil, font un lac commun occupé par les larmes, qui coulent continuellement de la glande lacrymale, & qui se dégorgent par les points lacrymaux dans le sac lacrymal & dans le nez.

Pour connoître quelles sont les forces qui poussent ainsi les larmes dans nez, je commence par supposer les points lacrymaux bouchés, pendant que l'œil est fermé, & je demande ce qui doit arriver, si les larmes coulent toujours entre l'œil & les paupieres. Dans ce cas, les larmes ne pouvant se dégorgier dans le nez, ouvriront les paupieres, & tomberont sur la joue, si l'action des muscles & l'adhésion des paupieres ne sont pas capables de leur résister: or l'on sait que l'action des muscles tient les paupieres rapprochées, & que de plus elles sont collées l'une

à l'autre par la chassie, qui regne sur le bord par lequel elles se touchent; par conséquent, tant que les muscles & cette adhésion seront capables de résister, les larmes rempliront les paupieres, les souleveront, & les écarteront du globe de l'œil sans les ouvrir. Si l'interruption du cours des larmes par les points lacrymaux continue, à la fin les larmes forceront l'adhésion des paupieres, & se répandront sur la joue: mais si, dans le tems même que l'action des muscles & l'adhésion des paupieres sont près de céder à l'effort des larmes, les points lacrymaux viennent à s'ouvrir, alors les larmes ayant leur cours libre par le nez, les paupieres ne seront point forcées de s'ouvrir; au contraire elles pousseront les larmes dans les points lacrymaux, avec toute la force d'un ressort qui se débande.

Ces suppositions ne sont pas inutiles, puisqu'elles font voir que l'action des paupieres peut, au moins dans certains cas, avoir quelque part au passage des larmes par les points lacrymaux: ainsi les paupieres étant fermées, ont avec les larmes action & réaction, c'est-à-dire, que les larmes peuvent soulever les paupieres, & que le ressort des paupieres peut pousser les larmes. Quoiqu'il semble que les paupieres ne peuvent avoir cet usage que pendant le sommeil, cependant si l'on observe bien le mouvement presque imperceptible que font à chaque instant les paupieres; mouvement auquel j'ai déjà donné pour usage d'égaliser & d'applanir les larmes sur la surface du globe; si, dis-je, on observe ce mouvement; on remarquera qu'il n'est pas toujours



jours complet, c'est-à-dire, que toutes les fois qu'il se fait, les paupieres ne se touchent pas exactement; mais que le plus souvent elles se touchent aussi parfaitement que pendant le plus profond sommeil. Il est vrai que cet attouchement ne dure qu'un instant; mais il dure assez pour rapprocher les gouttières, comprimer les larmes, & les pousser dans les points lacrymaux.

Ce mouvement des paupieres est si subit, que quoiqu'on le fasse plusieurs fois pendant la lecture d'un feuillet, cette lecture n'en est point interrompue. Ce mouvement est plus fréquent dans ceux qui ont l'œil larmoyant, que dans les autres; & tout le monde est obligé machinalement de le faire avec plus de force, & de lui donner plus de durée, toutes les fois que l'abondance des larmes excite une certaine sensation qui occasionne ce mouvement; mouvement auquel on ne fait presque point d'attention, quoiqu'on puisse l'observer à chaque instant, tant sur soi que sur les autres.

La seconde cause du passage des larmes, & celle que je regarde comme la principale, c'est la disposition des points lacrymaux, du sac lacrymal, & du canal qui s'ouvre dans le nez.

Il ne faut que jetter les yeux sur la figure 3, qui représente les points lacrymaux *AA*, leur conduit commun *B*, le sac lacrymal *C*, & le canal nasal *D*. Toutes ces parties font une même continuité de canal, qui, par sa figure & son usage, mérite le nom de *Siphon*, & je le nommerai dorénavant le *Siphon lacrymal*. Deux choses sont essentielles à ce siphon, pour

pour qu'il pompe les larmes : la premiere, qu'il soit plein du fluide : & la seconde, que la branche qui trempe dans le fluide, soit plus haute que celle qui le dépose. Soit *AA B* la branche la plus haute du siphon, dont les ouvertures *AA* sont plongées dans le lac lacrymal; & *BCD*, la branche la plus basse qui s'ouvre dans le nez : je dis que ce siphon étant une fois plein de larmes, & les ouvertures *AA* toujours présentes au fluide du lac lacrymal, les larmes couleront sans interruption de la branche la plus haute dans la plus basse; & cela suffit pour que les larmes coulent continuellement dans le nez.

J'ajoute, que comme il y a une liqueur muqueuse, qui mouille toujours la membrane du nez, il y a lieu de croire que l'adhésion des larmes avec ce mucus, doit encore favoriser leur écoulement.

J'aurois encore bien des choses à dire sur l'écoulement des larmes, si je l'examinois dans toutes les attitudes différentes où les yeux peuvent se trouver; mais comme ces recherches curieuses ne sont présentement d'aucune utilité à mon sujet, je passe à la seconde Partie de ce Mémoire.

## SECONDE PARTIE.

*En quoi les Organes qui servent à l'écoulement des larmes sont changés, lorsqu'ils sont attaqués de la Fistule lacrymale.*

J'appelle Fistule, tout ulcère dont l'entrée est étroite & le fond large, dont les bords & les

les environs sont durs & calleux. La fistule lacrymale est un ulcère de cette espèce, qui attaque le siphon lacrymal ; & qui l'ayant percé, permet aux larmes de se répandre sur la joue. Quoique cette description ne puisse convenir qu'à la fistule lacrymale, on appelle cependant de ce nom, deux autres maladies bien différentes, dont l'une est à la vérité lacrymale, mais elle n'est point fistule ; & l'autre est fistule, mais elle n'est point lacrymale.

La première est une petite tumeur, qui s'élève au-dessus du bord de l'orbite, entre l'angle interne des paupières & la racine du nez. Cette tumeur est pour l'ordinaire une suite de l'obstruction du siphon lacrymal du côté du nez ; les larmes que les points lacrymaux y conduisent ne pouvant s'écouler dans le nez, s'accumulent & font effort pour dilater ce siphon ; mais parce que la partie étroite & basse du siphon est renfermée dans un canal osseux, elle résiste, & tout l'effort que font les larmes, se passe sur la partie large appelée sac. Ce sac n'a que sa moitié interne renfermée dans une gouttière osseuse ; l'autre moitié, qui n'est couverte que de membranes, obéit & cède à l'effort des larmes, qui, en s'accumulant en ce lieu, le dilatent, l'étendent, & le poussent au dehors. Quand on comprime cette tumeur, elle disparaît, parce que cette compression oblige les larmes renfermées dans la tumeur, de repasser dans le grand coin de l'œil par les points lacrymaux ; mais quelque tems après elle reparait, à mesure qu'il rentre des larmes à la

*Mém. 1734.* I place

place de celles que l'on a obligé de sortir.

Quoique cette maladie ne soit, à proprement parler, qu'une rétention de larmes, qu'elle ne soit le plus souvent accompagnée ni d'ulcération, ni de dureté, ni de callosité, on lui a cependant donné le nom de *Fistule lacrymale*; peut-être parce qu'elle est souvent la cause de cette fistule; peut-être aussi parce que, lorsqu'on a donné ce nom à cette maladie, ne connoissant pas encore les points lacrymaux, on a pris pour un trou fistuleux, celle de ces ouvertures naturelles par laquelle on voyoit sortir la matiere, à mesure que l'on pressoit la tumeur. Ce qui pouvoit d'autant mieux tromper, c'est que souvent il sort avec les larmes une matiere blanche assez semblable à du pus, ce qui n'est cependant que des larmes qui ont séjourné; & l'on voit même sortir du pus bien formé, dans celles de ces tumeurs auxquelles il est survenu inflammation. Cette maladie, qui n'est point *fistule lacrymale*, doit être nommée *Rétention de larmes*, & l'on ne peut lui refuser ce nom, si l'on fait attention au rapport qu'elle a avec la rétention d'urine. En effet, les points lacrymaux déposent les larmes dans le sac lacrymal, comme les uretères déposent les urines dans la vessie. Le canal nasal conduit les larmes dans le nez, comme l'uretre conduit les urines au dehors. L'obstruction de celui-ci est cause de la rétention des urines dans la vessie; & l'obstruction du conduit nasal, qui empêche les larmes de couler dans le nez, les retient dans le sac lacrymal.

Dans

Dans la première Partie de ce Mémoire, j'ai regardé l'action des paupieres comme une des causes qui obligent les larmes à couler dans les points lacrymaux ; si l'on pouvoit douter de cette vérité, on en trouveroit une preuve bien sensible dans la retention des larmes. En effet, on ne peut pas nier que dans cette maladie, les larmes n'entrent dans le sac lacrymal ; & l'on ne peut pas dire qu'elles y entrent par le mécanisme du siphon lacrymal, puisque ce siphon est bouché : mais comme l'action des paupieres est, dans ce cas, l'unique cause capable de déterminer les larmes à entrer dans les conduits lacrymaux, il en faut nécessairement conclurre que l'action des paupieres est réellement une des causes qui poussent les larmes par les points lacrymaux & dans le sac lacrymal.

L'écoulement des larmes ne se faisant plus du côté du nez, ce sac en est rempli, & par la suite il est si considérablement dilaté, qu'il forme cette tumeur lacrymale du grand angle, que j'ai dit être mal à-propos nommée Fistule lacrymale. Ce qu'il y a de particulier, c'est que la force avec laquelle les paupieres poussent les larmes, & qui paroît peu de chose, soit cependant capable de dilater le sac lacrymal, & de forcer son ressort jusqu'à le percer & le rompre. On seroit étonné de ce fait, si l'on ne savoit que les fluides qui sont poussés par une petite ouverture dans un lieu spacieux, comme dans une vessie, agissent sur chaque partie de cette vessie égale à l'ouverture, avec la même force qui pousse le fluide dans cette ouverture ; de

sorte que si le fluide qui entre a un degré de force, & que la surface de la vessie ait 1000 parties égales à l'ouverture, la vessie sera dilatée par 1000 degrés de force, quoique la liqueur ne soit poussée que par un degré. Ainsi la force, avec laquelle les larmes sont poussées dans les points lacrymaux, sera à celle par laquelle le sac est dilaté, comme le diamètre des points lacrymaux est à la capacité du sac.

Pour que la tumeur causée par la retention des larmes, telle que je viens de la décrire, se change en fistule lacrymale, il faut qu'elle dégénere en ulcere, & que les bords de cet ulcere, & même les environs, durcissent & deviennent calleux. Souvent toutes ces choses se suivent si promptement, qu'on n'a pas le tems d'appercevoir l'ordre de leurs successions; mais il est des cas dans lesquels la lenteur a permis de les examiner. Comme mon dessein n'est pas de traiter à fond cette matière, je me contenterai de rapporter l'ordre ordinaire des principaux changemens.

Les larmes retenues font une tumeur, qui, dans certaines personnes, subsiste pendant plusieurs années, sans leur causer d'autre incommodité que le larmoyement. Ceux qui sont affligés de cette tumeur, sont obligés de la presser plusieurs fois par jour, & elle diminue à proportion de la quantité de l'humeur qui sort par les points lacrymaux. Dans l'espece dont il s'agit, s'il ne sort que des larmes, c'est lorsqu'elles sont douces & sans salure; ce qui fait qu'elles séjournent sans fermenter, & sans causer de douleur, ni d'in-

d'inflammation. D'ailleurs le sac souvent vuïdé par la compression, ne souffre point d'extension extraordinaire; & la tumeur est longtems sans augmenter, sur-tout si le Malade n'a pas naturellement beaucoup de larmes. Il n'en est pas de même de ceux qui ont beaucoup de larmes, ni de ceux en qui les larmes sont salines.

Dans les premiers, le sac se remplit plus souvent que dans les autres, & les Malades sont obligés de le vuider presque toutes les heures. C'est à quoi ils peuvent bien être attentifs pendant le jour; mais la nuit, n'étant point avertis de la nécessité de comprimer le sac, ils l'abandonnent à la puissance des larmes, qui, continuellement poussées dans les points lacrymaux, forcent les parois du sac, le déchirent & le percent à la fin. Les larmes se répandent alors sous la peau des paupieres; & j'ai quelquefois vu paroître au réveil, ces fortes de tumeurs sous la forme d'un œdeme ou d'une bouffissure, qui, par le secours de la compression, diminue & disparoit quelquefois entierement; car cette premiere crevasse n'est pas considérable: mais elle augmente les nuits suivantes; l'œdeme alors est plus considérable, & la compression peut bien le diminuer, mais elle ne peut faire qu'il disparoisse entierement. C'est ainsi que de jour en jour le mal augmente, que l'œdeme s'enflamme, qu'il suppure & forme un ulcere caverneux.

Ceux qui ont les larmes âcres, quoiqu'en médiocre quantité, peuvent, en comprimant pendant le jour, empêcher le séjour des lar-

mes, & par ce moyen éloigner l'inflammation; mais la nuit les larmes séjournent, & par leur âcreté elles irritent, & enflamment le sac, qui est pour-lors d'autant plus susceptible d'irritation, qu'il est plus tendu & plus dilaté par la retention des larmes; le sac enflammé suppure; l'abcès est ouvert, ou s'ouvre de lui-même; & voilà encore un ulcere caverneux, par lequel sortent ensemble & le pus & les larmes. L'un & l'autre, je veux dire le pus & les larmes, par succession de tems endurcissent la peau & les chairs; alors voilà une vraie fistule lacrymale.

La troisieme maladie à laquelle on donne ce nom, est celle que j'ai dit être fistule sans être lacrymale; c'est la suite d'un petit abcès au coin de l'œil, lequel s'ouvre souvent de lui-même; & il devient fistuleux, comme le deviennent les abcès du bord de l'anüs, & plusieurs autres qu'on laisse percer par le pus, & qu'on néglige d'ouvrir. Ce qui a pu faire croire à quelques-uns, que cette fistule est lacrymale, c'est que dès le commencement de la maladie, il y a toujours larmoyement, parce que les points lacrymaux sont si voisins qu'ils sont bouchés par l'inflammation; mais l'abcès étant percé, l'inflammation se dissipe, les points lacrymaux s'ouvrent, & les larmes coulent à l'ordinaire. La fistule dont je veux parler n'est point lacrymale, parce que les larmes ne coulent point par l'ouverture fistuleuse; & elles ne coulent point par cette ouverture, parce que le sac lacrymal n'est point percé, comme j'ai fait voir qu'il l'est dans les deux autres cas.

Com-



Comme ce Mémoire ne renferme point une histoire complète de la Fistule lacrymale, je ne dirai rien des signes qui caractérisent chacune de ces maladies; je passerai même sous silence toutes les causes capables d'obstruer le canal nasal. Il me suffit de faire remarquer que cette obstruction est la principale cause de tous les dérangemens qui arrivent aux organes qui servent à l'écoulement des larmes; & que pour guérir la Fistule lacrymale, ne la regardant que comme une maladie organique, il est essentiel, non seulement d'ouvrir la fistule, mais de déboucher le canal nasal, & de le conserver ouvert après la guérison.

### TROISIEME PARTIE.

#### *De l'Opération de la Fistule lacrymale.*

Ayant passé sous silence les causes premières de cette maladie, je me dispenserai aussi de rapporter les remèdes dont on se sert ordinairement pour combattre ces causes; faisant donc abstraction de tout ce qui peut être étranger à mon sujet, il ne s'agit plus que de rétablir une machine hydraulique dérangée; machine dont on connoit la structure, ainsi que la cause immédiate de son dérangement.

Les larmes ne coulent point dans le nez, elles tombent sur la joue, elles sont retenues dans le sac lacrymal, elles dilatent ce sac, elles y causent tension, inflammation, rupture & fistule. La cause de tous ces effets est l'obstruction du siphon lacrymal. Pour détruire

ces effets, il ne s'agit donc que de déboucher ce siphon, puis les larmes couleront dans le nez; & alors plus de larmoyement, plus de retention de larmes, plus d'inflammation, de rupture ni de fistule.

Pour déboucher ce siphon, je fais une incision au sac lacrymal, j'y introduis une sonde canelée; je la pousse jusques dans la narine, & par ce moyen je débouche le canal. \* La canelure ou gouttière de cette sonde me sert à conduire dans la voye qu'elle vient de retracer, une bougie avec laquelle je tiens ce canal ouvert. Je change tous les jours cette bougie. J'en cesse l'usage, quand je crois que la surface interne du canal est bien cicatrisée; alors les larmes reprennent leur cours naturel de l'œil dans le nez, & la playe extérieure se réunit en deux ou trois jours.

Voilà en peu de mots l'opération que j'ai pratiquée avec succès depuis plusieurs années. Je n'entre point dans le détail du manuel, personne ne doute que la parfaite exécution ne dépende de la dextérité de l'opérateur.

Toute difficile que paroisse cette opération, elle est cependant si simple & si conforme aux loix naturelles, que je me dispenserois d'insister sur les raisons de préférence, si les autres façons d'opérer ne trouvoient encore des partisans; mais comme on ne peut en juger que par comparaison, je vais rapporter succinctement celles de ces méthodes qui sont ou qui ont été les plus usitées.

Avant

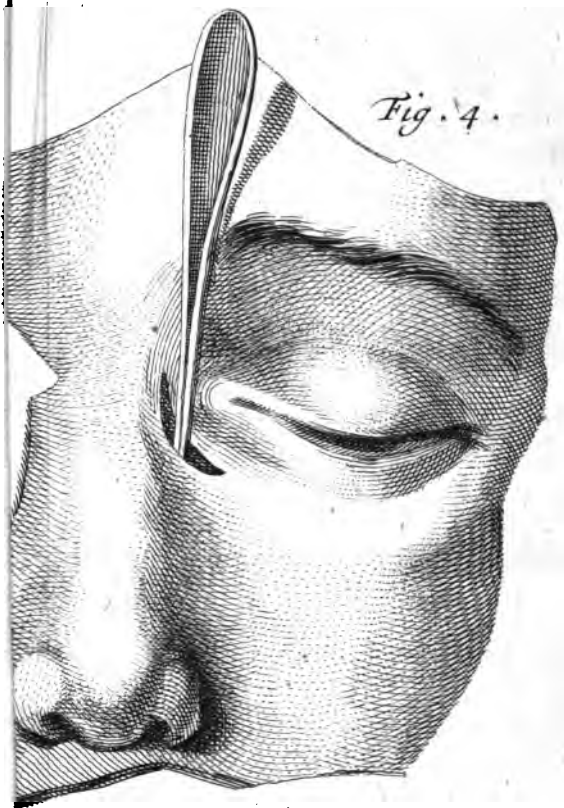
\* Voyez la Fig. 4.

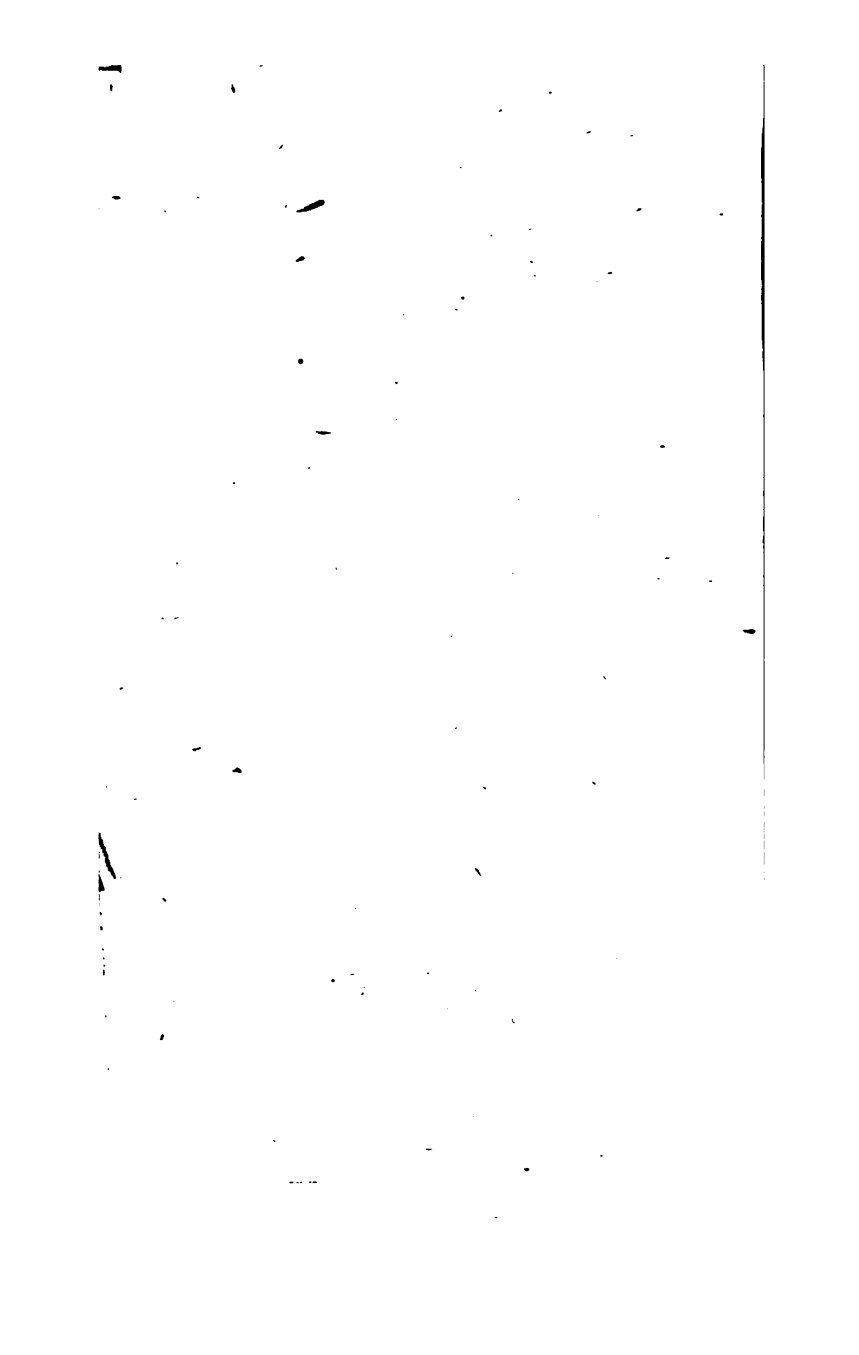
Avant que le Siphon lacrymal fût connu, on se contentoit de faire l'ouverture de la fistule. L'ignorance où l'on étoit sur le mécanisme de cette partie, ne permettoit pas de porter les vues plus loin; aussi ne réussissoit-on pas, à moins qu'il n'arrivât quelqu'un des hazards dont nous parlerons ci-après. Mais il est étonnant que depuis qu'on a connu les points lacrymaux, le sac lacrymal & le canal nazal, on se soit contenté pendant plusieurs années de faire à cette fistule, pour toute opération, une simple ouverture. C'est sans doute parce que l'on ne soupçonnoit pas que l'obstruction du canal lacrymal fût la cause du larmoyement; ceux qui depuis l'ont connu ou soupçonné, ont imaginé de pratiquer un trou, du sac nazal dans le nez, pour ménager le passage des larmes. Ce trou se faisoit à la hauteur des points lacrymaux, soit avec un poinçon, soit avec un fer pointu rougi au feu. Le premier moyen ne réussissoit jamais; & si le second a réussi quelquefois pour la fistule, il restoit toujours un larmoyement. Le poinçon ne faisant son trou qu'en écartant les parties, il devenoit inutile, parce que la réunion s'en faisoit même assez promptement. Le fer rouge faisoit mieux, parce qu'en brulant, il occasionnoit une perte de substance qui laissoit un trou par lequel on espéroit que les larmes se procureroient d'elles-mêmes un passage dans le nez; mais voyant que malgré cela le larmoyement subsistoit, on a cru qu'après la guérison de la fistule, ce trou se bouchoit; & qu'il ne se bouchoit, que parce que l'on ne

l'avoit pas conservé ouvert pendant tout le traitement, ou du moins jusqu'à ce qu'il fût cicatrisé au point que les chairs en croissant ne pussent le boucher. C'est pour cela que depuis on a fait tout ce que l'on a pu pour conserver l'ouverture, soit avec des tentes de linge, soit avec des sondes, ou des canules de plomb, d'or ou d'argent.

J'ai moi-même fait cette opération, & j'étois bien persuadé que le nouveau conduit que j'avois pratiqué s'étoit conservé, puisqu'après la guérison de la fistule, le malade en se mouchant faisoit sortir l'air par les points lacrymaux; cependant je n'eus point la satisfaction d'avoir remédié au larmoyement. Ayant réfléchi sur ce fait, je me persuadai que, pour que les larmes coulassent librement dans le nez, un canal quelconque ne suffisoit pas, & qu'il en falloit un, tel que la Nature nous l'a donné. En effet, en perçant un trou à la hauteur des points lacrymaux, le nouveau canal *AABN* \* abolit la fonction du siphon lacrymal; la longue branche de ce siphon *BD*, devient inutile, & les larmes perdent la pente qui les conduisoit dans le nez. Par mon opération, je ne change point la construction naturelle du Siphon, sa branche inférieure conserve toute sa longueur, & les larmes toute la pente qui les conduit dans le nez.

Si par la méthode ordinaire quelqu'un a paru guéri sans larmoyement, il ne faut point l'attribuer à cette méthode. Il y a des personnes qui ont l'œil moins larmoyant que d'au-





d'autres, & celles-là peuvent bien se passer de quelqu'une des causes qui facilitent l'écoulement des larmes. De plus, cela dépend aussi de la direction qu'on donne à l'instrument avec lequel on percc; car si, au lieu de lui donner une direction horizontale, on le pousse obliquement de haut en bas, alors on forme un canal plus long, & la pente des larmes en est moins diminuée. D'ailleurs si par cette méthode l'on a vu des malades guéris sans larmoyement, ce peut être parce que le canal nasal s'est débouché naturellement, dans le même tems que le nouveau trou s'est fermé; ce qui a rétabli la fonction du siphon lacrymal. Il n'est point douteux que le canal nasal ne puisse quelquefois se déboucher sans opération. On en a l'exemple dans ceux à qui on guérit la tumeur lacrymale, par le moyen d'un bandage compressif; & c'est sans doute aussi parce que ce canal peut se déboucher naturellement, que la tumeur, & même la Fistule lacrymale se font quelquefois guéries sans y rien faire. Ces cas ne sont pas sans exemple.

~~~~~

**SUR LES LIGNES COURBES
QUI SONT PROPRES A FORMER
LES VOUTES EN DOME.**

Par M. BOUGUER. *

PLUSIEURS personnes ont traité avec beaucoup de soin des Voûtes en simple Arc: les derniers Volumes des Mémoires de l'Académie contiennent d'excellens morceaux sur cette matiere, entre lesquels on doit citer avec distinction ceux de M. Couplet. Il ne reste que les Voûtes en Dôme que personne, que je sache, n'a examinées. L'utilité que peut avoir cet examen, me l'a fait entreprendre: l'usage des Dômes est très fréquent dans plusieurs de nos Edifices. Je montrerai qu'une infinité de lignes courbes sont propres à former ces sortes de Voûtes, & j'indiquerai en même tems la maniere de les choisir. Je supposerai toujours que les pierres ou les Voulsoirs ont leurs surfaces infiniment polies: si un Dôme doit se soutenir dans cette supposition, on n'en fera que plus sûr qu'il se soutiendra dans l'état actuel où sont les choses, lorsque les Voulsoirs ne peuvent glisser les uns contre les autres qu'avec une assez grande difficulté.

B 6 A

* 29 Mai 1734.

* BbA (Fig. 1.) est la courbe qui forme le Dôme par la révolution autour de son axe, la verticale AD . Cette ligne courbe passe dans tous les points B, b , &c. par le milieu de l'épaisseur KL, HI , &c. de la Voûte, épaisseur que nous regardons ici comme très petite, & qui l'est toujours en effet par rapport aux dimensions du Dôme. Tous les joints, comme KL, HI , &c. des Voussiors sont aussi supposés ici perpendiculaires à la même courbe BbA , comme ils le sont ordinairement. Si l'on considère après cela une partie HAb du Dôme, il est évident qu'elle poussera tous les Voussiors HL qui sont immédiatement au-dessous, selon la perpendiculaire bC au joint HI , ou selon le prolongement du petit côté Cb de la courbe. Mais à mesure qu'on considérera des points plus bas, la direction doit changer, parce que la pesanteur de chaque assise s'ajoute successivement à l'effort que fait la partie supérieure. Cette partie pousse au point b selon bC , & l'effort est exprimé, si on le veut, par bC même. Mais si l'on suppose toute la pesanteur du Voussior HL réunie dans le point b , ce qu'il est permis de faire aussi-tôt que l'épaisseur Bb des Voussiors est infiniment petite, on n'aura qu'à représenter cette pesanteur par la petite verticale bF ; & si on la compose avec l'effort bC que fait la partie supérieure, on aura dans la diagonale bG du parallélogramme $CbFG$ la direction de l'effort total que fait la partie supérieure augmentée par

* Fig. 1.

par en-bas d'une assise, c'est-à-dire, l'effort que fait toute la partie KAk . La direction de la pression se trouve ainsi continuellement détournée; elle forme une courbe, qui peut se confondre avec la courbe $ACbB$, mais qui peut aussi en être différente, comme elle l'est ici.

Cette différence est susceptible de plusieurs cas. 1°. Si la partie Bb de la courbe qui forme le Dôme se trouve située par rapport à bG , comme dans la Figure première, la Voûte doit se soutenir, pourvu que la courbe AbB n'ait aucune partie horizontale. Car le joint KL étant perpendiculaire à la courbe, il sera oblique par rapport à la direction de l'effort bG que fait le Vouffoir HL , tant par sa propre pesanteur, que par la pression de la partie supérieure de la Voûte. Mais la manière dont la direction bG est oblique par rapport au joint KL , est cause que l'effort bG ne tend qu'à faire avancer le Vouffoir HL vers le centre du Dôme, ou à le faire tomber en dedans; & c'est ce qui ne peut point arriver, puisque tous les autres Vouffoirs de la même assise s'y opposent, en faisant un égal effort. En un mot, toute la partie de l'effort bG , qui ne tombe pas sur le joint KL , tombe sur les joints montans ou verticaux, & en est soutenue, & il n'y a point par conséquent ici d'éroulement à craindre, comme il y en auroit dans une Voûte à simple Arc, où l'effort que font les Vouffoirs n'est porté que par les seuls joints horizontaux. Or il suit de-là que toutes les lignes courbes, sans

en excepter une seule, qui tournent leur convexité vers leur axe, sont propres à former des Dômes, pourvu que par leur extrémité B elles ne deviennent pas tout-à-fait parallèles à l'horizon.

2°. Le petit côté bB peut être situé précisément sur bC , prolongement de cb , c'est-à-dire, que la ligne AbB peut être droite; & alors la Voûte, qui sera parfaitement conique, & qui prendra le nom de Flèche ou d'Aiguille, n'en sera pas moins stable, car l'effort bB ne tendra encore qu'à faire entrer le Vouffoir, & c'est ce que sa figure & ce que son équilibre avec les autres de la même assise doivent empêcher. Ainsi nous voyons encore que toutes les Voûtes en Aiguilles sont parfaites, & qu'elles doivent se soutenir, sans qu'il importe quel angle aigu ou obtus fassent au sommet les côtés du cone.

Enfin 3°. si le petit côté bB de la courbe, au lieu d'être extérieur par rapport à bC , comme dans les Voûtes représentées par la première Figure, ou au lieu d'être situé sur bC , comme dans les Voûtes coniques, lui est intérieur, comme dans la Figure 2; la Voûte se soutiendra encore, pourvu que bB ne soit pas en même tems intérieur par rapport à bG . La petite ligne bC est toujours le prolongement du petit côté cb , & représente l'effort que fait la partie supérieure du Dôme, pendant que bF représente la pesanteur particulière du Vouffoir HL , & que bG , diagonale du parallélogramme CF , représente l'effort composé qui résulte des deux.

Or

Or ce dernier effort s'occupe encore ici à pousser le Vouffoir en dedans, & quand même * bB seroit situé exactement sur bG , il n'y auroit encore aucun risque, puisque tout l'effort que feroit le Vouffoir HL ne tendroit qu'à l'appliquer fortement contre le Vouffoir inférieur, en agissant selon une direction perpendiculaire au joint KL . Mais ce ne seroit pas la même chose si la courbure augmentoit trop subitement, ou si bB devenoit intérieur par rapport à bG . Alors le Dôme tomberoit, parce que les Vouffoirs, comme HL , seroient poussés en dehors, & qu'aucun obstacle ne les empêcheroit de suivre ce mouvement. Quoi qu'il en soit, il est clair que comme bB peut avoir une infinité de diverses situations entre bC & bG , il peut y avoir aussi une infinité de courbes convexes propres à former des Dômes, & que celle qui a le plus de courbure, ou qui est la plus convexe, & qu'on peut regarder comme la *derrière de toutes*, a les petits côtés, comme bB , exactement situés sur les directions bG . Les joints verticaux ne supportent dans celle-ci aucune partie de l'effort, puisque les Vouffoirs ne sont point poussés en dedans. Aussi le moindre agent extérieur est-il capable de renverser cette dernière Voûte; & quoiqu'elle se soutienne, elle est toujours prête à tomber.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, qu'il ne peut y avoir de difficulté à choisir les lignes courbes qui ont l'usage que nous demandons, que lorsqu'elles tournent leur convexité en dehors. Toutes les lignes courbes

des qui sont concaves, comme dans la Fig. 1. peuvent être employées avec succès, de même que les lignes droites, sans qu'il importe quel angle elles fassent au sommet *A*. Mais lorsque la courbe est convexe, comme dans la Fig. 2 il faut qu'elle ne soit pas trop courbe, il faut que le petit côté * *bB* ne soit point intérieur par rapport à *bG*, ou, ce qui revient au même, il faut que la petite ligne *CB*, interceptée entre la courbe & sa tangente, ne soit pas plus grande que *CG*, il faut que $CG > CB$; & c'est ce qu'on ne peut gueres vérifier que par le calcul.

Si nous prolongeons le côté *bC* jusqu'à la rencontre *M* de l'axe, & de la tangente tirée le l'autre côté du Dôme, & que prenant l'espace *MN* pour représenter la pesanteur de toute la partie *HAb* de la Voûte, nous décomposons cette pesanteur en achevant le parallélogramme *NOMP*, nous aurons *MO* pour l'expression de l'effort que fait la Voûte sur le Vouffoir *HL*, en poussant perpendiculairement au joint *HI*; & on voit que *bC* est égal à cet effort, comme nous l'avons supposé ci-devant, la petite ligne *be* qui est parallèle à l'axe, & qui est égale à *dd*, sera égale à *MQ* qui représente la pesanteur de la partie *AH* de la Voûte. Or nous n'avons qu'à nommer *x* les abscisses ou les parties de l'axe *AD*, *y* les ordonnées, comme *BD*, & les épaisseurs *HI*, *KL*, de la Voûte, nous aurons *be* ou $bE = dx$, $BE = dy$, $B = \sqrt{dy^2 + dx^2}$, & $e = \sqrt{dy^2 + dx^2}$ pour le petit trapeze *HL*, que nous n'avons qu'à mul-

multiplier par l'ordonnée y , pour avoir la quantité $ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ qui peut désigner la pesanteur de chaque Vouffoir, pendant que l'intégrale $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ désignera la pesanteur de la partie entière * HA de la Voûte. Nous n'avons que faire de dire que nous ne multiplions par y , que parce que les Vouffoirs qui supportent la partie HA sont plus larges à mesure que la circonférence du Dôme se trouve plus grande. Maintenant si nous faisons attention que la petite ligne CG ou bF représente la pesanteur du Vouffoir HL , pendant que bC représente l'effort que fait la partie supérieure, & que be représente la pesanteur de cette partie, nous pourrons faire cette proportion, la pesanteur $\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ de HA est à $bC = bE = dx$, comme la pesanteur $ey\sqrt{dy^2+dx^2}$ du Vouffoir HL est à $bF = CG =$

$$\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}}$$

Enfin comme la petite ligne CB , interceptée entre la courbe tangente, est la différentielle des dx , pendant que les dy sont constan-

tes, nous aurons $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = ddx$ pour

l'expression analytique de $CG \geq CB$. Cette formule nous fera connoître toutes les courbes dont on peut se servir pour former des Voûtes en Dôme, & parmi toutes ces cour-

bes l'Equation $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = ddx$ nous

in-

ndiquera la plus convexe, ou la *dernière* qui est propre.

Cette formule se change en $\frac{ey dx \sqrt{dy^2 + dx^2}}{dx}$.

$\int ey \sqrt{dy^2 + dx^2}$ qui nous suggere une nouvelle remarque sur la propriété des courbes dont il s'agit ici. La formule sous la première forme nous apprenoit, qu'il faut exclure, ou ne point employer les lignes dont la courbure est trop subite, les lignes dont les branches ne s'ouvrent point assez. Elles peuvent s'ouvrir de plus en plus, jusques-là qu'elles peuvent devenir presque horizontales : mais de l'autre côté elles ont un terme, leurs branches ne doivent pas tendre trop promptement au parallélisme avec l'axe. Maintenant nous voyons que ces courbes qui sont trop convexes, donnent à la partie supérieure de la Voûte une trop grande pesanteur.

$\int ey \sqrt{dy^2 + dx^2}$; & il est très facile de voir, en jettant les yeux sur la Figure, qu'un de ces inconvéniens revient à l'autre. Si l'on augmente trop la pesanteur de la partie supérieure * *HA*, l'effort *bC* devient trop grand par rapport à la pesanteur *bF* du Vouffoir. *HL*, l'angle *CbB* devient trop petit, & alors la direction *bC* de l'effort composé se trouve extérieure par rapport à *bB*, ce qui montre que le Vouffoir est plus poussé en dehors par la pression selon *bC* que fait la partie supérieure de la Voûte, qu'il n'est sollicité à avancer en dedans par sa propre pesanteur. Or dans ce cas l'assise entière doit saillir.

* Fig. 22.

faillir en dehors, & le Dôme doit tomber. La pesanteur de chaque partie * *HA* a donc un certain terme qu'elle ne doit point passer, mais notre formule nous montre que cette même pesanteur peut être aussi petite qu'on le veut, & qu'elle peut même être nulle sans inconvénient. En effet, si l'on supprimoit toute la partie supérieure du Dôme, il est évident que le reste se soutiendrait également, par la raison que chaque assise étant circulaire, le Dôme est, pour ainsi dire, plus Voûte que les autres Voûtes.

Pour montrer maintenant l'usage de notre formule, nous commencerons par la solution d'un Problème qu'on peut regarder comme le premier, dans lequel connoissant la courbe, il s'agit de trouver l'épaisseur qu'on doit donner en chaque endroit. Nous pouvons représenter

la formule $\frac{eydx\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} \geq ddx$, ou

$$\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} \geq \frac{ddx}{dx} \quad \text{par l'Equation}$$

$$\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dt}{t}, \text{ en prenant}$$

pour une quantité variable quelconque, qu'il fuffit de ne faire ni décroissante ni négative, & qu'il n'y aura simplement qu'à rendre constante, afin de faire disparoitre le terme $\frac{dt}{t}$,

lorsqu'on voudra avoir le cas extrême marqué

$$\text{par l'Equation } \frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{\int ey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx}. \text{ Si l'on}$$

l'on integre, on aura $L f e y \sqrt{dy^2 + dx^2}$
 $= L dx + L t$, ou plutôt $L f e y \sqrt{dy^2 + dx^2}$
 $= L a = L dx - L dy + L t$, en rendant l'intégrale exacte par le moyen des constantes a
 & dy . Cette même intégrale se réduit par la
 propriété des logarithmes à $L \frac{f e y \sqrt{dy^2 + dx^2}}{a}$

$$= L \frac{t dx}{dy} \text{ \& \& } \frac{f e y \sqrt{dy^2 + dx^2}}{a} = \frac{t dx}{dy}. \text{ Re-}$$

descendant après cela aux différentielles, on

$$\text{aura } \frac{e y \sqrt{dy^2 + dx^2}}{a} = \frac{d t dx + t d d x}{dy}, \text{ \& en-}$$

$$\text{fin } e = \frac{a d t dx + a t d d x}{y dy \sqrt{dy^2 + dx^2}} \text{ qui nous fournit en}$$

grandeurs entierement connues toutes les di-
 verses épaisseurs e que peut avoir le Dôme.
 Il n'y a qu'à mettre à la place de t quelle puis-
 sance ou quelle fonction on voudra de y ou
 de x ; & de cette sorte on convertira l'expres-
 sion précédente en d'autres qui seront encore
 absolument générales, dans ce sens-là, qu'on
 pourra les appliquer à toutes les diverses
 courbes.

Au-lieu de rendre notre formule $\frac{e y \sqrt{dy^2 + dx^2}}{f e y \sqrt{dy^2 + dx^2}}$

$$\geq \frac{d dx}{dx} \text{ par l'Equation } \frac{e y \sqrt{dy^2 + dx^2}}{f e y \sqrt{dy^2 + dx^2}} = \frac{d dx}{dx}$$

$$+ \frac{d t}{t}, \text{ nous pouvons encore la représen-}$$

ter, quoiqu'avec quelque limitation, par l'E-
 quation

quation $\frac{ey \sqrt{dy^2 + dx^2}}{\int ey \sqrt{dy^2 + dx^2}} = \frac{p ddx}{dx}$, pourvu qu

nous prenions pour p un nombre constant quelconque, qu'il suffit de ne pas faire plus petit que l'unité. Or en procédant précisément comme nous venons de faire, c'est-à-dire, en intégrant, si on le veut, par le moyen des logarithmes; en passant des logarithmes aux grandeurs mêmes, en redescendant aux différentielles, & en dégageant z ,

on trouvera $\frac{p dx^{p-1} ddx}{y dy^p \sqrt{dy^2 + dx^2}}$ pour l'épais-

seur que doit avoir la Voûte. Il est toujours facile de réduire cette expression, de même que la première, à des grandeurs purement finies; & on voit qu'elles donnent également

$$e = \frac{eddx}{y dy \sqrt{dy^2 + dx^2}}, \text{ lorsque dans l'une}$$

on traite z comme une quantité constante, & que dans l'autre on fait $p = 1$.

Si l'épaisseur au contraire est donnée, & qu'il s'agisse de reconnoître si un Dôme construit sous une forme proposée pourra se soutenir, ce second Problème considéré généralement est plus difficile que le premier; il appartient à la Géométrie transcendante, parce que l'application de la for-

$$\text{mule } \frac{ey dx \sqrt{dy^2 + dx^2}}{ddx} \geq \int ey \sqrt{dy^2 + dx^2}$$

suppose que l'on puisse trouver la valeur de l'intégrale $\int ey \sqrt{dy^2 + dx^2}$. Si nous exami-
nons

nous, par exemple, le Dôme elliptique RAT (Fig. 3.) dont la hauteur $AS = a$ est la moitié du grand axe de l'ellipse, & la largeur $RT = 2b$, le petit axe; nous aurons, en prenant le centre S de l'ellipse pour l'origine des

$$\text{abscisses, } dx = \frac{aydy}{b\sqrt{b^2 - y^2}} \text{ \& } ddx = \frac{aby}{b^2 - y^2};$$

& substituant ces valeurs dans notre formule

$$\text{générale } \frac{eydx\sqrt{dy^2 + dx^2}}{ddx} \geq sey\sqrt{dy^2 + dx^2},$$

$$\text{il nous viendra } \frac{ey^2\sqrt{b^2 - y^2}}{ddx} \sqrt{4 + a^2 - b^2 \times y^2}$$

$$\geq seydy \sqrt{4 + a^2 - b^2 \times y^2}, \text{ espèce d'E-}$$

quation dont la résolution parfaite dépend de la quadrature de l'ellipse, aussi-tôt que l'épaisseur e de la Voûte est par-tout la même. La difficulté ne vient au surplus que de ce qu'on ne peut pas trouver la superficie d'un ellipsoïde, ainsi ce ne sera pas la même chose si l'on rend le Dôme sphérique. Les deux demi-axes a & b se trouveront égaux; on aura

$$y^2\sqrt{a^2 - y^2} \geq \int \frac{a^2 y dy}{\sqrt{a^2 - y^2}}, \text{ \& le second mem-}$$

$$\text{bre sera intégrable; on aura } y^2\sqrt{a^2 - y^2} \geq a^3$$

$$- a^2\sqrt{a^2 - y^2}, \text{ dont on tire } a\sqrt{-\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2}} \geq y.$$

On voit donc que les Dômes sphériques sont bons,

bons, mais qu'on ne doit pas employer l'hémisphère entière, & qu'on ne doit en prendre tout au plus qu'une partie BAB , dont la demie-largeur BD soit égale à $a\sqrt{-\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}}}$; c'est-à-dire, que si le rayon de la sphère, dont la Voûte est une portion, est supposé de 1000, la largeur BB du Dôme ne doit être tout au plus que de 1572 parties, & sa hauteur AD de 382, ce qui donne un peu moins de 52 degrés pour la plus grande étendue que peut avoir l'arc AB depuis la Clef jusqu'au bord de la Voûte.

Mais dans les cas mêmes où il ne sera pas possible d'intégrer $\int y \sqrt{dy^2 + dx^2}$, il sera souvent assez facile, à l'aide des Séries, de tirer de la formule générale $\frac{y dx \sqrt{dy^2 + dx^2}}{ddx}$

$\geq \int y \sqrt{dy^2 + dx^2}$ presque toutes les connoissances qu'on voudra. On n'a qu'à réduire le dernier membre en une suite convergente dont les termes soient alternativement positifs & négatifs. On sait que dans une pareille suite l'excès causé par l'addition d'un terme trop grand est toujours corrigé en partie par la soustraction du terme qui vient après, & que la somme d'un nombre impair de termes, comme de 3, de 5, de 7, &c. surpasse toujours la juste valeur de la quantité que la Série entière doit exprimer. Ainsi, si la somme d'un nombre impair de termes est ici moindre

que la quantité $\frac{y dx \sqrt{dy^2 + dx^2}}{ddx}$, ce sera une

mar-

marque certaine que l'intégrale $\int e y \sqrt{dy^2 + dx^2}$ fera aussi moindre que cette quantité, & on fera sûr par conséquent que la ligne courbe proposée sera propre à l'usage que nous avons en vue. Pour éclaircir ceci par un exemple, nous n'avons qu'à examiner les paraboles dont l'Equation est $x = a^{1-m} y^m$. Introduisant les valeurs $m a^{1-m} y^{1-m} dy$ de dx , & $m \times m-1 a^{1-m} y^{m-2} dy^2$ de ddx dans notre formule générale; & supposant l'épaisseur e constante, nous trouverons $\frac{1}{m-1}$

$$\times y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} \geq \int y dy \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}.$$

Je réduis le dernier membre en une Série convergente conditionnée comme je l'ai dit, & je trouve

$$\frac{1}{m-1} \times y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} \geq$$

$$\frac{1}{2} y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} - \frac{m^2 \times m-1 \times a^{2-2m} y^{2m}}{6 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}}$$

$$+ \frac{2m^2 - 5m + 3 \times m^2 a^{2-2m} y^{2m}}{24 \times 1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} - \frac{m^2 \times m-1 \times a^{2-2m} y^{2m}}{6 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}} + \frac{m^4 a^{4-4m} y^{4m-2}}{24 \times 1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} - \frac{m^2 \times m-1 \times a^{2-2m} y^{2m}}{6 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}}} + \dots$$

— &c. Or si sans aller jusqu'au troisieme terme, on se borne simplement au premier, on

$$\text{dédaira de } \frac{1}{m-1} \times y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} \geq$$

Mém. 1734.

K

\geq

$$\geq \frac{1}{2} y^2 \sqrt{1 + m^2 a^{2-2m} y^{2m-2}} \text{ que } 3 \geq m;$$

ce qui nous apprend que toutes les paraboles exprimées par l'Equation $x = a^{1-m} y^m$, dans lesquelles l'exposant m ne surpasse pas 3, peuvent servir à faire des Dômes. Il y en a de cette sorte une infinité : car sans parler des deux paraboles cubiques, de la conique ou de celle d'Apollonius, & de la ligne droite qu'on peut regarder dans cette rencontre comme la première des paraboles, chaque genre nous en fournira un grand nombre. Le cinquième degré, par exemple, nous fournit les trois

indiquées par les Equations $x = a^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}$, $x = a^{-\frac{2}{3}} y^{\frac{1}{3}}$, & $x = a^{-\frac{1}{4}} y^{\frac{1}{4}}$, ou $a^3 x^2 = y^3$, $a^3 x^3 = y^3$ & $a x^4 = y^3$. Le 7^{me} degré nous donne de même les quatre paraboles $a^4 x^3 = y^7$, $a^3 x^4 = y^7$, $a^2 x^5 = y^7$, $a x^6 = y^7$, & ainsi de tous les autres degrés à l'infini.

Enfin nous allons passer à la Solution d'un troisième Problème : nous allons chercher cette ligne courbe qui est la dernière de toutes celles qui peuvent nous servir ; & nous suivrons pour cela une Méthode qui nous fera encore joindre à la multitude infinie de celles que nous avons déjà indiquées, une infinité d'autres. On se ressouviendra que nous avons

rendu notre formule générale $\frac{ey \sqrt{dy^2 + dx^2}}{fey \sqrt{dy^2 + dx^2}}$

$\geq \frac{ddx}{dx}$ par deux différentes Equations,
l'une

l'une entierement générale, $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{fey\sqrt{dy^2+dx^2}}$
 $= \frac{ddx}{dx} + \frac{dz}{z}$, & l'autre très étendue,
 quoique moins universelle, $\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{fey\sqrt{dy^2+dx^2}}$
 $= \frac{pddx}{dx}$. Nous pouvons nous servir avec

succès de l'une ou de l'autre, & meme en opérant dessus précisément de la même manière. Si nous résolvions la premiere

$$\frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{fey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{ddx}{dx} + \frac{dz}{z}, \text{ nous ne}$$

pourrions pas manquer de trouver encore une infinité de figures propres à l'usage que nous demandons, puisque cette Equation les renferme absolument toutes, depuis le cone dont l'angle au sommet est le plus obtus, jusqu'au connoïde le plus convexe qui sert de terme de l'autre côté. Cependant nous pré-

$$\text{férons l'Equation } \frac{ey\sqrt{dy^2+dx^2}}{fey\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{pddx}{dx}$$

parce que sans qu'il soit nécessaire de faire aucune hypothese, elle nous fournira une suite réglée de courbes. En intégrant cette Equation, & en la rendant exacte, on trouve

$$\frac{fey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{dx^p}{dy^p}. \text{ C'est d'ici d'où nous}$$

partons pour découvrir la relation des coordonnées x & y .

Nous prenons pour cela une nouvelle variable

ble z que nous supposons égale à $sey\sqrt{dy^2+dx^2}$; nous déduisons de cette supposition dz

$$= ey\sqrt{dy^2+dx^2} \text{ \& } dx = \frac{\sqrt{dz^2 - e^2 y^2 dy^2}}{ey},$$

\& par le moyen de ces valeurs, nous transformerons l'Equation $\frac{sey\sqrt{dy^2+dx^2}}{a} = \frac{dx^p}{dy^p}$

en $\frac{z}{a} = \frac{\sqrt{dz^2 - e^2 y^2 dy^2}}{e^p y^p dy^p}^{\frac{1}{2}p}$ qui se réduit à

$$e^{2p} z^2 y^{2p} dy^{2p} = a^2 \times \sqrt{dz^2 - e^2 y^2 dy^2}^p, \text{ \& à}$$

$$e^2 z^{\frac{2}{p}} y^2 dy^2 = a^{\frac{2}{p}} dz^2 - a^{\frac{2}{p}} e^2 y^2 dy^2, \text{ dont}$$

on tire $ey dy = \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{\frac{2}{a^{\frac{2}{p}}} + z^{\frac{2}{p}}}}$. Or comme

les variables sont ici séparées, \& si l'on connoit l'épaisseur e en y , on pourra toujours trouver par cette dernière Equation la relation qu'il y a entre y \& z , \& il n'y aura plus qu'à introduire la valeur de y dans l'expres-

sion $\frac{\sqrt{dz^2 - e^2 y^2 dy^2}}{ey}$ de dx pour pouvoir dé-

couvrir x . Lorsque la Voûte est par-tout de même épaisseur, on peut mettre l'unité à la

place de e ; l'Equation $y dy = \frac{a^{\frac{1}{p}} dz}{\sqrt{\frac{2}{a^{\frac{2}{p}}} + z^{\frac{2}{p}}}}$ donne

donne $y^2 = 2 \int \frac{\frac{1}{a^p} dz}{\sqrt{\frac{z^2}{a^p} + \frac{z^2}{a^p}}} \quad \&$

$y = \sqrt{2 \int \frac{\frac{1}{a^p} dz}{\sqrt{\frac{z^2}{a^p} + \frac{z^2}{a^p}}}}$, formule qui

nous fournit y . Substituant enfin les valeurs de y & de dy dans $dx = \frac{\sqrt{dz^2 - e^2 y^2 dy^2}}{ey}$, on aura la seconde formule

$x = \int \frac{\frac{1}{z^p} dz}{\sqrt{\frac{z^2}{a^p} + \frac{z^2}{a^p}}} \sqrt{2 \int \frac{\frac{1}{a^p} dz}{\sqrt{\frac{z^2}{a^p} + \frac{z^2}{a^p}}}}$

Il n'importe que nous ne connoissions pas immédiatement la relation qu'ont entre elles les coordonnées, aussi-tôt que nous savons la relation qu'elles ont avec une troisième quantité z , à laquelle nous n'avons qu'à attribuer successivement différentes valeurs.

Si nous voulons nous fixer à la dernière de nos lignes, nous n'avons, conformément à ce que nous avons dit, qu'à faire $p = 1$. Alors nous

aurons pour formules $y = \sqrt{2 \int \frac{dz}{\sqrt{a^2 + z^2}}} \quad \&$
 K 3

& $x = \int \frac{z dz}{\sqrt{a^2 + z^2} \sqrt{2 \int \frac{a dz}{\sqrt{a^2 + z^2}}}}$ qui nous

annoncent une courbe mécanique. Nous nous en sommes assurés, en cherchant la valeur des sous-tangentes DM par les règles ordinaires du calcul différentiel; nous avons fait cette proportion,

$$dy = \frac{\frac{1}{a^p} dz}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{z^2}{a^2}} \sqrt{2 \int \frac{\frac{1}{a^p} dz}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{z^2}{a^2}}}}}$$

est à

$$dx = \frac{\frac{1}{z^p} dz}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{z^2}{a^2}} \sqrt{2 \int \frac{\frac{1}{a^p} dz}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{z^2}{a^2}}}}}$$

comme y est à $DM = \frac{yz^p}{a^p}$: les sous-tangentes

ont donc ici un rapport transcendant avec les ordonnées, & il suit de-là que notre courbe est mécanique. Il est clair que les sous-tangentes ont dans cette rencontre un rapport

port transcendant avec les ordonnées, puisqu'elles sont égales ou proportionnelles au produit de ces mêmes ordonnées & de la quantité z dont la relation dépend de la quadrature de l'hyperbole, comme nous le montre

la formule $y = \sqrt{2f \frac{adz}{\sqrt{a^2 + z^2}}}$. Cette trans-

cendance de relation doit subsister dans tous

les autres cas où $\frac{\frac{1}{a^p} dz}{\sqrt{\frac{z}{a^p} + \frac{z}{a^p}}}$ n'est point

intégrable, c'est-à-dire, qu'elle doit non seulement avoir lieu, lorsque p est égal à l'unité, mais encore lorsque p désigne tout nombre impair. Ce que nous apprenons ici touchant la dernière de nos courbes nous persuade que nous ne pouvons réussir à la mieux connaître que par approximation: ainsi nous ne sommes que trop autorisés à faire pour cela usage des Séries.

Nous réduisons d'abord la quantité $\frac{adz}{\sqrt{a^2 + z^2}}$ dans la suite $\frac{1}{a} - \frac{z^2}{2a^3} + \frac{1 \cdot 3 z^4}{2 \cdot 4 a^5} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 z^6}{2 \cdot 4 \cdot 6 a^7} + \&c.$ que nous multiplions par adz , & nous avons $\frac{adz}{\sqrt{a^2 + z^2}} = dz - \frac{z^2 dz}{2a^2} + \frac{1 \cdot 3 z^4 dz}{2 \cdot 4 a^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 z^6 dz}{2 \cdot 4 \cdot 6 a^6} + \&c.$ qui étant intégrée & multipliée par 2, nous donne $2f \frac{adz}{\sqrt{a^2 + z^2}} (=y^2)$

K 4.

=

$$= 2z - \frac{z^3}{3a^2} + \frac{1.3z^5}{4.5a^4} - \frac{1.3.5z^7}{4.6.7a^6} + \&c.$$

Or déduisant de cette dernière Série, par la méthode *du retour des suites*, la valeur de z exprimée en y , nous aurons $z = \frac{y^2}{2} + \frac{y^6}{2.4.6a^2}$

$$+ \frac{y^{10}}{2.4.6.8.10a^4} + \&c. \text{ dont la différen-}$$

$$\text{tielle } dz = y dy + \frac{y^5 dy}{2.4a^2} + \frac{y^9 dy}{2.4.6.8a^4} +$$

&c. étant divisée par $\sqrt{2 \int \frac{adz}{a^2 + z^2}} = y$, nous

$$\text{donne } \frac{\frac{dz}{a^2 + z^2}}{\sqrt{2 \int \frac{adz}{a^2 + z^2}}} = dy + \frac{y^4 dy}{2.4a^2}$$

$$+ \frac{y^8 dy}{2.4.6.8a^4} + \&c. \text{ Je multiplie cette der-}$$

$$\text{nière Série par } z = \frac{y^2}{2} + \frac{y^6}{2.4.6a^2}$$

$$+ \frac{y^{10}}{2.4.6.8.10a^4} + \&c. \text{ il vient } \frac{z dz}{\sqrt{2 \int \frac{adz}{a^2 + z^2}}}$$

$$= \frac{y^2 dy}{2} + \frac{y^6 dy}{12a^2} + \frac{y^{10} dy}{240a^4} + \&c. \text{ Enfin}$$

multipliant par $\frac{1}{\sqrt{a^2 + z^2}}$, mais convertie dans

$$\text{la suite } \frac{1}{a} - \frac{z^2}{2a^3} + \frac{3z^4}{2.4a^5} - \frac{3.5z^6}{2.4.6a^7}$$

$$+ \&c. \& \text{ exprimée en } y \text{ par } \frac{1}{a} - \frac{y^4}{2.4a^3}$$

+ +

$$+ \frac{5y^8}{2.4.6.8a^5} - \frac{61y^{12}}{2.4.6.8.10.12a^7} + \&c. \text{ nous}$$

$$\text{aurons } \frac{zdx}{\sqrt{a^2+z^2} \sqrt{2f - \frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}} = \frac{y^2 dy}{2a^2} + \frac{y^6 dy}{2.4.6a^3}$$

$$+ \frac{y^{10} dy}{2.4.6.8.10a^5} + \&c. \& \text{ c'est-là}$$

la valeur de dx . Ainsi il ne nous reste plus qu'à intégrer pour avoir dans la Série

$$x = \int \frac{zdx}{\sqrt{a^2+z^2} \sqrt{2f - \frac{adz}{\sqrt{a^2+z^2}}}} = \frac{y^3}{2.3a}$$

$$+ \frac{y^7}{2.4.6.7a^3} + \frac{y^{11}}{2.4.6.8.10.11a^5} + \&c.$$

$$\text{ou } x = \frac{y^3}{6a} + \frac{y^7}{336a^3} + \frac{y^{11}}{42240a^5} + \frac{y^{15}}{9676800a^7}$$

$$+ \frac{y^{19}}{3530096640a^9} + \frac{y^{23}}{1880240947200a^{11}} + \&c.$$

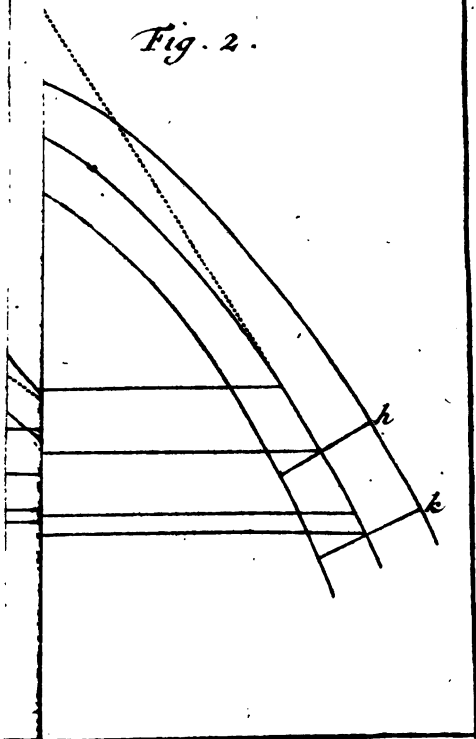
la relation qu'ont entre elles les coordonnées x & de notre courbe. Le Problème est de cette sorte entièrement résolu, & le calcul qu'exige la Solution est d'autant moins difficile, que la Série est assez convergente. Cependant j'ai cru qu'à cause de l'utilité qui en pouvoit résulter, je ne devois laisser au Lecteur aucune sorte de supputations à faire; c'est pourquoi j'ai construit la Table suivante, en supposant $a = 100000$.

T A B L E

Des Dimensions de la dernière de toutes les Lignes courbes, qui est propre à former des Dômes.

LARGEURS du Dôme.	HAUTEURS depuis le som- met jusqu'à chaque point de l'axe.	LARGEURS du Dôme.	HAUTEURS depuis le som- met jusqu'à chaque point de l'axe.
100	0 $\frac{1}{2}$	1560	1495
200	1 $\frac{1}{2}$	1600	1721
300	5 $\frac{1}{2}$	1640	1986
400	13 $\frac{1}{2}$	1670	2216
500	26 $\frac{1}{2}$	1700	2476
600	45 $\frac{1}{2}$	1720	2668
700	73 $\frac{1}{2}$	1740	2878
800	111 $\frac{1}{2}$	1760	3107
900	163 $\frac{1}{2}$	1780	3357
1000	232 $\frac{1}{2}$	1800	3630
1080	305 $\frac{1}{2}$	1820	3928
1140	372	1840	4255
1200	452	1860	4613
1260	550	1880	5005
1320	668	1900	5436
1360	761	1920	5909
1400	869	1940	6429
1440	992	1960	7003
1480	1135	1980	7635
1520	1301	2000	8330

Fig. 2.

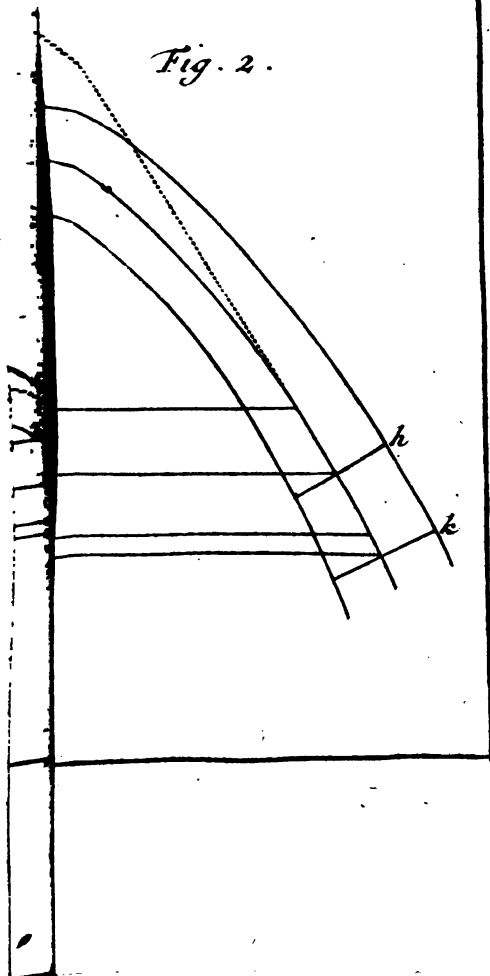


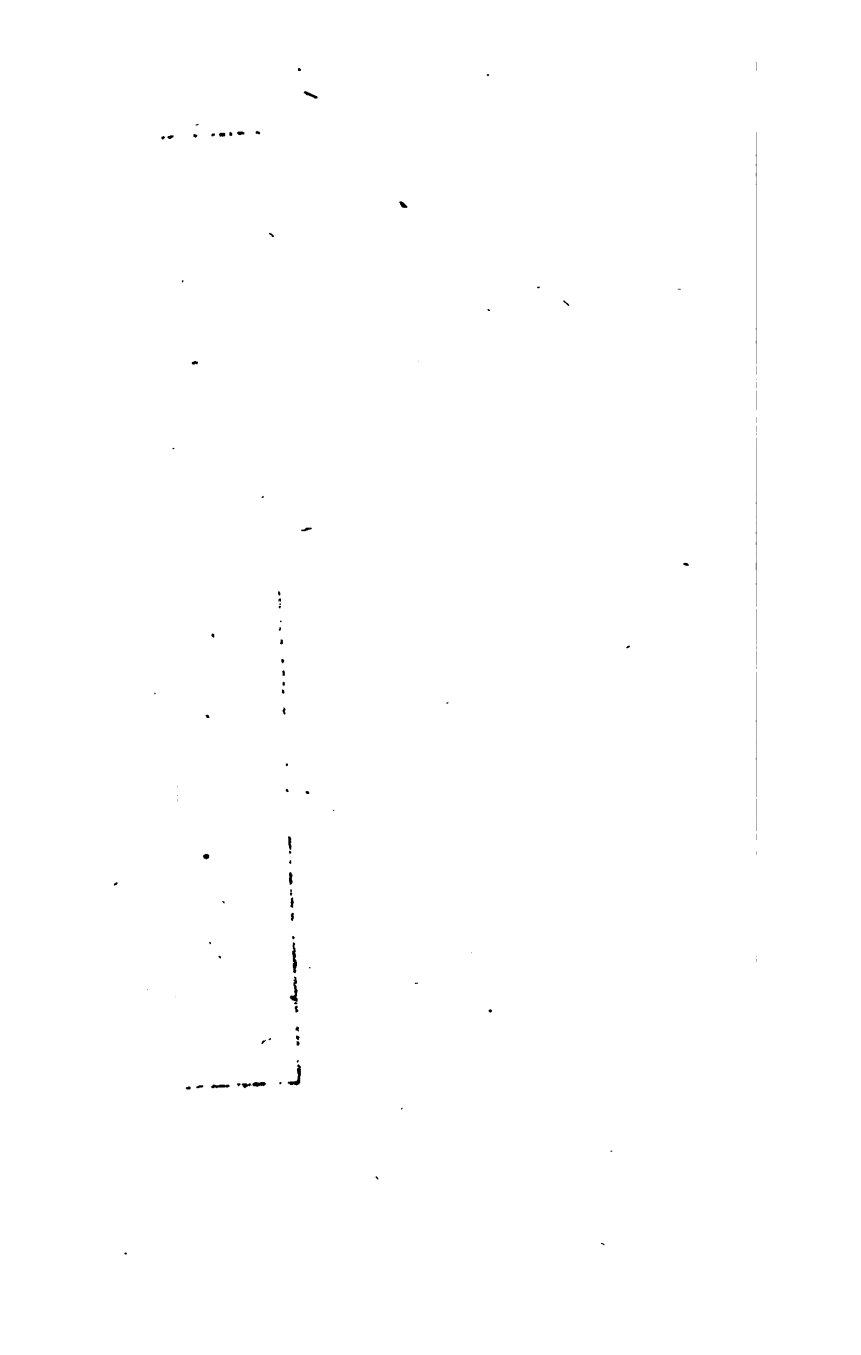
T A B L E

*Des Dimensions de la dernière de toutes les
gnes courbes, qui est propre à former
des Dômes.*

LARGEURS du Dôme.	HAUTEURS depuis le som- met jusqu'à chaque point de l'axe.	LARGEURS du Dôme.	HAUTEURS depuis le som- met jusqu'à chaque point de l'axe.
100	0 $\frac{1}{2}$	1560	1560
200	1 $\frac{1}{2}$	1600	1600
300	5 $\frac{2}{3}$	1640	1640
400	13 $\frac{1}{3}$	1670	21
500	26 $\frac{1}{3}$	1700	24
600	45 $\frac{2}{3}$	1720	26
700	73 $\frac{2}{3}$	1740	28
800	111 $\frac{2}{3}$	1760	31
900	163 $\frac{1}{3}$	1780	32
1000	232 $\frac{1}{3}$	1800	36
1080	305 $\frac{1}{3}$	1820	39
1140	372	1840	42
1200	452	1860	46
1260	550	1880	50
1320	668	1900	54
1360	761	1920	59
1400	869	1940	6429
1440	992	1960	7003
1480	1135	1980	7635
1520	1301	2000	8330

Fig. 2.





Le Dôme formé sur ces dimensions aura toutes ses assises dans un parfait équilibre; & par cette raison il n'aura pas pour se soutenir contre l'action des agens extérieurs, précisément autant de force qu'en ont les autres Dômes que nous avons indiqués. Il en aura cependant toujours assez, puisque les joints des Voulloirs ne sont jamais infiniment polis; & d'ailleurs comme il sera le plus convexe, & que ses côtés s'éloigneront de l'axe le moins qu'il sera possible, il aura aussi l'avantage particulier d'avoir une poussée moins grande. Une remarque que nous devons encore ajouter, quoiqu'elle n'appartienne point à la Géométrie, c'est qu'en traçant par les nombres de notre Table la figure d'un Dôme, nous nous sommes assurés qu'elle faisoit un fort bel effet à la vue. Enfin si l'on vouloit laisser une ouverture au sommet, & y placer un autre petit Dôme ou une lanterne, on n'auroit qu'à donner à cette lanterne la même pesanteur qu'à la partie retranchée de la Voûte, ou une pesanteur moindre.

XX

E X P E R I E N C E S

Sur les differens degrés de froid qu'on peut produire, en mêlant de la Glace avec differens Sels, ou avec d'autres matieres, soit solides, soit liquides; & de divers usages utiles auxquels ces expériences peuvent servir.

Par M. DE REAUMUR. *

AVEC du feu actuel, avec du feu sensible appliqué contre des matieres que nous nommons *inflammables*, nous savons produire de nouveau feu. Cette production du feu si facile, & qui nous est si nécessaire, nous paroîtroit un des plus merveilleux phénomènes de la Nature, si nous étions moins accoutumés à la voir. Rien ne devroit nous paroître plus surprenant que de ce qu'au moyen d'une étincelle on peut transformer des masses immenses dans une matiere prodigieusement active, pareille à celle de l'étincelle même. Ce qu'est pour nous du feu actuel pour la production de nouveau feu, la glace l'est pour la production de nouvelle glace. Avec de la glace, mêlée avec certaines matieres, avec certains sels, on gele, on transforme en un corps solide, en glace, diverses especes de liqueurs aqueuses.

La pratique connue & usitée pour faire de la

la glace, lorsque l'air n'est pas assez froid pour geler l'eau, suppose donc de la glace déjà faite. On met dans un vase mince, tel qu'un vase de fer-blanc, la liqueur qu'on veut convertir en glace. On pose ce vase dans un autre vase plus grand; & on remplit de glace pilée & mêlée avec quelque sel, l'espace qui est entre les parois intérieures du grand vase & les parois extérieures du vase qui contient la liqueur qu'on veut faire geler.

Cette voye de produire des congélations, qu'on peut nommer *artificielles*, a fourni aux Physiciens une ample matiere à des expériences curieuses. Pour prendre une idée suffisante de toutes celles qui ont été faites sur ce sujet, & sur beaucoup d'autres sujets de Physique, on n'a qu'à lire la Traduction Latine que nous a donnée depuis peu M. Muschenbroeck des Essais de l'Académie de Florence. Ce savant & laborieux Auteur l'a accompagnée d'additions considérables, où il a rassemblé avec un très grand soin les expériences les plus singulieres qui ont été faites par d'autres, ou par lui-même, sur chacun des sujets traités dans le corps de l'Ouvrage, depuis 1667, c'est-à-dire, depuis le tems où il fut imprimé pour la premiere fois.

Malgré pourtant le grand nombre d'expériences qui ont été faites sur les congélations artificielles, j'ose dire que c'est une matiere qui n'est encore qu'ébauchée; les expériences les plus simples, qui sont pourtant les fondamentales, nous manquent encore; d'autres, plus recherchées, les ont fait négliger.

On fait que l'eau qui commence à bouillir,

a pris le plus grand degré de chaleur qu'elle puisse prendre ; mais il n'en est pas de même du degré de froid qu'a pris l'eau qui commence à se geler, ou de la glace qui n'a que le degré de froid qu'il lui faut pour rester glace : elle est susceptible d'une suite de degrés de froid de plus grands en plus grands, dont nous ignorons le terme. Differens sels mêlés avec la glace, ou le même sel mêlé avec la glace en différentes proportions, font naître des degrés de froid supérieurs à celui qu'elle avoit lorsqu'elle a été formée, & ces degrés de froid sont plus grands selon la nature du sel qui a été employé. Ce que j'appelle les expériences simples & fondamentales, sont celles qui doivent nous apprendre quel degré de froid peut produire chaque sel, & la proportion dans laquelle il doit être mêlé avec la glace pour produire le plus grand des froids qu'il est capable de faire naître. Ces expériences sont les points d'où nous devons partir pour arriver à des expériences plus curieuses, & elles nous fourniront quelques résultats utiles, auxquels nous nous arrêterons principalement ici.

J'ai donné dans les Mémoires de 1730, la construction de Thermometres dont les degrés sont comparables, c'est-à-dire, de Thermometres tels que si on en place plusieurs les uns auprès des autres, ils marqueront par un même nombre de degrés, l'état du froid ou du chaud de l'air qui les environne, & en degrés qui ne sont pas des portions du tube prises arbitrairement, mais qui sont chacun des portions égales d'un volume connu d'une
li.

liqueur connue. Comme de pareils Instrumens étoient absolument nécessaires pour nous donner des mesures connues des degrés de refroidissement, il étoit en revanche absolument nécessaire de produire de très grands degrés de froid, & de les faire soutenir à ces Thermometres, pour mettre leur marche hors d'état d'être troublée par les froids des plus rudes Hivers auxquels ils peuvent être exposés; car il y a longtems que des Physiciens ont observé que la marche des Thermometres à esprit de Vin étoit quelquefois dérangée par de grands degrés de froid. J'ai établi ailleurs que le dérangement qui y arrive étoit produit par l'air qui s'en échappe, & j'ai cherché à mettre leur esprit de Vin en un état tel que les plus grandes chaleurs de l'air que nous respirons, ne pussent occasionner l'échappement d'aucunes bulles d'air de leur liqueur. Il n'est pas moins certain que le grand froid, comme le grand chaud, donne occasion à des bulles d'air de se dégager de l'esprit de Vin, & ce sont les bulles qui s'en échappent pendant le grand froid, qui troublent alors les marches des Thermometres. Les observations qui ont été faites sur ces Thermometres par un attentif observateur *, dans un Voyage aux Indes Orientales, nous ont déjà appris qu'on peut passer la Ligne, vivre sous les Tropiques, & près de la Ligne, sans être exposés à des chaleurs aussi insupportables qu'on les imagine dans des endroits où les rayons du Soleil font dardés.

* M. Cossigny.

dés presque à plomb. Les observations faites pendant plus de 16 mois, tant aux Isles de Bourbon, de France & de Madagascar, que dans la route pour y arriver, & par conséquent sous la Ligne, ont fait voir que dans ces 16 mois il n'y avoit pas eu un jour dont la chaleur n'eût été au moins inférieure d'un degré ou deux à celle que nous avons eue à Paris dans certains jours de nos Etés les plus chauds. Il seroit de même curieux de savoir si les plus rudes froids des pays habités près des poles, ne sont pas inférieurs à ceux que nous avons éprouvés dans le mémorable Hiver de 1709, ou s'ils leur sont de beaucoup supérieurs : mais pour cela il faut être sûr que la liqueur des Thermometres ne sera aucunement altérée par un froid plus grand peut-être que ceux qu'on a jamais ressentis dans aucun des pays où les hommes aient pénétré.

Nous sommes maitres de faire naître presque dans un instant de ces prodigieux degrés de froid. Avant que de parler des moyens par lesquels on les produit, nous dirons que lorsqu'on s'est servi de ces grands froids pour régler le Thermometre, on peut ensuite lui faire soutenir les mêmes degrés de froid sans qu'il en soit dérangé le moins du monde. Mais il nous suffit actuellement de savoir que nous avons dans nos Thermometres des instrumens propres à mesurer tous les degrés de froid. Nous nous en sommes d'abord servi pour reconnoître celui que pourroit produire chaque sel, & pour régler mieux les rangs dans lesquels on doit mettre les sels par rapport

port à cet effet, qu'ils ne l'ont été jusqu'ici. Nous avertirons encore, que toutes nos expériences ont été faites dans des tems où l'air n'étoit pas assez froid pour geler l'eau, & où la glace n'avoit que le degré de froid nécessaire pour la conserver dans son état de glace.

Le Salpêtre a été regardé comme un des sels des plus efficaces pour produire des congélations artificielles; tous les Traités qui ont été faits sur la glace concourent à nous en donner cette idée. M. de la Hire, dans le Traité qu'il publia en 1673, sur la formation de la Glace, & où il l'attribue à une espece de sel très volatil, contenu en plus ou moins grande quantité dans les sels concrets, prétend que le Salpêtre ou le Nitre a beaucoup plus de ce sel volatil propre à geler que le sel marin. On a recours au Nitre pour expliquer divers phénomènes singuliers de congélation. Si les Rivières prennent à la Chine à des hauteurs de poles & dans des saisons où le froid ne sembleroit pas devoir être capable de geler, on en attribue la cause au Nitre ou au Salpêtre dont sont imprégnées les terres des pays où ces Rivières ont leur cours. Il est vrai aussi que le Salpêtre est propre à produire des congélations, mais il s'en faut bien qu'il puisse faire naître des degrés de froid aussi grands que ceux que peuvent produire d'autres sels. Avec quelques soins, en quelques proportions que j'aye mêlé avec la glace, du Salpêtre bien raffiné, tel que celui de la troisieme cuite, ou du Salpêtre des Indes, le froid qui a résulté du mélange

lange n'a fait descendre la liqueur de nos Thermometres que 3 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous du terme de la congélation artificielle, c'est-à-dire au-dessous du froid qui suffit pour geler l'eau; & nous verrons bien-tôt que des sels dont on n'a pas une si grande idée par rapport au refroidissement, sont capables de faire descendre plus bas la liqueur du Thermometre.

Le sel marin sur-tout, le sel de table a bien une autre efficacité pour la production du froid. Si on le mêle dans les proportions convenables avec la glace, c'est-à-dire, si on mêle une partie de ce sel avec deux parties de glace, ou encore mieux deux parties de sel avec trois parties de glace, au milieu des plus grandes chaleurs de l'Été, on fait naître dans l'instant un degré de froid plus considérable que celui que l'Hiver de 1709 fit sentir dans ce pays. Par des comparaisons d'observations faites en différens tems sur le Thermometre de l'Observatoire, le plus violent degré de froid de cette année eût fait descendre la liqueur de nos Thermometres à 14 degrés $\frac{1}{2}$ ou environ, & le sel marin mêlé avec la glace pilée fait descendre la liqueur du Thermometre à 15 degrés complets.

Il est vrai que le froid de la boule du Thermometre est alors bien grand; si on la retire du mélange où elle l'a pris, les gouttes d'eau qu'on fait tomber sur cette boule sont gelées presque aussi-tôt qu'elles l'ont touchée. Un certain degré de chaleur tel que celui de la salive, ne retarde pas sensiblement cet effet; un crachat qui tombe sur la boule n'a pas le tems d'y couler, il est solide dans l'instant.

Si

Si on plonge alors la boule dans de l'eau, elle est sur le champ enduite d'une calotte de glace, & on l'envelopperoit ainsi successivement d'une couche de glace très épaisse, comme on couvre une mèche du suif dans lequel on la plonge.

Le Salpêtre ne peut donc produire qu'un degré de froid déterminé par trois degrés & demi de notre Thermometre, pendant que le Sel marin en produit un de 15 degrés. Les degrés, qui sont les mesures de l'efficacité du froid de chaque sel, seront commodes pour nous donner des degrés fixes de froid; car en mêlant chacun de ces sels dans des proportions constantes avec la glace, on parvient constamment à avoir le même degré de froid. D'où il suit que dès que d'autres sels que ceux que nous venons d'examiner, nous donneront d'autres degrés de froid intermédiaires, nous serons en état de mieux déterminer les degrés de froid de differens lieux d'Hiver & de differens pays, de les caractériser en quelque sorte. Les uns pourront être désignés par le froid produit par le Salpêtre; les autres par le froid produit par le Sel marin; & les autres par des froids d'autres sels dont nous parlerons dans la suite; au moyen de quoi il sera toujours aisé de ramener les degrés de froid marqués par un Thermometre quelconque, aux degrés de froid du nôtre.

La différence connue des efficacités du Sel marin & du Salpêtre peut être employée à un usage qui paroitra plus important à bien des gens, & qui généralement paroitra plus

fin.

singulier. Pendant la guerre, tout ce qui y a rapport est ce qui nous touche le plus. La Poudre à canon est le grand & le principal agent des opérations militaires; il importe extrêmement de faire de bonne Poudre, & par la même raison il importe extrêmement d'avoir des moyens de s'assurer de la qualité des Poudres. On en a enseigné plusieurs moyens; on a imaginé & construit diverses espèces d'éprouvettes ou de machines pour reconnoître les forces des différentes Poudres. Toutes ces machines sont faites pour mesurer, soit l'étendue de la dilatation de la Poudre qu'on essaye, soit la force avec laquelle elle se dilate. Mais ceux qui sont le plus au fait de l'Artillerie, savent combien toutes les épreuves de la Poudre qu'on a proposées jusqu'ici sont incertaines. Quoique je vienne de préparer à la proposition que je vais avancer, peut-être ne s'attend-on pas encore que je propose comme le meilleur moyen d'éprouver la Poudre à canon, qu'on n'a jamais considérée que par rapport à son inflammabilité, que je propose, dis-je, de l'éprouver par le froid qu'elle peut produire. Toute paradoxe que semble cette proposition, elle paroîtra bien-tôt certaine, au moins pour l'épreuve de la plus essentielle des matières qui entrent dans la composition de cette Poudre, pour le Salpêtre. Il paroîtra tout aussi singulier que le Salpêtre, qui est d'autant plus parfait, qu'il est plus inflammable, ne puisse pas être éprouvé aussi sûrement par le feu qu'il le peut être par la glace. Des notions simples & familières à ceux qui ont quel-

quelque connoissance des Sels, & sur-tout de la maniere dont on raffine le Salpêtre, suffisent pour faire voir la certitude du nouveau genre d'essai du Salpêtre que je propose. On sait que le meilleur Salpêtre est le plus raffiné, & que raffiner le Salpêtre n'est presque que lui ôter une partie du Sel marin avec lequel il étoit mêlé: on lui en ôte une quantité considérable par la premiere cuite; on lui en ôte par la seconde cuite; & on lui en ôte encore par la troisieme ou derniere cuite.

Rappelons-nous à présent nos deux premieres expériences sur l'efficacité des sels pour produire du froid; rappelons nous que le salpêtre bien raffiné ne produit que 3 degrés & demi de froid au dessous de la congélation, & que le Sel marin en produit 15; & on ne pourra s'empêcher d'en conclure qu'un Salpêtre qui ne sera pas bien raffiné, qui contiendra plus de Sel marin que n'en contient celui qui ne peut faire descendre la liqueur du Thermometre qu'à 3 degrés & demi au dessous de la congélation; que ce Salpêtre, dis-je, moins raffiné, fera descendre la liqueur du Thermometre au dessous de 3 degrés & demi; qu'il la fera descendre d'autant plus bas qu'il sera moins raffiné, ou qu'il contiendra plus de sel marin. Cela est si évident, que je ne crois pas même qu'il faille avoir recours à ces expériences pour le prouver. Aussi me bornerai-je à en citer deux, qui donneront quelque idée de ce qu'on peut attendre de ce genre d'épreuves.

Dans la premiere, j'ai mêlé du Salpêtre avec de la glace pilée;
dans

dans les mêmes proportions que j'avois mêlé du Salpêtre bien raffiné avec de pareille glace. La liqueur du Thermometre mis dans ce nouveau mélange a descendu à 8 degrés & demi. Du Salpêtre plus raffiné ne l'eût fait descendre que de 3 degrés & demi. Dans une seconde expérience j'ai employé du Salpêtre encore moins épuré ; la liqueur du Thermometre a descendu à 11 degrés. Si on a eu si grande idée du froid que le Salpêtre peut produire, c'est qu'on n'a pas été difficile sur le choix, lorsqu'on a voulu l'employer pour faire de la glace, & qu'on aura souvent pris le moins parfait, le moins Salpêtre, qui heureusement étoit le plus efficace pour la production du froid.

Je ne m'arrêterai point actuellement à faire voir plus au long combien il est facile de déterminer par cette voye le degré de perfection de tout Salpêtre donné. Il est clair que si on prend la peine de raffiner du Salpêtre autant qu'il est possible ; que si on l'amene à un point où il ne contienne plus, ou au moins il puisse être censé ne plus contenir de sel marin ; qu'après qu'on se sera assuré du point où ce Salpêtre peut faire descendre la liqueur du Thermometre, si on mêle ensuite avec ce même Salpêtre du sel marin en différentes proportions toujours de plus grandes en plus grandes, & qu'on s'assure du degré de froid que peut produire le Salpêtre mêlé avec chacune de ces différentes doses de sel marin, on aura une Table des qualités des differens Salpêtres, exprimées en degrés du Thermometre ; & cette Table ap-
pren-

prendra ensuite la quantité de sel marin que contiendra tout Salpêtre dont on éprouvera la qualité.

Je ne crois donc pas qu'on puisse avoir une meilleure manière d'essayer le Salpêtre, que par le froid qu'il peut produire. Le même genre d'épreuve ne paroîtra pas moins convenir à la Poudre à canon, lorsqu'on saura qu'elle est les trois quarts Salpêtre; car les oses ordinaires de sa composition sont de trois parties de Salpêtre, d'une demi-partie de charbon pilé, & d'une demi-partie de souphre. Le charbon & le souphre ne sont par eux-mêmes aucunement capables d'augmenter ou de diminuer le froid de la glace, & combinés avec le Salpêtre, ils n'en altèrent point l'effet; en voilà des preuves décisives. J'ai mêlé une partie de bonne Poudre à canon bien pulvérisée avec deux parties de glace; le froid qui a été excité par ce mélange a fait descendre la liqueur du Thermometre à près de 3 degrés $\frac{1}{2}$, comme elle y fût descendue, si du Salpêtre eût été mêlé avec la glace.

Mais pour m'assurer des differens degrés de froid que la Poudre à canon produiroit selon la différente qualité du Salpêtre qui seroit entré dans sa composition, j'ai fait moi-même de la Poudre avec du Salpêtre de la troisième cuite, & ma Poudre a eu le même effet que la bonne Poudre que j'avois achetée. J'ai fait d'autre Poudre avec du Salpêtre de première cuite; j'en ai mêlé une partie avec deux parties de glace pilée; ce mélange a fait descendre la liqueur du Thermometre à

8 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, à 5 degrés $\frac{1}{2}$ plus bas que n'eût fait la Poudre composée de Salpêtre bien raffiné.

De la Poudre à canon faite avec de bon Salpêtre pourroit pécher en ce qu'on n'auroit pas fait entrer assez de ce sel dans sa composition, parce qu'on auroit employé le charbon & le souphre en trop grandes doses. Notre épreuve avec la glace nous mettroit encore en état de connoître l'imperfection de cette Poudre ; mêlée en même quantité & en même proportion avec de la glace, elle ne produiroit pas autant de froid que de bonne Poudre en produiroit dans les mêmes circonstances.

Il est vrai qu'on pourroit combiner de mauvais Salpêtre avec des doses plus fortes de charbon pilé & de souphre, de manière que de la Poudre qui pécheroit, & par les doses, & par la qualité du Salpêtre, seroit capable de faire naître le même froid que fait naître la bonne Poudre, si on les méloit l'une & l'autre en même proportion avec la glace pilée. Mais le rapport du poids & du volume de la mauvaise Poudre, au poids & au volume de la bonne, pourroit aider à reconnoître la tromperie, pour peu qu'on l'eût soupçonnée. Il y auroit même un moyen sûr de la découvrir. On feroit dissoudre de cette Poudre avec une suffisante quantité d'eau, l'eau se chargeroit de son Salpêtre. Après avoir filtré cette eau, on la feroit évaporer, & on auroit le Salpêtre de cette Poudre. Par l'essai de la glace, on reconnoitroit aisément sa qualité, comme on peut reconnoître celle
de

de tout Salpêtre. Ainsi il ne paroît pas qu'il puisse y avoir aucune mauvaise manœuvre dans la fabrique de la Poudre, que notre épreuve par la glace ne découvre. Sans aucun appareil, on parviendroit même à reconnoître la Poudre dans laquelle seroit entré le mauvais Salpêtre; on n'auroit qu'à la mêler en grande dose avec la glace, par exemple, à parties égales; elle produiroit alors un froid plus grand que celui qu'elle avoit produit dans de la glace, y étant mêlée dans une moindre proportion, un froid de plus de 3 degrés $\frac{1}{2}$. La Poudre au contraire faite avec le bon Salpêtre ne fera jamais naître plus de 1 degré $\frac{1}{2}$ de froid au-dessous de la congélation.

Mais, pour reprendre la suite de nos essais es sels, & pour déterminer en même tems les degrés de froid de notre Thermometre qui leur répondent, nous supposons que nous les avons mêlés chacun avec la glace dans la proportion la plus avantageuse: nous irons ailleurs quelle est cette proportion la plus avantageuse pour chacun d'eux. Les degrés dont nous parlerons seront toujours des degrés au-dessous du terme où l'eau commence à se geler.

Quoiqu'on regarde le Souphre comme propre à refroidir l'eau, il n'a nullement refroidi la glace. Le Charbon pilé ne l'a aussi aucunement refroidie.

Le Borax n'a donné à la glace qu'un demi-degré de froid au-dessous de la congélation. Le Vitriol verd ou de Mars donne 2 degrés de froid au-dessous de la congélation.

Mém. 1734.

L

Le

Le sel de Glauber n'en donne pas davantage.

Mais le Sucre a fait descendre la liqueur du Thermometre à 5 degrés au-dessous de la congélation ; il est capable de produire un froid plus grand d'un degré & demi que celui du Salpêtre bien raffiné.

Le sel de Verre, qui est un sel moyen de la nature du sel marin, a fait descendre la liqueur du Thermometre à 10 degrés.

Les essais précédens ont été faits avec des sels moyens ; des sels d'une autre nature, des sels alkalis, méritoient d'être éprouvés. L'effet du sel de Tartre est assez considérable, il a fait naître un froid plus grand de 10 degrés que celui qui suffit pour geler l'eau.

Le Natron d'Egypte, qui est une espece de sel alkali naturel qui se trouve mêlé inégalement avec le sel marin, a aussi donné un froid de 10 degrés.

Tous les sels alkalis ne sont pas capables de produire autant d'effet ; celui que j'ai tiré de la Soude n'a pu faire descendre la liqueur du Thermometre qu'à 6 degrés $\frac{1}{2}$ au dessous du terme de la congélation.

La Chaux même, malgré la chaleur qu'elle produit quand l'eau la pénètre, augmente d'un degré & demi le froid de la glace avec laquelle elle est mêlée.

La Soude, c'est-à-dire, cette cendre de la Plante appelée *Kali* ; la Soude, dis-je, qui est employée à tant d'usages, d'où a été tiré l'espece de sel dont nous venons de parler, fait descendre la liqueur du Thermometre

peu plus de 3 degrés au dessous de la congélation.

Le goût pour ces liqueurs glacées que nous nommons des Glaces, va tous les jours augmentant. Le tems où une chaleur excessive nous porte à chercher à nous rafraîchir, l'Été, n'est plus la seule saison qui leur est consacrée; on n'est plus étonné de les voir paroître sur les tables au milieu de l'Hiver sous des formes variées & recherchées, avec des couleurs différentes. Quoi qu'il soit du bon ou du mauvais usage que nous faisons des liqueurs glacées, le grand usage que nous en faisons fût-il l'effet d'un luxe poussé trop loin, plus cet usage s'étend, & plus il importe de pouvoir faire les glaces à moins de frais, en tout tems, & en tous lieux; le résultat de notre dernière expérience nous en donne un moyen. On fait déjà de ceux dont la profession est de les vendre, on les a mises à un prix excessif par rapport à celui qu'elles leur coûtent. La plus grande dépense à laquelle elles engagent, est celle du sel marin, du sel de table qu'on y emploie ordinairement. Si on s'en est tenu à ce sel, si on a été si bique cher à Paris, c'est qu'il l'est encore plus que le Salpêtre. Si le Salpêtre ne coûte que deux ou trois sols la livre, les fabricateurs de glaces se donneroient bien de garder à employer le sel marin. Nous avons dans la Soude une matiere capable de produire à-peu-près autant d'effet que le Salpêtre bien purifié, & une matiere à si bon marché, on l'emploie même pour les lessives ordinaires.

Ne doutant nullement du succès, j'ai donc essayé de faire des glaces avec la Soude mêlée avec de la glace ordinaire; l'expérience a réussi selon mon attente toutes les fois qu'elle a été répétée, quoique je l'aye faite dans des endroits aussi chauds que le sont pendant l'Été ceux où l'on fait des glaces.

Puisque le sel marin est capable de produire un degré de froid si supérieur à celui du Salpêtre & de la Soude, il sembleroit que le sel marin devroit être employé avec beaucoup plus d'avantage que la Soude, & avec un avantage qui compenserait la différence du prix. Mais lorsqu'il est simplement question de produire des glaces telles que celles que nous prenons, il n'est pas nécessaire d'avoir recours aux matieres qui peuvent donner les plus grands degrés de froid. Quelques remarques sur la petite manœuvre de la fabrique des glaces, nous feront voir même qu'un degré de froid excessif ne répondroit pas aux vues qu'on se propose. Les glaces destinées à nous être servies, ne doivent pas avoir la dureté des morceaux de glace, nous les voulons semblables à la neige; pour louer même des glaces bien faites, nous les appellons *des neiges*. On sait que l'eau qui touche les parois du vase, se gele la première; c'est l'endroit le plus proche des matieres qui produisent le refroidissement, & l'endroit qui se refroidit le premier. Pour parvenir à avoir de la glace rare, de la glace en neige, on ratisse de tems en tems avec une lame de couteau ou avec quelque instrument équivalent la couche de glace qui s'est formée contre

re les parois intérieures du vase; on la divise ainsi en petites parties qui viennent nager dans la liqueur. Plus on ratisse souvent, plus on est attentif à emporter des couches minces, & mieux on réussit à avoir une glace bien en neige. ~~Se~~ Les matieres qui produisent le froid, produisent trop subitement un froid excessif, des couches épaisses se forment trop vite, on ne réussit pas à faire une glace parfaite pour nous.

Une autre considération encore, c'est qu'il est difficile de compasser le tems nécessaire à faire des glaces, de maniere qu'elles ne soient faites que dans celui où on les veut prendre. On est souvent obligé de les garder pendant plusieurs heures, & alors on est en risque de les perdre, si on ne revient, & quelquefois à bien des reprises, à les entourer de la nouvelle glace mêlée avec du sel. La glace d'eau, celle qui a servi à les produire, se fond, elle s'échauffe, & les liqueurs glacées ont le même sort. Il ne suffit donc pas que la matiere qu'on employe donne un grand degré de froid, il vaut mieux qu'elle donne un degré de froid moindre, qu'elle le donne pendant un tems plus long. D'où il suit que lorsqu'on veut faire des glaces, & les conserver pendant quelque tems, la préférence peut être accordée pour cette opération à les sels qui produisent un moindre degré de froid, s'ils le produisent pendant un tems plus long. Les sels qui mêlés avec la glace, font naître un plus grand degré de froid, & généralement toutes les matieres qui font naître un froid plus subit, fondent plus subite-

ment la glace. Si la Soude ne produit pas un degré de froid aussi considérable que celui du sel marin, degré de froid qui n'est pas nécessaire pour notre opération, & qui peut même nuire à un succès parfait, elle a sur le sel marin l'avantage considérable de ne pas faire fondre aussi promptement la glace, & de la maintenir plus longtems dans le degré de froid qui suffit pour empêcher les liqueurs qu'on a gelées de se fondre.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que quand on veut faire des glaces promptement, qu'on veut les faire en cinq ou six minutes, comme on s'en pique aujourd'hui, il faut avoir recours à un sel capable, comme le sel marin, de produire subitement un froid excessif; mais que si on aime mieux les faire à moindres frais, quoique ce soit en plus de tems, on doit se servir de la Soude, & qu'on doit l'employer par préférence, lorsqu'on a besoin de conserver ses glaces pendant plusieurs heures, pendant des demi-journées.

Heureusement il en est encore ici de la Soude comme du Salpêtre: la meilleure, je veux dire la plus estimée comme Soude, & la plus chère, celle d'Alicante, est la moins efficace pour la production du sel. Cette Soude vaut quelquefois jusqu'à quatre sols la livre chez les marchands, & ils ont, ou au moins ils ont eu, & ils auront quand on voudra, des Soudes, dont ils ne trouvoient pas le débit, qu'ils ne vendent qu'un ou deux sols la livre; ces mauvaises Soudes sont capables de produire 9, 10, & même 12 degrés de

e froid au dessous de celui de la congélation, c'est-à-dire, un froid capable de faire les glaces assez promptement.

Mais veut-on encore une matiere plus simple & à meilleur marché que les Soudes les moins cheres, & dont on se servira avec succès, pourvu qu'on ne soit pas pressé par le tems, & une matiere qu'on peut trouver partout ? c'est la Cendre ordinaire. On n'a qu'à prendre celle qui se trouve en toute cheminée où on a brûlé du bois neuf. Cette cendre mêlée avec la glace, à-peu-près à poids égal, donne un degré de froid de 3 degrés au dessous de la congélation, un degré de froid peu inférieur à celui du Salpêtre raffiné, & peu différent de celui de la Soude d'Alicante. Si le refroidissement qu'elle produit n'est pas bien subit, elle a au moins l'avantage de conserver pendant longtems le degré de froid qu'elle est capable de faire naître : la matiere terreuse boit l'eau qui sort de la glace qui se fond ; cette matiere terreuse devient une espece de pâte qui arrête mieux les impressions de l'air extérieur, & qui est plus difficile à échauffer que ne seroit de l'eau.

Mais si on veut absolument faire des glaces en aussi peu de tems qu'on les fait avec le sel marin, les faire avec un sel capable de produire un aussi grand degré de froid, nous trouverons encore un sel plus cher à la vérité à Paris que la Soude ordinaire, mais moins cher que le sel marin, qui méritera d'être préféré à ce dernier. Le sel dont nous voulons parler est encore une espece de Soude. On fait qu'en général les Soudes sont des

cendres qui sont extrêmement chargées de sel fixe. Il y a de ces especes de cendres qui sont presque tout sel, & qui sont faites de bois ordinaires brûlés dans des especes de fours, & avec certaines précautions que nous ne devons pas expliquer ici. Ces especes de Soudes, ou de sels, sont appellées *des potasses*; elles nous viennent d'Allemagne, & on en peut faire par-tout où on a trop de bois. On les vend à Paris au plus huit sols, & quelquefois six sols la livre, & on pourroit les y avoir à très grand marché. Quelques-unes de ces potasses sont assurément préférables au sel marin pour faire promptement des glaces. J'en ai essayé qui ont produit un degré de froid de 17 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, un froid de 2 degrés $\frac{1}{2}$ plus grand que celui du sel marin. De moins bonnes que celles dont je viens de parler, m'ont encore donné un degré $\frac{1}{2}$ de froid de plus que le sel marin, 16 degrés $\frac{1}{2}$.

Les différences considérables qui sont entre les efficacités des différentes Soudes pour la production du froid, nous fournissent un genre d'épreuve pareil à celui dont le Salpêtre nous a donné occasion de parler, pour reconnoître les différentes qualités de ces sels.

Le sel ammoniac est celui de tous les sels à qui on a accordé le premier rang par rapport aux congélations; cependant dans un très grand nombre d'épreuves, & dans les proportions les plus favorables de son mélange avec la glace, il ne m'a jamais produit que

que 13 degrés de froid, c'est-à-dire, 2 degrés de moins que le sel marin.

Le sel marin capable de faire naître 15 degrés de froid au dessous de la congélation, est le sel de table dont nous nous servons à Paris, celui qu'on tire des Marais salans de Brouage, & de ceux des pays voisins; mais il peut y avoir, & il y a des sels marins qui ne produiroient pas d'aussi grands effets, & il peut y en avoir, & il y en a qui en produisent de plus grands.

Le sel marin ou le sel de même nature qui se trouve au fond des chaudières dans lesquelles on raffine le Salpêtre, a pourtant fait descendre la liqueur, comme notre sel de table, à 15 degrés au dessous de la congélation. Mais du sel gemme, qui, comme on fait, est un sel fossile de la nature du sel marin, a produit plus de froid que le sel marin de nos tables. Il a fait descendre la liqueur du Thermomètre à 17 degrés, à 2 degrés plus bas que le sel marin ordinaire.

Avec des esprits, avec des liqueurs spiritueuses tirées de ces mêmes sels dont nous avons éprouvé la puissance, on parvient à faire naître de prodigieux degrés de froid. C'est sur quoi on a déjà fait de curieuses expériences, mais que nous avons eu besoin de répéter pour en déterminer les effets en degrés de notre Thermomètre.

Qu'on prenne de la glace pilée très fine, & réduite presque en neige, qu'on mette un de nos petits Thermomètres dans cette glace, contenue elle-même dans un vase de capacité proportionnée à celle du Thermomètre.

tre. Qu'on prenne une quantité d'esprit de Nitre dont le poids soit environ égal à la moitié de celui de la glace, & à qui on ait eu soin de donner le degré de froid de la congélation, en le tenant pendant quelque tems au milieu de la glace. Tout étant ainsi préparé, versez l'esprit de Nitre sur la glace, vous verrez descendre la liqueur du Thermometre avec beaucoup de vitesse, & elle ne s'arrêtera que lorsqu'elle sera à environ 19 degrés au-dessous de la congélation. Voilà donc 4 degrés de froid par-delà les 15 que donne le sel marin.

On ira pourtant plus loin; on produira un degré de froid beaucoup plus grand, si avant que de verser l'esprit de Nitre sur la glace, on a fait prendre à cette glace & à l'esprit de Nitre un plus grand degré de froid que celui de la congélation. Je les ai refroidis l'un & l'autre au point d'avoir le degré de froid de 14 degrés, en les environnant de glace mêlée avec du sel marin. Cet esprit de Nitre, déjà très froid, versé sur de la glace très froide, a produit un froid qui a fait descendre la liqueur du Thermometre à 23 degrés $\frac{1}{2}$.

Si on avoit refroidi la glace & l'esprit de Nitre à ce prodigieux degré de froid, c'est-à-dire, si on avoit fait prendre à la glace 22 à 23 degrés de froid, & si on avoit fait prendre le même degré de froid à l'esprit de Nitre, du mélange de cet esprit de Nitre si prodigieusement refroidi avec de la glace également refroidie, il en naitroit une nouvelle augmentation de froid que j'ai ainsi poussée jusqu'à

qu'à 25 degrés. On ne voit point le terme où le froid pourroit être porté, en versant de l'esprit de Nitre de plus froid en plus froid avec de la glace de plus froide en plus froide. C'est pourtant une progression qui va en décroissant, & même en décroissant assez vite.

L'efficacité du sel marin étant si supérieure, par rapport à la production du froid, à celle du Salpêtre, il sembloit qu'on devoit attendre que l'esprit de Sel employé avec les mêmes précautions que l'esprit de Nitre, feroit naître un degré de froid beaucoup plus considérable. Mais plus on fait d'expériences, plus nous avons de preuves que nous ne devons pas trop nous fier aux premières apparences. L'esprit de Sel a produit un peu moins de froid que l'esprit de Nitre n'en avoit produit, trois quarts de degré de moins.

S'il est singulier que l'esprit de Sel ne soit pas capable de produire un plus grand degré de froid que celui que l'esprit de Nitre peut produire, il doit le paroître bien davantage qu'une liqueur inflammable, qu'une liqueur que nous regardons comme tout feu, que l'esprit de Vin en un mot soit propre à produire un degré de froid à peu près égal à celui que font naître les esprits acides les plus violens. Les Physiciens savent pourtant que l'esprit de Vin versé sur de la glace, produit sur le champ un refroidissement qui est supérieur à celui de sels assez efficaces. Mais, pour mieux connoître tout ce que peut l'esprit de Vin pour la production du froid, je lui ai fait prendre à lui-même 19 degrés de froid, en

environnant la bouteille, dans laquelle il étoit ; de glace refroidie à ce point. Je l'ai versé sur de la glace refroidie au même degré ; la liqueur du Thermometre qui étoit dans cette glace, est descendue à 21 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, qu'il ne s'en est fallu que 2 degrés que le froid produit par l'esprit de Vin n'ait été égal à celui qui est produit par l'esprit de Nitre dans les mêmes circonstances.

Nous nous sommes fait une loi de ne nous point arrêter à donner des explications qui pourroient paroître incertaines, dans un Mémoire où nous ne pourrions même rapporter qu'une petite partie des faits que nos expériences nous ont fournis. Les explications que nous pourrions donner, devant être tirées des faits, le détail des faits doit les précéder. Un fait que nous pouvons prendre pour certain, c'est que si on mêle une matière quelconque avec la glace, ce mélange ne produit de froid qu'autant qu'il occasionne la fonte de la glace. C'est un principe que M. de Mairan n'a pas manqué de saisir dans son Traité de la Glace, & dont il a bien su faire usage. Dans la vue de démontrer la vérité de ce principe, j'ai fait une expérience dont le succès eût surpris ceux à qui ce principe n'eût pas été connu. J'ai fait prendre à de la glace bien pilée 12 degrés de froid ; j'ai jetté sur cette glace du sel marin froid lui-même de 12 degrés. La glace & le sel froids à ce point étoient très secs l'un & l'autre ; le sel devoit toucher la glace ; être mêlé avec elle sans la fondre. Je les ai mêlés

en-

ensemble avec un instrument très froid ; il ne s'est fait aucune fusion, aussi ne s'est-il fait aucune nouvelle production de froid. La liqueur du Thermometre qui auroit dû descendre à 15 degrés par l'effet du mélange du sel & de la glace, a resté à 12 degrés, c'est-à-dire, au degré qu'avoient la glace & le sel avant que d'être mêlés.

J'ai pourtant cru qu'avec de la glace & du sel refroidis on pouvoit produire des degrés de froid plus grands que ceux qu'ils donnent lorsqu'on les mêle ensemble, n'ayant chacun que le froid de la congélation, ou un froid moindre. J'ai mêlé ensemble de la glace & du sel marin qui avoient chacun 14 degrés de froid ; la liqueur du Thermometre est restée à ce terme. Pendant qu'elle y paroissoit fixe, j'ai versé sur la glace, de l'eau chargée de sel marin, & froide de 8 à 9 degrés. Le but que je me proposois est aisé à voir, je voulois mettre le sel marin concret & la glace en état de fondre. La glace & le sel se sont aussi fondus, & sur le champ le froid des matieres qui se fendoient a augmenté. Non seulement la liqueur du Thermometre a descendu à 15 degrés, terme ordinaire du froid de la glace & du sel marin, elle est descendue 2 degrés $\frac{1}{2}$ plus bas, à 17 $\frac{1}{2}$. D'où il suit qu'au moyen de cet expédient, on pourroit avec de la glace & du sel refroidis de plus en plus, produire des degrés de froid de plus grands en plus grands. Cette maniere de faire usage des sels, & les combinaisons que j'ai tenté de faire de differens sels les uns avec les autres, m'ont

déjà appris qu'avec des sels concrets on peut produire des degrés de froid presque aussi considérables que les plus grands qui ayent été produits avec les plus forts esprits acides. Avec du salpêtre, du sel marin & du sel ammoniac refroidis, mêlés successivement avec la glace, en doses convenables, j'ai fait naître un degré de froid de 22 degrés. Partant de-là pour faire usage des esprits acides, quel froid ne produiroit-on pas ?

La meilleure & la plus précise maniere de mesurer les degrés du froid, est assurément par les degrés de condensation qu'il produit dans la liqueur du Thermometre ; il en est encore une autre qui a quelque chose de moins exact, mais de plus satisfaisant, c'est celle qui nous détermine leur puissance pour geler, pour faire prendre de la solidité à des liqueurs. L'eau est gelée par un degré de froid que nous prenons pour le terme d'où nous commençons à compter les degrés qui vont en augmentant. Il y a des liqueurs qui conservent leur fluidité, quoiqu'on leur fasse prendre les plus grands degrés de froid que nous ayons produits ; tel est heureusement l'esprit de Vin de nos Thermometres. Si on l'affoiblit en le mêlant avec de l'eau, on donne plus de prise au froid pour le fixer, pour le rendre solide. Dans mes différentes épreuves j'ai mis dans le mélange de glace & de sel de petits tubes de verre remplis chacun d'esprit de Vin affoibli en différentes proportions. Tout ce qu'a pu faire le froid de 23 degrés $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, ce prodigieux froid qui naît de l'esprit de Nitre refroidi, versé sur la

La glace refroidie, a été de faire geler l'esprit de Vin, tel que celui de nos Thermomètres, mêlé en parties égales avec l'eau. Un mélange de trois parties du même esprit de Vin & de deux parties d'eau a conservé la fluidité au milieu de ce grand froid. Mais ce mélange de trois parties d'esprit de Vin & de deux parties d'eau a été converti en glace par un degré de froid de 25 degrés, que j'ai produit en versant de l'esprit de Nitre très refroidi sur de la glace très refroidie.

Le froid de 15 degrés, celui que produit le sel marin, ne peut geler qu'un mélange fait d'une partie d'esprit de Vin & de trois parties d'eau.

Nous ne sommes pas surpris que les liqueurs inflammables, telles que l'esprit de Vin, & peut-être ne le devons-nous pas être encore, que les puissans esprits acides, que les eaux mêmes chargées de beaucoup de sels, conservent leur liquidité contre des froids excessifs. Mais la Nature fait composer des liqueurs qui ne sont nullement inflammables, qui n'ont pas d'acidité sensible pour nous, & qui cependant sont en état de résister à de très grands froids. Je veux parler de l'espece de sang qui circule dans des Insectes de tant d'Espèces. Par sa couleur, par son goût, nos sens grossiers le jugeroient de l'eau, ou au moins une liqueur extrêmement aqueuse. Les canaux dans lesquels il circule, nous conduisent, à la vérité, à en prendre une autre idée. Il m'a paru curieux de savoir quels degrés de froid étoient capables de soutenir les liqueurs des Insectes sans se geler. S'il est un état de mort, c'est

c'est assurément celui où toutes les liqueurs sont gelées, où tout leur mouvement, même leur mouvement intestin, est arrêté. Quand l'Hiver nous fait sentir un froid que nous trouvons trop rude, ce seroit une espece de consolation de savoir qu'il nous délivre de certaines Especes d'Insectes ; qu'il fait périr telle Espece de Chenilles qui pendant l'Été auroit dépouillé les arbres de nos jardins de leurs feuilles ; qu'il en fait périr une autre qui auroit ravagé les choux ou d'autres légumes. J'ai mis dans des tubes de verre des Chenilles de différentes Especes & d'autres Insectes, & cela pendant l'Hiver, & au commencement du Printems. J'ai placé ce tube de verre dans un mélange de glace & de sel propre à faire naître un grand degré de froid, qu'un Thermometre placé dans la même liqueur me faisoit connoître. Je réserve le détail de ces expériences pour un autre Ouvrage, pour l'Histoire des Insectes où il doit se trouver ; je me contenterai d'en donner ici quelques résultats. Huit degrés de froid au-dessous de la congélation ont été nécessaires, mais ils ont *suffi* pour geler parfaitement des Chenilles de quelques Especes. Ces 8 degrés de froid les ont rendues roides, & aussi dures que la plus dure glace, on ne pouvoit les couper que comme on coupe une pierre tendre ; aussi toutes ces Chenilles étoient-elles bien mortes, & ne se sont jamais donné de mouvement depuis. J'ai exposé au même degré de froid, & ensuite à de plus grands degrés de froid, des Chenilles qui, quoiqu'elles dussent devenir d'une grandeur médiocre, c'est-à-dire, longues

ues de plus d'un pouce, & grosses à proportion, n'avoient que deux ou trois lignes de longueur, & n'étoient guere plus grosses que les grosses épingles. Si jeunes, & par conséquent si délicates, elles ne sembloient pas être en état de résister à un froid bien rude; il y en a pourtant eu à qui j'ai fait soutenir un froid de plus de 17 degrés, plus grand que près de 3 degrés que celui de l'année 1709. Quand je les ai eu retirées de l'endroit où regnoit un si furieux froid, elles sembloient mortes, mais elles ne l'étoient pas; leur corps avoit sa première souplesse, il cédoit sous le loigt, il se laissoit plier. Enfin ces Chenilles échauffées peu-à-peu, c'est-à-dire, d'abord dans de la glace ordinaire, ont commencé à se mouvoir, & ont paru aussi vigoureuses qu'elles l'étoient avant que d'avoir été mises à une si rude épreuve.

Le sang & les principales liqueurs qui se trouvent dans le corps de ces Insectes, toutes aqueuses qu'elles nous semblent, sont donc d'une nature à soutenir un froid excessif sans se geler. Je vois bien qu'on peut soupçonner que ce que j'attribue à la nature de leurs liqueurs, a peut-être pour cause la chaleur qui regne dans l'intérieur de l'Insecte, & la rapidité avec laquelle les liqueurs y circulent. Quoiqu'après une diète de trois à quatre mois qu'avoient faite les Chenilles dont je parle, la vitesse de la circulation dût être bien affoiblie, & la chaleur intérieure bien diminuée, j'ai pourtant craint que les deux causes dont je viens de parler, ne produisissent l'effet que j'attribuois à la qualité

lité de leurs liqueurs. Le doute étoit aisé à lever par une expérience. J'ai tué plusieurs de ces Chenilles, & bien mortes, je les ai mises dans le tube de verre que j'ai tenu pendant un tems suffisant au milieu du mélange qui produit un froid de 17 degrés; quand je les en ai eu retirées, j'ai vu que leurs corps étoient aussi souples que l'étoient, après la même épreuve, ceux des Chenilles qui l'avoient soutenue vivantes. Les liqueurs du corps des mortes n'avoient donc été aucunement gelées par un si grand froid; ce n'est donc ni la chaleur intérieure de leur corps, ni le mouvement rapide de leurs liqueurs, qui empêche ces liqueurs de se geler.

Nous ne pouvons donc pas espérer que les plus grands froids de notre climat nous délivrent, ni même qu'ils diminuent le nombre des Chenilles de l'Espèce dont je viens de parler, & malheureusement c'est celle qui fait le plus de ravage; dans certaines années, le nombre de ses individus égale peut-être en France celui des individus d'un millier d'autres Espèces: aussi avons-nous nommé cette espèce *la Commune*. C'est celle qui passe l'Hiver dans des nids de toiles qui paroissent sur les arbres, mieux qu'en tout autre tems, lorsque leurs feuilles sont tombées.

Il n'est pas sûr même que l'Hiver nous délivre des Espèces de Chenilles dont les liqueurs sont gelées par 7 à 8 degrés de froid, lorsque le froid de l'air devient plus considérable. Le grand Maître qui a fait les Chenilles, a plus songé à les constituer comme elles le doivent être, qu'à les constituer comme nous
vou-

voudrions qu'elles le fussent. Quantité d'Espèces passent l'Hiver sous la forme de Chrysalides. Il y a de ces Chrysalides qui, pendant cette rude saison, sont attachées contre des murs, contre des entablemens d'édifices, contre des branches d'arbres; qui y sont nues, c'est-à-dire, qui ne sont point couvertes d'une coque de soye. J'ai fait souffrir à de pareilles Chrysalides de très grands degrés de froid, sans que leurs liqueurs se soient gelées, sans qu'elles aient paru en souffrir. D'autres Chrysalides au contraire ont été durcies par un froid de 7 à 8 degrés, & elles ont péri; mais ces dernières étoient des Chrysalides venues de Chenilles qui étoient entrées en terre, qui s'y étoient construit des coques dans lesquelles elles s'étoient métamorphosées. Ainsi les Insectes qui restent exposés à de grands degrés de froid, sont ceux qui les peuvent braver. Ceux qui sont plus sensibles aux impressions du froid, agissent comme s'ils prévoyaient celui qui doit regner pendant l'Hiver sur la surface de la terre, & auquel ils ne sauroient résister; je dis qu'ils agissent comme s'ils le prévoyaient, parce que ce ne sont pas les approches de l'Hiver, le froid actuel, qui détermine les Chenilles à entrer en terre: il y a des Chenilles qui s'y enfoncent dans les mois de Juillet & d'Août, & d'autres même dès le commencement du Printems. Peu après y être entrées, elles s'y transforment en Chrysalides, & y restent quelquefois des neuf à dix mois, & même près d'une année. Ce n'est que l'année suivante que l'Insecte sort de terre sous la forme de Papillon.

Au

Au reste, le sang des grands animaux, celui des oiseaux, celui des quadrupèdes & le nôtre même, non seulement se coagulent aisément, mais ils sont bien plus aisés à geler que celui des Insectes. Le sang d'un Pigeon qu'on a fait couler tout chaud dans un tube, a été réduit en glace très dure par 7 à 8 degrés de froid, & eût pu être gelé par un moindre froid. Le sang d'un Agneau a soutenu, sans se geler, 3 degrés de froid; mais 5 degrés l'ont rendu de la glace. Les grands animaux ont dans leurs corps une chaleur & un principe de chaleur, qui ne se trouvent pas dans ceux des Insectes. Les grands animaux n'avoient donc pas besoin d'avoir un sang qui gelât aussi difficilement que gele celui des Insectes.

Pour avoir des Thermometres dont la marche soit la même, dont les degrés soient exactement comparables, ils doivent être remplis d'une même liqueur, d'un esprit de Vin également dilatable: aussi la difficulté qui nous a arrêté le plus, a été de trouver un moyen de nous assurer de la dilatabilité de l'esprit de Vin. Pour y parvenir, nous avons cherché combien differens esprits de Vin condensés par le froid de la congélation artificielle de l'eau qui commence à se geler, pourroient être dilatés par le plus grand degré de chaleur que l'esprit de Vin puisse prendre sans bouillir. Lorsque nous avons enseigné la maniere de faire cette épreuve, nous avons averti qu'elle est extrêmement délicate, qu'elle demandoit à être faite par quelqu'un qui y apportât toute son attention, & même qu

Il y fût exercé plus d'une fois. Il y a à craindre, lorsqu'on chauffe un peu trop brusquement l'eau, de faire bouillir l'esprit de Vin avant que de lui avoir fait prendre tout le degré de chaleur qu'il peut prendre sans bouillir, lorsqu'il est échauffé plus doucement. Quand l'épreuve est bien faite, l'esprit de Vin le plus rectifié se dilate davantage que celui qui l'est moins. Tel esprit de Vin, dont le volume condensé par la congélation de l'eau est à 1000, a un volume de 1090, lorsqu'il est dilaté par le plus grand degré de chaleur qu'il puisse prendre sans bouillir. Dans le même cas le volume d'un autre esprit de Vin plus foible sera de 1085; & nous avons choisi pour nos Thermometres l'esprit de Vin, dont le volume condensé par la congélation étant 1000, devient 1080 raréfié par le plus grand degré de chaleur qu'il puisse prendre sans bouillir.

Si le même degré de chaleur raréfie davantage l'esprit de Vin le plus rectifié, le même degré de froid condense davantage cet esprit de Vin qu'il n'en condense un plus foible. Au-lieu de caractériser l'esprit de Vin par son degré de dilatabilité, nous pouvons donc le caractériser par son degré de *condensabilité*. On a deux esprits de Vin differens, dont le volume est réduit à 1000 par le degré de froid de la congélation de l'eau; si on met des boules de Thermometre faits de ces differens esprits de Vin, dans un mélange convenable de sel & de glace, l'esprit de Vin le plus foible ne descendra pas aussi bas dans son tube que l'esprit de Vin le plus fort descen-

dra.

dra dans le sien. Nous avons vu, par exemple, que l'esprit de Vin ordinaire de nos Thermometres, l'esprit de Vin dont nous les remplissons, est descendu à 15 degrés dans un mélange de sel & de glace fait dans les rapports de 1 à 2 & de 2 à 5. J'ai mis dans un autre Thermometre un esprit de Vin rectifié, de celui que je fais affoiblir en le mêlant avec l'eau, avant que d'en remplir les Thermometres; cet esprit de Vin a descendu à 17 degrés $\frac{1}{3}$, la boule du Thermometre ayant été mise dans un pareil mélange de sel & de glace. Ainsi le rapport de condensabilité de ces deux esprits de Vin est comme 15 à 17 $\frac{1}{3}$. La dilatabilité de ces deux esprits de Vin, prise au dessus de la congélation, étoit comme 80 à 90, comme 8 à 9, & leur condensabilité comme 15 à 17 $\frac{1}{3}$, ce qui ne donne pas un rapport aussi différent qu'on auroit pu l'attendre.

La commodité de ce genre d'épreuve, c'est qu'elle ne demande d'autre attention que celle de bien mêler le sel & la glace; on n'a point de bouillonnemens à craindre; elle peut être aisément répétée. Si les résultats des differens essais sont les mêmes, ou varient peu, on est sûr d'avoir bien opéré. A la vérité, on n'a pas une aussi grande suite de degrés de condensabilité que celle des degrés de dilatabilité; mais ce disadvantage est plus que compensé par le peu d'inconvéniens auxquels cette épreuve expose. Il est très aisé de la faire avec précision. On pourroit même prendre une assez grande suite des degrés de condensabilité, si au-lieu de faire l'épreuve à un froid

froid de 15 degrés au dessous de la congélation dans notre Thermometre ordinaire, on a faisoit à un froid de 22 à 23 degrés.

Mais, pour revenir aux expériences par le moyen desquelles nous produisons des augmentations de froid, il est clair que la matiere qu'on mêle avec la glace y doit être mêlée en une certaine proportion & avec certaines précautions. Des règles générales seront aidées à déterminer, si on se rappelle l'expérience qui a prouvé incontestablement que le refroidissement ne se fait qu'à l'occasion de la fonte de la glace; elle apprend, cette expérience, qu'il faut employer la quantité, soit de matiere solide, soit de liquide, nécessaire pour fondre la glace, & qu'il ne faut en employer que cette quantité. Si on n'emploie pas le sel marin, par exemple, en quantité suffisante; le degré de froid qui sera produit ne sera pas aussi considérable qu'il peut l'être. Si on mêle au contraire le sel marin en trop grande proportion avec la glace, il en arrivera encore que l'on n'aura pas un aussi grand degré de froid qu'on auroit eu, si on l'eût employé dans une moindre dose. Ce n'est pas seulement la glace qui doit se fondre, le sel doit se fondre en même tems; c'est la liqueur qui vient de la glace & du sel fondû, qui a un plus grand degré de froid que la glace. Le sel & la glace qui ne sont pas fondus, sont moins froids que la liqueur composée de glace nouvellement fondue & de sel; d'où il suit que le sel excédent qui a été employé, ne sert qu'à réchauffer les parties qui se fondent & qui se mêlent par la fusion.

Deux

Deux expériences, dans l'une desquelles le sel marin a été employé en trop petite quantité, & dans l'autre desquelles ce sel a été mis en trop grande quantité, donneront les preuves de ce que nous venons d'avancer. La plus petite dose dans laquelle j'ai employé le sel marin, a été d'une seule partie de ce sel contre dix de glace. Il n'a pas laissé de résulter de ce mélange un froid considérable, il a été de 8 degrés $\frac{1}{4}$, moindre pourtant de 6 degrés $\frac{1}{4}$ que celui qui eût été produit par la combinaison la plus avantageuse. Dans une autre expérience, j'ai mêlé le sel avec la glace en parties à-peu-près égales, huit parties de sel avec neuf de glace; le froid qui a été produit, n'a été que de 13 degrés $\frac{1}{2}$, moindre par conséquent d'un degré $\frac{1}{2}$ que celui qui eût été donné par la proportion la plus favorable.

La proportion la plus efficace du mélange d'un sel avec l'eau seroit aisée à déterminer, si le sel pouvoit être mêlé par des parties indéfiniment petites avec la glace prodigieusement divisée; la quantité de sel seroit alors à-peu-près égale ou peu supérieure à la quantité de ce sel que l'eau peut tenir en dissolution. Mais comme le sel est toujours employé en gros grains, que la glace même, fût-elle prise en neige, est toujours en grosses molécules; pour que la glace soit le plus touchée qu'il est possible par le sel, pour que la fusion soit opérée le plus promptement qu'il est possible, la quantité du sel qui doit être employée, doit surpasser celle que cette eau tiendrait en dissolution. Ainsi, quoique l'eau ne puisse
tenir

enir qu'un peu plus du tiers de son poids de sel marin dissous, j'ai trouvé qu'il falloit mêler une partie de sel marin en grains avec deux parties de glace. Il y a même sur tout cela des limites d'une assez grande étendue; deux parties de sel mêlées avec trois parties de glace, ont produit le même effet qu'une partie de sel mêlée avec deux parties de glace.

Mais au moins résulte-t-il de ces observations, que pour produire les plus grands degrés de froid possibles avec differens sels, on emploiera en moindres doses que le sel marin les sels dont l'eau ne peut pas tenir en dissolution une aussi grande quantité que celle qu'elle tient de ce sel; & qu'on emploiera au contraire en plus grande proportion les sels dont l'eau peut dissoudre davantage que de sel marin.

Enfin, on voit qu'il faut faire le mélange de la glace & du sel le plus parfaitement & le plus promptement qu'il est possible, pour produire le plus grand degré de froid possible. Plus le froid tarde à naître, & moins il est grand, parce que la chaleur des matieres extérieures a plus le tems d'agir avec succès contre le mélange. La meilleure maniere de mêler ensemble la glace & le sel, m'a paru être de les poser l'une & l'autre par couches autour du vase qu'on veut refroidir, & de remuer ensuite le tout avec quelque instrument de fer bien refroidi. La pratique de quelques faiseurs de glace est de mêler la glace & le sel ensemble dans un grand vase, d'où ils la tirent bientôt pour la mettre dans un vase plus petit où est celui qui contient

la liqueur qu'ils veulent geler; mais il est évident que ce procédé fait perdre une partie du froid. Pendant qu'on mêle la glace avec le sel, il s'élève une fumée très épaisse, semblable à celle d'un feu qu'on vient d'éteindre; la vapeur qui ne peut s'élever que très lentement dans un air très froid, s'y rassemble sous la forme de fumée.

Quoiqu'il semblât que plus le sel seroit pulvérisé & réduit en grains fins, & plus son effet seroit prompt, j'ai pourtant observé qu'on réussissoit souvent moins bien en employant le sel marin, par exemple, extrêmement pulvérisé, qu'en l'employant après avoir simplement écrasé ses grains, ou en leur laissant même toute leur grosseur. Ce n'est pas qu'il ne soit certain que le meilleur des procédés est celui de mêler la glace & le sel par les plus petites parties qu'il est possible; mais il arrive que lorsqu'on a jetté du sel en poudre très fine, il se trouve bientôt dans la glace par masses plus grosses que celles des grains écrasés, ou dans leur entier; l'humidité lie ensemble des amas de ces petits grains.

Moins de circonstances s'opposent à ce que l'esprit de Vin, les esprits acides, & généralement tous les liquides propres à faire naître du froid, en produisent les plus grands degrés qu'ils sont capables de produire. Ils se mêlent bien plus parfaitement avec la glace, ils la touchent & l'attaquent dans un instant de toutes parts.

Une remarque que nous avons faite, c'est que pour produire de nouveaux degrés de froid,

roid, il faut que de la glace fondue & de la matiere soit solide, soit liquide, qui a été employée, il se fasse un nouveau liquide. De-là naît une règle pour connoître les liqueurs, qui mêlées avec la glace, sont incapables d'y produire du froid. Toutes les liqueurs huileuses qui ne peuvent pas se mêler avec l'eau, seront employées sans succès. Aussi ai-je éprouvé que des huiles grossières, telles que l'huile de Lin, ou des huiles plus subtiles, comme l'huile & l'esprit de Terebenthine, seront jettées inutilement sur la glace; elles la peuvent fondre, mais elles ne peuvent se mêler avec l'eau qui naît de la fusion, & par-là elles sont incapables de produire des degrés de froid. Il en est de même de toute matiere, soit grasse, soit terreuse, de forme solide qui ne pourra être tenue en une parfaite dissolution par l'eau, qui ne forme pas avec elle un nouveau fluide. J'ai inutilement fait mêler de la glace avec de la graisse, & avec des matieres terreuses qui contiennent peu de sels dont l'eau puisse se saisir, telle que la Craye; il ne s'en est suivi aucun refroidissement.



S O L U T I O N

DE PLUSIEURS PROBLEMES

Où il s'agit de trouver des Courbes dont la propriété consiste dans une certaine relation entre leurs branches , exprimée par une Equation donnée.

Par M. CLAIRAUT.

DANS les Courbes dont on parle dans ce Mémoire, il ne suffit pas, comme dans la plupart des autres, de considérer un de leurs points quelconques, ou une partie infiniment petite de la Courbe pour la déterminer toute entière. Les propriétés de celles-ci demandent nécessairement qu'on prenne à la fois plusieurs points à distances finies les uns des autres, & dans des branches différentes.

Les Problèmes que je vais donner, & ceux qui sont de la même espece, seroient fort faciles, si, pour trouver les Courbes qui en sont la solution, on se contentoit de prendre deux ou plusieurs branches de différentes Courbes, au-lieu de trouver une seule Courbe qui les comprenne toutes. Prenant une branche d'une Courbe quelconque, on en trouveroit aisément d'autres par les méthodes ordinaires, qui auroient avec cette première la relation demandée. Mais pour faire

faire enforte que les différentes branches appartiennent toutes à la même Courbe, il faut nécessairement avoir recours à d'autres méthodes qui ajoutent de plus grandes difficultés à ces Problèmes.

Il n'y a eu jusqu'ici, du moins que je sache, que très peu de Problèmes de cette nature, on peut dire même qu'il n'y a d'expliqué que le fameux Problème des Trajectoires réciproques, dont M^{rs}. Bernoulli, Pembrton & Euler ont donné des solutions dans les Actes de Leipfic, années 1718, 1719 & 1720, & dans le Tome II. des Mémoires de l'Académie de Petersbourg.

Dans les autres Problèmes, dont je parlerai tout à l'heure, on ne trouve que quelques-unes des Courbes qui ont la propriété demandée, sans montrer la méthode, ou du moins sans donner le détail nécessaire pour la faire bien entendre.

DEFINITIONS.

On doit savoir que par fonction d'une variable, on entend une quantité composée de cette variable & de constantes, de quelque manière qu'elle en soit formée: par exemple,

x^2 , x^3 , x^4 , $+ax^3$, $\frac{x^2+ax}{x+\sqrt{ax}}$ sont des fonctions de x . Je me servirai de differens signes, comme πx , ϕx , Δx , &c. pour exprimer différentes fonctions en général.

Lorsque je parlerai dans ce Mémoire, d'équations où deux quantités sont la même fonction, ce sera des équations où on peut met-

tre une de ces deux quantités à la place de l'autre, sans que l'équation en soit changée: par exemple, $xy=a$, $x^2+y^2=a$, $bx+by$
 $+cxy+y^3+x^3=d$, sont de ces sortes d'Equations.

L E M M E.

Si dans une Equation où deux quantités sont la même fonction, l'on substitue à la place de l'une de ces quantités $A+B$, & à la place de l'autre $A-B$ (A & B marquent tout ce que l'on veut), il arrivera toujours dans le résultat qu'il ne restera plus que des puissances paires de B . Par exemple, dans l'Equation $bx+by+cxy=d$, si l'on met pour x , $A+B$, & pour y , $A-B$, il viendra $2bA+cAA-cBB=d$, où B est au quarré; dans $x^2+y^2=a$, on trouvera $2A^2+6AABB=a$, &c.

La même chose arrivera si l'on met pour les deux quantités $\frac{A+B}{C+B}$ & $\frac{A-B}{C-B}$, ou

$\frac{A+C-B}{D+B}$ & $\frac{A+C+B}{D-B}$; & en général, si

l'on employe deux quantités qui ne diffèrent entre elles que par le signe $+$ ou $-$ qu'on donnera à B . Mais si l'on fait les mêmes substitutions dans une Equation où les deux quantités ne sont pas la même fonction, les puissances impaires de B ne s'en iront point.

Dans les Journaux de Leipzig (année 169 & 1697), le célèbre M. Jean Bernoulli donne un Mémoire qu'il intitule *Supplementum de sectis Geometriae Cartesiana circa inversione locorum*

ocorum: il y remarque que d'autres courbes que le cercle peuvent avoir cette propriété, que d'un point extérieur tirant une infinité de droites sécantes, le produit des segmens est toujours constant, & il donne une Equation qui renferme quelques-unes des courbes qui ont cette propriété, mais sans montrer la solution.

Il imagine ensuite que les sécantes, au-lieu de partir d'un point fixe, soient toutes parallèles entre elles, & terminées par une droite donnée de position, & il donne quelques-unes des courbes dans lesquelles le produit de ces segmens est constant; ensuite il prend pour la propriété des segmens que leur somme soit constante, au-lieu de leur produit.

Et il propose aux Géomètres, de trouver des Courbes dans lesquelles la somme de deux puissances quelconques des segmens soit constante. M^{rs}. Leibnitz, Jaques Bernoulli, & le Marquis de l'Hôpital résolurent ce Problème, en donnant chacun une Equation qui renfermoit quelques-unes des courbes demandées, mais sans démonstration, excepté M. Jaques Bernoulli dont la solution n'est autre chose que de prendre une Equation

$y = ax^n + bx^m$, dont les coëfficiens & les exposans sont arbitraires, & de les trouver ensuite par la méthode des indéterminées, de façon que la courbe ait la propriété demandée: mais il est aisé de voir que cette méthode n'est pas directe. Il n'en est pas de même d'une solution de ces Problèmes que M. Newton a mise dans le même Journal; on voit bien par le peu qu'il donne, qu'il avoit

le véritable chemin pour les résoudre : mais la méthode est si peu expliquée que j'ai cru qu'on verroit avec plaisir la solution suivante, qui au fond est, je crois, la même que celle de M. Newton, mais avec toute l'étendue qui m'a paru nécessaire pour la rendre claire & applicable à tous les Problèmes de la même nature.

Les deux premiers des Problèmes suivans ne sont uniquement que ceux de M. Bernoulli pris plus généralement ; mais le troisième est extrêmement différent, & beaucoup plus difficile. Il ne paroît pas d'abord de la même sorte, on pourroit croire même qu'il est de ceux qui sont résolus par une seule Equation ; mais cependant il y a une infinité d'Equations de formes différentes qui le résolvent, & je donne la manière de les trouver. La principale difficulté de ce Problème consistoit à trouver ce qu'il avoit de commun avec les deux premiers : j'espère que la méthode que j'employe pour cela pourra servir à beaucoup d'autres Problèmes.

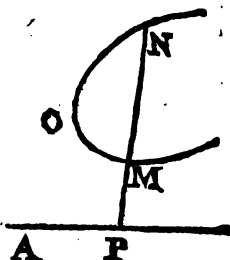
PROBLEME I.

On demande la courbe MON, que chacune, d'une infinité de droites PMN, parallèles entre elles, & terminées par l'axe AP, coupe de façon que la relation entre PM & PN soit exprimée par une Equation donnée ?

SOLUTION.

Puisque les droites PMN , qui sont les ordonnées de la courbe MON , sont rencontrées

ées en deux points M & N , l'Equation de cette courbe doit être telle que si on la résout pour voir la valeur de l'ordonnée exprimée en abscisse, on trouve deux valeurs en même tems, l'une de PM , & l'autre de PN . Je cherche donc celle qui peut entrer dans l'expression de l'ordon-



née pour qu'elle puisse avoir deux valeurs; elle ne peut être que quelque quantité radicale. Ainsi le Problème se réduit à trouver des quantités dans lesquelles il y ait des radicaux qui, selon que l'on prendra le signe $+$ ou le signe $-$, donnent deux valeurs telles qu'étant substituées dans l'Equation donnée, l'une à la place de PM , & l'autre à la place de PN , elles résolvent cette Equation.

Pour cela, on n'aura qu'à prendre une forme de fonction dans laquelle il y ait un radical que l'on supposera inconnu, & toutes les autres quantités connues & prises à volonté, puis substituer les deux valeurs que l'on peut avoir en prenant ce radical en $+$ ou en $-$ dans l'Equation donnée, & chercher la valeur de ce radical, comme on fait pour dégager une inconnue; ensuite ayant trouvé ce radical, on le mettra dans la fonction qu'on avoit choisie pour la valeur de l'appliquée de la courbe cherchée. Alors si on prend le signe $+$ on aura l'Equation de la branche composée des points N , & si on prend le signe $-$ on

M 5

aura

aura celle des points M , ou au contraire. Et en faisant évanouir les radicaux, on aura l'Equation de la courbe entiere.

Supposons, par exemple, qu'on veuille trouver la courbe où $PM^2 + PN^2 = aa$. Je nomme AP, x ; PM, y ; PN, y' , j'imagine que l'ordonnée de la courbe soit exprimée en général par la quantité $\phi x \pm \sqrt{z}$ où ϕx exprime une quantité quelconque composée de x & de constantes, & \sqrt{z} un radical que je vais déterminer. Par ce que je viens de dire, y' sera $\phi x + \sqrt{z}$, & $y, \phi x - \sqrt{z}$; substituant ces deux valeurs dans l'Equation $PM^2 + PN^2 = aa$, ou $yy' + y'y' = aa$, on aura $2(\phi x)^2 + 2z = aa$; d'où l'on tire $z = \frac{1}{2}aa - (\phi x)^2$ qui étant remis dans la valeur de l'ordonnée donnera $y' = \phi x + \sqrt{\frac{1}{2}aa - (\phi x)^2}$, & $y = \phi x - \sqrt{\frac{1}{2}aa - (\phi x)^2}$, & en faisant évanouir les radicaux $y'y' - 2y'\phi x = \frac{1}{2}aa - 2(\phi x)^2$, & $yy - 2y\phi x = \frac{1}{2}aa - 2(\phi x)^2$ qui sont les mêmes, & qui font voir que les deux branches MO, NO , sont à la même courbe, & ont la propriété demandée. Il en fera ainsi des autres; quelque forme de fonction que l'on imagine avec des radicaux, résoudra le Problème, s'il peut être résolu. Mais il y a bien des cas où il est impossible de trouver des courbes dans lesquelles PM & PN aient certaine relation entre elles. Ces cas sont ceux où la relation entre PM & PN n'est pas exprimée par une Equation dans laquelle ces deux quantités fassent la même fonction, il n'y a point de courbes qui résolvent le Problème alors.

La démonstration de tout ce que nous venons

ions de dire est évidente par le Lemme précédent; car les quantités dans lesquelles il entre un radical font dans le même cas que $\sqrt{A+B}$ & $\sqrt{A-B}$, dont j'ai parlé dans ce Lemme; ainsi en les substituant dans une Equation où PM & PN font la même fonction, les puissances impaires du radical \sqrt{z} que l'on a pris s'évanouiront, & il n'y aura plus que des z , de manière qu'en dégageant le z de ces Equations, on en aura une valeur dont la racine quarrée pourra être mise à la place de \sqrt{z} . Mais si PM & PN ne font pas la même fonction, les \sqrt{z} ne s'en iront pas par-tout, & l'on ne trouvera pas pour \sqrt{z} une valeur qui ne soit purement qu'un radical, il y entrera des quantités rationnelles auxquelles on ne pourra pas donner à volonté le signe $+$ ou $-$. Pour mieux faire voir par un exemple comment il est impossible de trouver des courbes où PM & PN ne fassent pas la même fonction, supposons que l'on demande des courbes où $PM + 2PN = a$; faisant $PM = \phi z + \sqrt{z}$ & $PN = \phi z - \sqrt{z}$, on aura $3\phi z - \sqrt{z} = a$, d'où l'on tire $\sqrt{z} = 3\phi z - a$, qui n'est pas une quantité radicale, & qui ne peut pas par conséquent donner deux valeurs différentes à PM & PN . Si l'on vouloit trouver des courbes où $PM^2 + PN \times b = aa$, en supposant toujours $PM = \phi z + \sqrt{z}$ & $PN = \phi z - \sqrt{z}$, on aura $(\phi z)^2 + 2\phi z\sqrt{z} + z + b\phi z - b\sqrt{z} = aa$, dans laquelle la quantité \sqrt{z} se trouveroit égale à un radical plus une quantité rationnelle, & par conséquent elle ne pourroit pas être substituée pour \sqrt{z} dans la fonction

$\phi x \pm \sqrt{z}$. Mais dans toutes les Equations où PM & PN entrent de la même maniere, les termes où seront \sqrt{z} se détruiront, il n'y aura que des z , & par conséquent après avoir dégagé ces z , on aura une valeur de \sqrt{z} qu'on pourra prendre en $+$ ou en $-$ pour avoir les valeurs de PM & de PN .

E X E M P L E.

Pour faire quelque application de notre Problème, supposons qu'on demande la courbe où $PM \times PN = A$.

Faisant PM ou PN en général $= \phi x + \sqrt{z}$, on aura $(\phi x)^2 - z = A$, qui donne $z = (\phi x)^2 - A$; d'où l'Equation de la courbe est $y = \phi x \pm \sqrt{[(\phi x)^2 - A]}$, ou en faisant évanouir les radicaux pour avoir l'Equation de la courbe entiere $yy - 2y\phi x + A = 0$ qui renferme une infinité de courbes, car on peut mettre à la place de ϕx telle fonction composée de x & de constantes qu'on voudra.

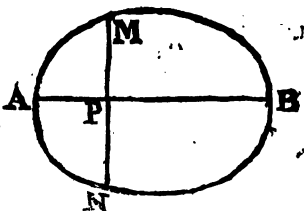
Si ϕx est seulement x , on aura $yy - 2xy + A = 0$ qui exprime une hyperbole.

Si $\phi x = x^m$, on a $yy - 2yx^m + A = 0$.

Si au-lieu de supposer $y = \phi x \pm \sqrt{z}$, on l'avoit fait $= \sqrt{(\phi x \pm \sqrt{z})}$, le Problème auroit été résolu de même, & l'on auroit eu $y^{2m} - 2y^m \phi x + A = 0$.

Si l'on veut que le produit des segmens, au-lieu d'être constant, soit égal au produit des segmens PA & PB , la méthode sera la même: au-lieu de supposer $(\phi x + \sqrt{z}) \times (\phi x - \sqrt{z}) = A$, il faudra l'égaliser à $-(bx$

$-xx$), (b étant la valeur de AB). Je mets cette quantité en moins, parce que dans la Figure la partie PN est en dessous, & par conséquent négative.



Par la réduction, il viendra $\phi x^2 - z = -bx + xx$, d'où l'on tire $z = (\phi x)^2 - xx + bx$, & par conséquent $y = \phi x \pm \sqrt{(\phi x)^2 - xx + bx}$ ou $yy - 2y\phi x = bx - xx$ qui exprime une infinité de courbes qui ont la propriété demandée. On en trouvera encore autant d'autres que l'on voudra, selon les différentes formes de fonctions qu'on imaginera, où il entrera un radical. Dans cette Equation, pour que b exprime la droite AB qui est rencontrée aux points A & B par la courbe demandée, il faut que si l'on fait $x=0$ & $=b$, y ait dans ces deux cas, une valeur $=0$: c'est ce qui arrive effectivement, car l'on a, soit que $x=0$ ou $=b$, $yy - 2y\phi x = 0$, d'où l'on tire $y - 2\phi x = 0$ & $y = 0$.

Pour trouver le cercle parmi toutes les courbes précédentes, il faut faire $\phi x = a$, & l'on a $yy - 2ay = bx - xx$ qui exprime un cercle, quand l'angle MPA est droit.

Si l'on vouloit que $PM \times PN$ fût égal en général à quelque fonction que ce soit de x & de constantes, la méthode iroit encore, & même on pourroit supposer de plus la relation entre PM & PN telle que l'on voudroit, pourvu que ces deux quantités fissent

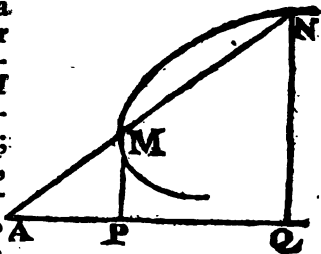
278 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
la même fonction dans l'Equation, qui exprimeroit leur relation.

PROBLEME II.

Soit A un point fixe que l'on prendra pour le pôle d'une infinité de droites comme AMN , on demande les courbes MN que toutes ces droites comptent en deux points M & N , de telle façon que la relation entre AM & AN soit exprimée par une Equation où elles fassent la même fonction.

SOLUTION.

On prendra la droite AP pour axe, & l'on abaissera des points M & N des perpendiculaires MP & NQ ; AP, x , & PM, y , seront les coordonnées du point M , & AQ, x' , & QN, y' , seront celles du point N .



Ensuite on nommera z la quantité $\frac{PM}{AP}$, ou $\frac{QN}{AQ}$ qui exprime la tangente de l'angle MAP , & par conséquent la position de la droite AMN . On nommera aussi les droites AM & AN qui font les segmens de la sécante AMN , u & u' .

Cela fait, pour avoir des courbes où AM & MN ayent la relation donnée, on supposera

fera que z en général est une fonction de t qui ait deux valeurs en même tems, c'est-à-dire, une fonction où il entre des radicaux; & substituant à la place de z & de z' les deux différentes valeurs que l'on a en prenant le signe $+$ ou le signe $-$, on déterminera le radical comme dans le Problème précédent, de sorte que l'on aura une valeur de z en t . Si l'on se contenoit d'une Equation de cette nature pour exprimer la courbe MN , le Problème seroit résolu. Mais si l'on veut avoir l'Equation en x & en y , on se servira des Equations $xx + yy = zz$ & $\frac{y}{x} = t$, par le moyen desquelles on chassera z & t .

Supposons que πt soit la valeur de z , on aura $x = \frac{\pi t}{\sqrt{(1+t^2)}} & y = \frac{t\pi t}{\sqrt{(1+t^2)}}$ qui peuvent servir à examiner la courbe, & à déterminer le nombre de ses branches, aussi-bien que l'Equation en x & en y .

E X E M P L E.

Supposons que l'on veuille trouver les courbes où $(AM)^m + (AN)^m = 1$, on prendra $z^m = \phi t + \sqrt{z}$ & $z'^m = \phi t - \sqrt{z}$, qui étant substitués, donneront $2\phi t = 1$ où il n'y a point de z , ce qui marque qu'on peut prendre pour z tout ce que l'on veut; ainsi $z^m = \frac{1}{2} \pm \sqrt{(\Delta t)}$ marque une infinité de courbes qui ont la propriété demandée.

En

En faisant évanouir les radicaux, on aura $x^{2m} - x^m + \frac{1}{4} = \Delta z$, dans laquelle si l'on met à la place de x & de z leurs valeurs en x & en y , on aura l'Equation de la courbe exprimée par ses coordonnées. Si on veut que l'Equation soit semblable à celle que M. Bernoulli donne pour ces courbes dans les Journaux de Leipfick 1696 & 1697, où les hypothénuses des coordonnées servent d'abscisse, les ordonnées étant conservées les mêmes; je supposerai que z , au-lieu d'exprimer la tangente de l'angle MAP , en exprime le sinus, ce qui peut se faire à cause que le sinus marque aussi-bien la position de la droite AM que la tangente; alors l'ordonnée PM sera $= xz$, d'où l'on tire $z = \frac{y}{x}$, qui étant substitué dans

l'Equation précédente, donnera $x^{2m} - x^m = (\Delta \frac{y}{x}) - \frac{1}{4}$ qui est infiniment plus générale que celle de M^{rs}. Bernoulli, Leibnitz & de l'Hôpital. Qu'on suppose seulement $(\Delta \frac{y}{x} = \frac{by}{x} + \frac{1}{4})$, on aura $x^{2m+1} - x^{m+1} = by$, qui est celle de M. Leibnitz, & en faisant

$$(\Delta \frac{y}{x}) = \frac{\frac{1}{x} \frac{y}{x}}{\frac{1}{x}} + \frac{1}{4}, \text{ on a } x \cdot x^{2m} - x^m$$

$= by$, qui est celle de M^{rs}. Jaques Bernoulli & de l'Hôpital.

Dans

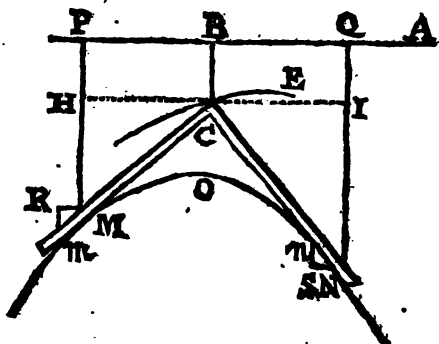
Dans cet exemple, on a pris $x^m = \phi z + \sqrt{z}$ qui a donné un calcul fort simple. Si on avoit pris seulement $x = \phi z + \sqrt{z}$, comme cela étoit plus naturel d'abord, on auroit eu $(\phi z + \sqrt{z})^m + (\phi z - \sqrt{z})^m = 1$, de laquelle on ne sauroit tirer la valeur de z en général. Et il y a bien d'autres cas de relations entre PM & PN où on arriveroit par la supposition de x égale à une quantité, comme $\phi z + \sqrt{z}$ à des Equations de cette nature. Cependant comme on est bien sûr que si elles étoient résolues, on auroit pour \sqrt{z} des valeurs purement radicales, on peut regarder l'Equation précédente & celles qui arrivent en pareil cas, comme résolvant le Problème, quoiqu'on n'en puisse pas dégager le z pour avoir l'Equation de la courbe cherchée. On peut bien voir même qu'elle peut servir à décrire la courbe, quel que soit m , car par la Géométrie de Descartes on peut apprendre à résoudre par des constructions géométriques une Equation comme la précédente, ce qui prouve la généralité de la méthode.

PROBLEME III.

Trouver les courbes MON autour desquelles faisant glisser l'équerre MCN, le sommet C de cette équerre soit toujours dans la courbe donnée EC.

SOLUTION.

Soient M & N deux differens points de la courbe



courbe MON touchés par les deux jambes de l'équerre MCN ; MP , PA , NQ , QA , les coordonnées correspondantes à ces deux points; MR_m & SN_n , leurs triangles différentiels; CB & AB , les coordonnées de la courbe EC pour le point C , qui est le sommet de l'équerre, & en même tems un point quelconque de la courbe EC , HCI , une parallèle à l'axe AP .

Je fais $AP = x$ $AQ = x'$.

$PM = y$ $QN = y'$.

$RM = dx$ $SN = dx'$.

$Rm = dy$ $Sn = -dx'$.

$AB = u$, BC , qui est l'ordonnée de la courbe EC , fera donné en u , ainsi je le fais $= \phi u$, d'où il vient

$HC = x - u$ $IC = u' - x'$.

$HM = y - \phi u$ $IN = y' - \phi u$.

Ensuite les triangles HCM , RMm , NnS , CIN , donnent

(A)

$$(A) \frac{dy}{dx} = \frac{y - \Phi u}{x - u} \text{ \& } - \frac{dy'}{dx'} = \frac{y' - \Phi u}{u - x'}$$

$$\text{ou (B) } \frac{dy'}{dx'} = \frac{y' - \Phi u}{x' - u}.$$

Et l'angle MCN étant droit, les triangles RMm , NuS , seront semblables, ainsi l'on aura $dy:dx::dx':-dy'$, donc $-dydy' = dx dx'$,

$$\text{ou (C) } \frac{dy}{dx} \times \frac{dy'}{dx'} = -1.$$

Cette Equation avec les deux autres ne suffit pas pour avoir celle de la courbe MON , car il y a cinq variables. On voit bien que si l'on avoit de plus une Equation entre x & y qui exprimât la branche de la courbe qui est touchée par le côté MC de l'équerre, on auroit l'Equation de l'autre branche, dont les coordonnées sont x' & y' . La difficulté du Problème est donc de trouver une Equation entre x & y , telle que celle qui en proviendra entre x' & y' par le résultat des Equations précédentes soit la même.

Pour exprimer cette dernière condition du Problème, j'abandonne pour un moment la façon ordinaire de prendre les Equations des courbes; j'en cherche une entre la quan-

tité $\frac{dy}{dx}$ & la quantité u , c'est-à dire, que je prends la droite AB pour abscisse, & la tangente de l'angle HCM pour ordonnée. Il est bien sûr que lorsqu'on aura cette Equation, on en trouvera une entre x & y avec le secours des Equations précédentes. Je suppose que cette Equation m'est donnée, & j'examine quelle propriété elle doit avoir; elle doit

doit être telle que, pour un même x , on trouve à la fois deux valeurs de $\frac{dy}{dx}$, l'une qui exprime la tangente de l'angle HCM que j'ai déjà appelé simplement $\frac{dy}{dx}$, & l'autre qui soit la valeur de la tangente de l'angle ICN que j'ai appelé $\frac{dy'}{dx}$, c'est-à-dire, qu'en résolvant cette Equation, on doit trouver pour la valeur de $\frac{dy}{dx}$ en général, une fonction de x susceptible de deux valeurs qui aient entre elles la relation exprimée par l'Equation (C). Je cherche ensuite quelle forme doit avoir cette fonction de x .

Pour cela, je prends, ainsi que dans les Problèmes précédens, une quantité où les radicaux entrent de la façon la plus simple, c'est-à-dire une fonction composée de deux membres, dont l'un soit un radical, & l'autre une quantité quelconque sans radicaux, ou au moins dans laquelle il n'entre que des radicaux impairs. J'écris ainsi cette quantité $\Theta x + \sqrt{z}$ qui donnera pour sa seconde valeur $\Theta x - \sqrt{z}$, & je cherche à déterminer z de façon que ces deux valeurs mises à la place de $\frac{dy}{dx}$ & de $\frac{dy'}{dx}$ résolvent l'Equation (C).

Les substitutions faites donneront $(\Theta x)^2 - z = -1$, d'où l'on tire $z = (\Theta x)^2 + 1$, & remettant cette valeur à la place de z dans $\Theta x + \sqrt{z}$, elle deviendra $\Theta x + \sqrt{[(\Theta x)^2 + 1]}$

$$-+1] = \frac{dy}{dx} \& \Theta u - \sqrt{(\Theta u)^2 + 1} = \frac{dy}{dx},$$

c'est-à-dire, que la quantité $\frac{dy}{dx}$ est en gé-

néral dans la courbe $\Theta u \pm \sqrt{(\Theta u)^2 + 1}$. Ce qui donne une 4^{me}. Equation, qui avec les trois A, B, C , résoudra entièrement le Problème. Pour le bien démontrer, nous allons, par le moyen de cette Equation & de l'Equation (A), trouver les valeurs de x & de y en u ; & de même par le moyen de l'Equation que donne la valeur de $\frac{dy}{dx}$ & de l'E-

quation (B) nous trouverons les valeurs de x' & de y' en u ; & l'on verra alors que les valeurs de x & de y ne differeront de celles de x' & de y' que par les signes $+$ & $-$ des quantités radicales, & qu'en les faisant évanouir, les Equations qui en viendroient seroient absolument les mêmes.

Comme les Equations A & B ont absolument la même forme, il suffira de se servir de l'Equation A & de la valeur de $\frac{dy}{dx}$ en gé-

néral; & pour abrégér, au-lieu de la fonction $dy = \Theta u \pm \sqrt{(\Theta u)^2 + 1}$, nous mettrons simplement Πu . Nous aurons donc

$$\frac{dy}{dx} = \Pi u \& \frac{dy}{dx} = \frac{y - \Theta u}{u - x}, \text{ d'où l'on tirera}$$

$$(E). x \Pi u - u \Pi u = y - \Theta u \& \frac{dy}{dx} = \Pi u$$

$$\text{ou } dy = dx \Pi u.$$

En différenciant la première de ces deux Equations, & y substituant pour dy la valeur que

que donne la seconde, on aura $dx \pi u - \pi u dx = \pi u dx - du \pi u - x du \Delta u + u du \Delta u$ (je suppose que $du \Delta u$ & $du \pi u$ soient les différences de πu & de ϕu), ou à cause que $dx \pi u$ se détruit de part & d'autre, & que toute l'Equation se divise par du

$$(F) x = \frac{\pi u + \pi \Delta u - \pi u}{\Delta u} \text{ qui étant substituée}$$

dans l'Equation (E) donnera

$$(G) y = \frac{(\pi u)^2 - \pi u \pi u + \phi u \Delta u}{\Delta u}, \text{ ce qui}$$

donne la résolution générale de l'Equation A. Il n'y a plus qu'à remettre dans ces Equations pour πu sa valeur $\phi u + \sqrt{(\phi u)^2 + 1}$, & l'on aura, selon que l'on prendra le signe + ou le signe - des quantités radicales, la valeur de x & de y ou de x' & de y' , & en faisant évanouir les radicaux & chassant u , une Equation qui exprimera également les deux branches de la courbe *MON*.

R E M A R Q U E.

Dans la façon précédente de traiter les Equations A & $\frac{dy}{dx} = \pi u$, on évite le calcul intégral: cependant ce calcul paroît d'abord nécessaire pour les résoudre, & même dans un autre chemin qui se présente pour parvenir à la solution, on arrive à une Equation entre y & x , dx & dy , qui sembleroit demander bien plus visiblement le calcul intégral. Ce chemin est de résoudre par le moyen de l'Equa-

L'Equation $\frac{dy}{dx} = Hx$, la valeur de x en $\frac{dy}{dx}$,

& ensuite de la substituer dans l'Equation A ; alors on arrive à une Equation en dx, dy, y, x , dont l'intégrale devroit être la solution des Equations A & $\frac{dy}{dx} = \pi x$: cependant cette

solution, par le calcul intégral, ne peut pas être la même que la précédente, car elle doit renfermer une constante que l'on ajoute toujours en intégrant. Il reste à voir si cette Equation intégrée ne seroit point plus générale que celle que l'on a par l'autre méthode, & si elle ne la renferméroit pas par la détermination de la constante ajoutée; mais comme on ne peut pas suivre cette seconde méthode en général, à cause que l'on ne connoit la quantité πx que dans chaque exemple particulier, il vaut mieux reprendre la première méthode, & examiner si quelque chose pourroit l'empêcher d'être générale.

Premièrement le procédé du calcul jusqu'à l'Equation $x \Delta u du - \pi u du - u du \Delta u = -x u du$ n'empêche sûrement pas cette Equation d'être aussi générale que tout ce qui peut provenir des Equations A & $\frac{dy}{dx} = \pi x$. Mais dans la

réduction de cette Equation à $x \Delta u - \pi u - u \Delta u = -x u$ qui se fait en divisant tout par du , on prend une Equation qui n'est pas la seule, car on pourroit aussi tirer $du = 0$, c'est-à-dire, $u =$ à une constante quelconque a . Remettant donc pour u cette valeur dans l'Equation E , on aura $x \pi a - a \pi a = y - \phi a$ qui appartient toujours à une ligne droite; &

& ne renferme point les Equations trouvées par la premiere methode. Ainsi il se rencontre dans ce cas deux solutions à la fois des mêmes Equations, différentes l'une de l'autre. Mais la premiere est la seule qui soit véritablement la solution du Problème précédent; car la seconde, au-lieu de donner les courbes touchées par l'équerre, n'exprime que les droites qui font les branches de cette équerre.

Présentement je vais donner quelques exemples où l'on verra encore mieux comment le calcul intégral ne donne jamais que les lignes droites exprimées par l'Equation générale $x \pi a - a \pi a = y - \phi a$, & comment les Equations trouvées par la premiere methode échappent à l'intégration.

Supposons que les fonctions πa & ϕa soient chacune simplement a , Δa & πa seront

égales à 1, d'où les Equations $\frac{dy}{dx} = \pi a$ & $\frac{dy}{dx}$

$= \frac{y - \phi a}{x - a}$ se changeront en $\frac{dy}{dx} = a$ & $\frac{dy}{dx}$

$= \frac{y - a}{x - a}$ qui donneront $x dy dx - dy^2 = y dx^2$

$- dy dx$ ou $dy^2 - dy dx = - y dx^2$, & par conséquent

$dy - \frac{dx + x dx}{2} = dx \sqrt{[-y + (\frac{1+x}{2})^2]}$

ou $dx = \frac{dy - \frac{dx + x dx}{2}}{\sqrt{[-y + (\frac{1+x}{2})^2]}}$, dont l'intégration

est $x + a = -2 \sqrt{[-y + (\frac{1+x}{2})^2]}$, ou

ca

en réduisant $2ax - 2x = -4y + 1 - aa$, ou
 $\left(\frac{1-a}{2}\right)x = y + \frac{aa-1}{4}$, Equation à la ligne
 droite, qui est positivement la même que cel-
 le que l'on auroit trouvée par la substitution
 de a à la place de πa & de ϕa dans $x\pi a - a\pi a$
 $= y - \phi a$ que l'on a prouvé être l'Equation
 générale qui proviendrait par l'intégration
 des Equations A & $\frac{dy}{dx} = \pi a$: il y a seule-
 ment à remarquer que la lettre a ajoutée n'est
 pas la même, mais que l' a de l'une vaut $\frac{1-a}{2}$
 de l'autre.

Mais si l'on se sert de la première méthode,
 en substituant a pour πa & ϕa , on aura par
 les Equations générales F & G , $x = 2a - 1$
 & $y = aa$, d'où l'on tirera $4y = xx + 2x + 1$
 qui est à une parabole.

Si l'on reprend maintenant l'Equation

$$\frac{dy - \frac{dx - 1}{2} dx}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1 - y - \left(\frac{1+x}{2}\right)^2}}$$

qui par son inté-

gration a donné une ligne droite, on verra
 que la parabole de l'Equation $4y = xx + 2x + 1$
 $+ 1y$ la résout aussi, quoiqu'elle ne soit
 point renfermée dans l'intégrale; car en sub-

stituant $y = \left(\frac{x+1}{2}\right)^2$ que donne cette Equa-

tion à la parabole dans l'Equation différen-
 tielle, le numérateur & le dénominateur de-
 viennent zéro, à cause que le premier est la

MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

différentielle du second, & de cette façon dx peut être égal au quotient; d'où l'on voit donc que l'Equation $x dy dx - dy^2 = y dx^2 - dy dx$ provenue des Equations $\frac{dy}{dx} = x$ &

$\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{x-x}$ étoit susceptible de deux solutions différentes, dont l'une se trouve renfermée dans l'intégration, & l'autre en est indépendante.

Soit $\pi x = \frac{x}{x+x}$ & $\phi x = 0$, on aura par les Equations $\frac{dy}{dx} = \pi x$ & $\frac{dy}{dx} = \frac{y-\phi x}{x-x}$,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x - \frac{y dx}{dy}}{x + x - \frac{y dx}{dy}} \quad \text{ou} \quad x dy^2 + x dy^2$$

$$-y dy dx = x dx dy - y dx^2 \quad \text{ou} \quad dx^2 - \left(\frac{x dy + y dy}{y} \right)$$

$$dx = - \frac{x dy^2 + y dy^2}{y}, \quad \text{d'où l'on tire}$$

$$dx + \frac{x dy + y dy}{2y} = dy \sqrt{\left(\frac{x+y}{2y} \right)^2 - \frac{4xy+4y^2}{4y^2}},$$

$$\text{ou } 2y dx - x dy - y dy = dy \sqrt{(xx - 2xy - 1yy - 4ay)} = dy \sqrt{y} \sqrt{\left(\frac{x-y}{y} \right)^2 - 4a}, \text{ ou}$$

$$\frac{dy}{y} \sqrt{\left(\frac{x}{y} - y \right)^2 - 4a} = \frac{2y dx - x dy - y dy}{y \sqrt{y}},$$

$$\text{ou (a) } \frac{dy}{2y} = \frac{\frac{dx \sqrt{y} - \frac{x dy}{2\sqrt{y}}}{y} - \frac{dy}{2\sqrt{y}}}{\sqrt{\left(\frac{x}{y} - y \right)^2 - 4a}} \quad \text{dont}$$

l'intégrale est

$$lb + \frac{1}{2}ly = l\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y} + \sqrt{[(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y})^2 - 4a]},$$

ou en repassant aux nombres $b\sqrt{y} = \frac{x}{\sqrt{y}}$

$$- \sqrt{y} + \sqrt{[(\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y})^2 - 4a]} \text{ qui donne,}$$

après la réduction, $bb y - 2bx + 2by = -4a$

Equation à une ligne droite. Mais si l'on reprend l'Equation (a), on verra que le numérateur étant la différence du dénominateur, le dénominateur peut être supposé $= 0$, &

l'Equation $\frac{x}{\sqrt{y}} - \sqrt{y} = \sqrt{4a}$ qui en provient,

résout aussi l'Equation (a), & exprime une ligne courbe. Si on substitue dans les formules F & G , à la place de ϕu & de πu , leurs valeurs, & qu'on les réduise ensuite, on arrivera à la même Equation, de même que l'Equation générale $x\pi a - a\pi a = y - \phi a$ ne contiendrait que la ligne droite exprimée par l'Equation $bb y - 2bx + 2by = -4a$.

Il en seroit de même, quelque fonction que l'on prit pour πu & ϕu . Je suis entré dans ce détail d'exemples, pour mieux faire voir la généralité des formules F & G . C'est une digression dans le Problème que nous traitons dans ce Mémoire, mais j'ai été bien aise de montrer cette singularité de calcul qui s'est présentée d'elle-même; on pourroit l'énoncer, indépendamment du Problème présent, de cette manière. Il y a des Equations différentielles capables d'avoir deux solutions différentes l'une de l'autre, dont l'une (& même dans ce cas-ci la plus générale) n'a pas besoin du calcul intégral; telles sont les

Equations précédentes $x dy dx - dy^2 = y dx^2 - dy dx$ à laquelle $4y = xx + 2x + 1$ & $2ax - 2x = -4y + 1 - aa$ satisfont également, & $a dy^2 + x dy^2 - y dy dx = x dx dy - y dx^2$ qui donne pour solutions $\frac{x}{y} - \sqrt{y} = \sqrt{4a} & bby - 2bx + 2by = -4a$.

En général $\frac{d(\phi xy)}{\phi xy} =$ à une fonction quel.

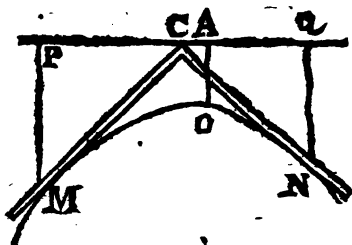
conque de x, y, dx, dy , feroit de cette nature; intégrée, elle donneroit une Equation, & sans aucune intégration $\phi xy = 0$ feroit l'autre.

Il y a encore d'autres Problèmes où cette singularité se rencontre, mais ce seroit sortir de l'objet de ce Mémoire que de s'étendre davantage là-dessus. Je réserve un plus long détail pour un autre Mémoire.

EXEMPLE I.

Supposons que la courbe EC devienne la ligne droite ACP , pour avoir les courbes MON , autour desquelles faisant glisser l'équerre

MCM , le sommet C de cette équerre soit toujours dans la droite PQ , il faudra faire évanouir la quantité ϕx , & par conséquent



aussi z dans les Equations précédentes F & G , parce que cette valeur exprimoit l'ordonnée BC qui est devenue nulle; les Equations

$$\text{se réduiront à } x = \frac{\pi z}{\Delta z} + z \text{ \& } y = \frac{(\pi z)^2}{\Delta z},$$

dans lesquelles substituant pour πz quelqu'une des fonctions exprimée généralement par $\phi z \pm \sqrt{(1 + \phi z)^2}$ que nous avons trouvé précédemment; & pour Δz , la difference de cette quantité dont on a ôté le dz , on aura deux Equations, d'où ayant chassé z , il en viendra une en x & y qui exprimera une courbe qui aura la propriété demandée.

De cette manière les formules F & G deviendront, en supposant que dz z soit la

$$\text{difference de } \phi z, x = \frac{z z \pm \sqrt{[1 + (\phi z)^2]}}{z z}$$

$$\text{\& } y = [\phi z \pm \sqrt{(1 + (\phi z)^2)}] \times \pm \frac{\sqrt{[1 + (\phi z)^2]}}{z z}$$

qui détermineront une des courbes cherchées aussi-tôt que l'on aura mis pour ϕz une fonction de z quelconque, & pour z la difference dont on aura ôté dz . En prenant le signe $+$, on aura la branche touchée par un côté de l'équerre, & en prenant le signe $-$, ce sera l'autre. Mais en faisant évanouir z , on aura l'Equation en x & en y qui exprimera la courbe entière.

Que ϕz soit simplement z , les Equations deviendront $x = z \pm \sqrt{(1 + z z)}$ & $y = [z \pm \sqrt{(1 + z z)}] \times \sqrt{(1 + z z)}$. On tire de

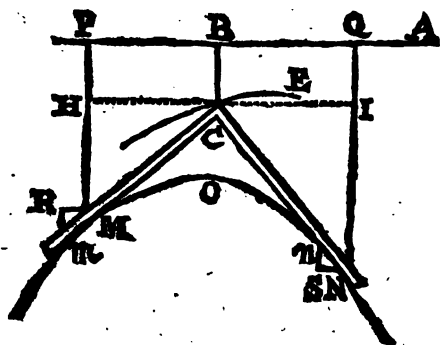
$$\text{la premiere } z = \frac{x x - 1}{2 x}, \text{ qui étant substituée}$$

dans la seconde, donnera $y = \frac{x^2 + 1}{2}$ qui exprime une parabole dont la directrice est AC & le sommet O distant de la directrice de $\frac{1}{2}$.

Si l'on fait $\phi x = xx$, & par conséquent $xx = 2x$, on aura $x = \frac{2xx + \sqrt{(1 + x^4)}}{2x}$ & $y = [xx + \sqrt{(1 + x^4)}] \times \frac{\sqrt{(1 + x^4)}}{2x} = \frac{xx\sqrt{(1 + x^4)} + 1 + x^4}{2x}$;

d'où faisant évanouir x , on aura l'Equation d'une autre courbe qui satisfait au Problème, & ainsi des autres.

E X E M P L E I. I.



Soit pris pour la courbe EC , une parabole dont l'axe soit AP le sommet A , & le parametre 1, ϕx sera égale à xx , & xx à $2x$; ainsi mettant ces valeurs dans les Equations F & G ,

F & G ; elles deviendront $x = \frac{\pi z + z \Delta z - 2z}{\Delta z}$

& $x = \frac{(\pi z)^2 - 2z\pi z + z \Delta z}{\Delta z}$ dans lesquelles

il n'y a plus qu'à mettre pour πz quelque une des fonctions exprimées par $z z \pm \sqrt{1 + (z z)^2}$. Je me servirai encore de $z + \sqrt{1 + z z}$

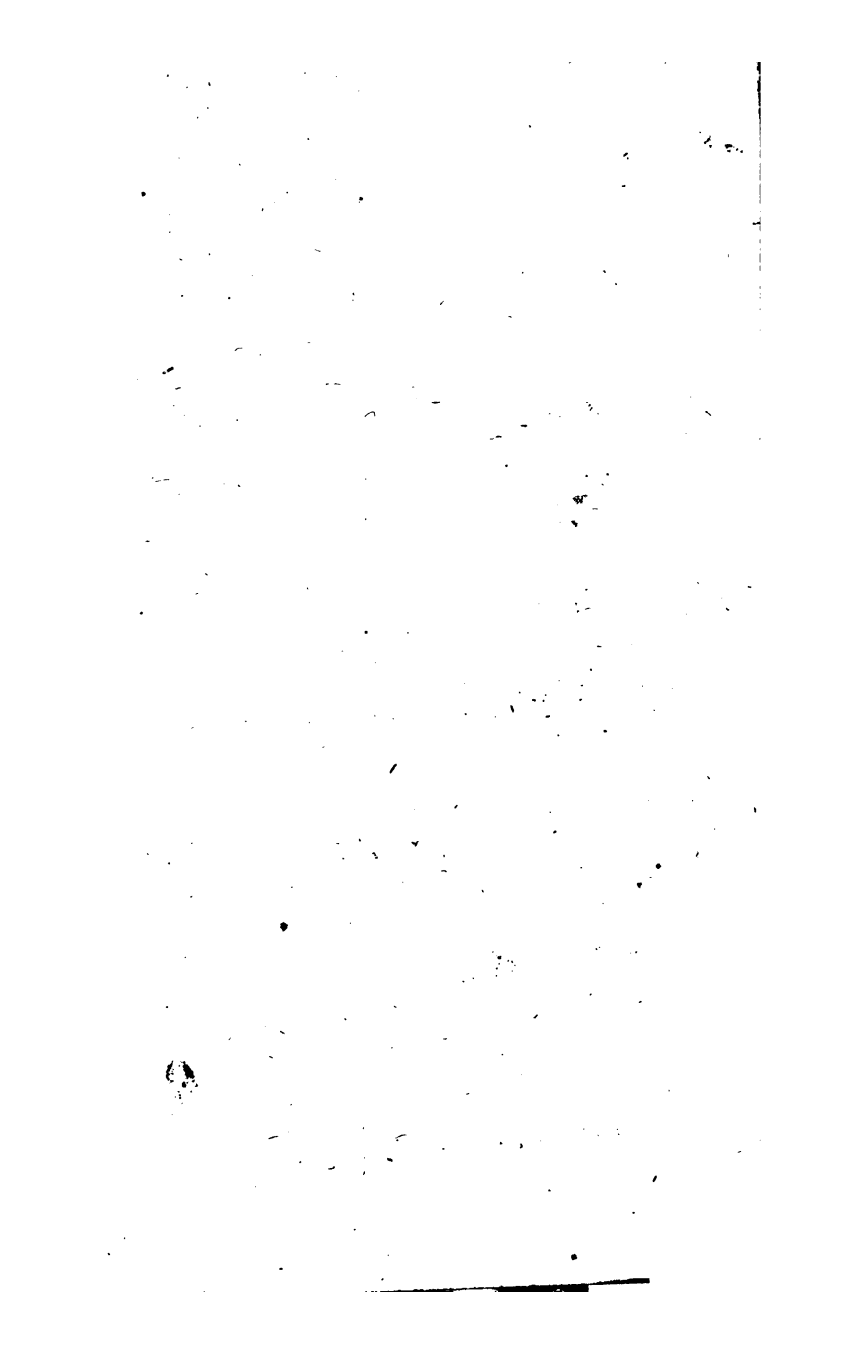
qui donne $\Delta z = \frac{z + \sqrt{1 + z z}}{\sqrt{1 + z z}}$, & qui change

par conséquent les Equations précédentes

en $x = \frac{1 + 2z z}{z + \sqrt{1 + z z}}$ & $y = 1 + 2z z - z \sqrt{1 + z z}$

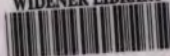
, d'où faisant évanouir z , on aura une Equation entre x & y qui sera celle d'une courbe autour de laquelle faisant glisser une équerre, le sommet est toujours dans une parabole. On en trouvera une infinité d'autres, en mettant à la place de πz d'autres fonctions renfermées dans l'expression générale $z z \pm \sqrt{1 + (z z)^2}$.







WIDENER LIBRARY



HX IJZM F

This book should be returned to the Library on or before the last date stamped below.

A fine of five cents a day is incurred by retaining it beyond the specified time.

Please return promptly.

~~AUG 14 '59 H~~

WIDENER

AUG 08 2003

CANCELLED